УДК 517.946

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА ДВАЖДЫ ВЫРОЖДАЮЩИХСЯ УРАВНЕНИЙ СОСТАВНОГО ТИПА[1]

© 2008 А.М. Абдрахманов[2]

Для уравнений составного типа

$$K(t)\mathbf{A}u_{tt} - \mathbf{B}u = f(x,t)$$

с эллиптико-параболическими операторами $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ и неотрицательной функцией $K(t)$ ставится краевая задача типа задачи E. Для поставленной краевой задачи доказываются теоремы существования обобщенных и "почти регулярных" решений.

Ключевые слова: *уравнение составного типа, пространственное вырождение, вырождение по выделенной переменной, краевая задача, обобщенное решение, регулярное решение, существование.*

Пусть Ω есть ограниченная область пространства $\mathbb{R}^n$ с гладкой (для простоты бесконечно-дифференцируемой) границей $\mathbf{\Gamma}$, Q — есть цилиндр $Q = \Omega \times (0,T), 0 < T < +\infty$, S есть боковая граница цилиндра Q.

Предположим, что $a^{ij}(x)$, $b^{ij}(x)$, $i,j = 1,...,n$, $a_0(x)$, $b_0(x)$, $K(t)$ и $f(x,t)$ суть заданные при $x \in \overline{\Omega}$, $t \in [0,T]$ функции, $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ — дифференциальные операторы вида:

$$\mathbf{A}u = \frac{\partial}{\partial x_i}(a^{ij}(x)u_{x_j}) + a_0(x)u,$$

$$\mathbf{B}u = \frac{\partial}{\partial x_i}(b^{ij}(x)u_{x_j}) + b_0(x)u$$

(по повторяющимся индексам здесь и далее ведется суммирование в пределах от 1 до n). Далее, пусть для функции $K(t)$ выполняются условия:

$$K(0) = 0, \quad K(t) > 0, \quad t \in (0,T].$$

---

[1]Представлена доктором физико-математических наук, профессором Л.С. Пулькиной.

[2]Абдрахманов Айдар Максутович (kickufa@online.ru), кафедра математики Уфимского государственного авиационного технического университета, 450057, Россия, Уфа-57, а/я 4925.

Краевая задача: – найти функцию $u(x,t)$, являющуюся в цилиндре Q решением уравнения

$$Lu \equiv K(t)\mathbf{A}u_{tt} - \mathbf{B}u = f(x,t) \tag{1}$$

и такую, что для нее выполняются условия

$$u(x,t)\,|_S = 0, \tag{2}$$

$$u(x,T) = 0, \quad x \in \Omega. \tag{3}$$

Оператор $\mathbf{A}$ в дальнейшем будет предполагаться эллиптико-параболическим (точные условия см. ниже); тем самым в уравнении (1) допускается двойное вырождение — вырождение как по выделенной переменной t, так и по пространственным переменным. Далее, оператор $\mathbf{B}$, в частности, может быть строго эллиптическим. Тогда в случае $a^{ij}(x) \equiv 0$ при $x \in \overline{\Omega}$, $i,j = 1,...,n$ уравнения (1) будут вырождающимися эллиптическими уравнениями, в случае строго эллиптического оператора $\mathbf{A}$ — вырождающимися уравнениями составного типа, в случае эллиптико-параболического оператора $\mathbf{A}$, как уже говорилось выше, дважды вырождающимся уравнением составного типа. В случае $K(t) \equiv 1$ уравнения (1) с эллиптико-параболическими операторами $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ изучались в работе [1] (см. также [2, 3]).

Из сказанного выше следует, что настоящую работу можно рассматривать как продолжение исследований [1], связанных с уравнениями (1) в случае $K(t) \equiv 1$. Отметим также, что дважды вырождающиеся уравнения, но с производными нечетного порядка по выделенной переменной, рассматривались ранее в работе [4].

Всюду ниже операторы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ будут считаться эллиптико-параболическими на множестве $\overline{\Omega}$.

Определение 1: Пространством H_L называется пространство, полученное замыканием множества функций из класса $C^2(\overline{Q})$, для которых выполняются условия (2) и (3), по норме

$$\|u\|_{H_L} = \left(\int\limits_Q \left(K(t)a^{ij}u_{x_it}u_{x_jt} + b^{ij}u_{x_i}u_{x_j} + u^2 \right) dxdt \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Определение 2: Обобщенным решением краевой задачи (1)–(3) называется функция $u(x,t)$, принадлежащая пространству H_L и такая, что для любой функции $v(x,t)$ из класса $C^2(\overline{Q})$, обращающейся в ноль по поверхности S и при $t = T$, выполняется интегральное тождество

$$\int\limits_Q \left[Ka^{ij}u_{x_jt}v_{x_it} - K_ta^{ij}u_{x_jt}v - Ka_0u_tv_t - K_ta_0u_tv + b^{ij}u_{x_j}v_{x_i} - b_0uv \right] dxdt = \int\limits_Q fvdxdt. \tag{4}$$

Теорема 1: Пусть выполняются условия

$$a^{ij}(x) \in C^2(\overline{\Omega}), \quad b^{ij}(x) \in C^2(\overline{\Omega}), \quad i,j = 1,..,n;$$

$$a^{ij}(x) = a^{ji}(x), \quad b^{ij}(x) = b^{ji}(x), \quad i, j = 1, .., n, \quad x \in \overline{\Omega};$$
$$a_0(x) \in C(\overline{\Omega}), \quad b_0(x) \in C(\overline{\Omega}), \quad K(t) \in C^2([0, T]);$$
$$K(t) > 0, \quad t \in (0, T], \quad K(0) = 0;$$
$$a^{ij}(x)\xi_i\xi_j \geqslant 0, \quad b^{ij}(x)\xi_i\xi_j \geqslant 0, \quad x \in \overline{\Omega}, \quad \xi \in R^n;$$
$$\left[b^{ij}(x) - \frac{1}{2}K_{tt}(t)a^{ij}(x)\right]\xi_i\xi_j \geqslant \beta_0|\xi|^2, \quad \beta_0 > 0, \quad x \in \overline{\Omega}, \quad \xi \in R^n;$$
$$a_0(x) \leqslant 0, \quad b_0(x) \leqslant -\overline{b}_0 < 0, \quad b_0(x) - \frac{1}{2}K_{tt}(t)a_0(x) \leqslant 0, \quad x \in \overline{\Omega}.$$

Тогда для любой функции $f(x,t)$ такой, что $f(x,t) \in L_2(Q)$, $f_t(x,t) \in L_2(Q)$, $f(x,0) = f(x,T) = 0$ при $x \in \Omega$, краевая задача (1)–(3) имеет решение $u(x,t)$ такое, что $u(x,t) \in H_L$, $u(x,t) \in L_2(0,T; W_2^1(\Omega))$.

Доказательство: Пусть ε есть положительное число. Положим

$$K_\varepsilon(t) = K(t) + \varepsilon, \quad a_\varepsilon^{ij}(x) = a^{ij}(x) + \varepsilon\delta_j^i,$$

где δ_j^i — символ Кронекера,

$$L_\varepsilon(u) = K_\varepsilon(t)\left[\frac{\partial}{\partial x_i}\left(a_\varepsilon^{ij}u_{x_j tt}\right) + a_0(x)u_{tt}\right] - \mathbf{B}u.$$

Рассмотрим краевую задачу: найти функцию (x,t), являющуюся в цилиндре Q решением уравнения

$$L_\varepsilon(u) = f(x,t), \tag{1*}$$

и такую, что для нее выполняются условия (2) и (3), а также условие

$$u(x,0) = 0, \quad x \in \Omega. \tag{3*}$$

Данная задача при выполнении указанных в формулировке теоремы условий имеет решение $u(x,t)$ такое, что (см. [1–3, 5])

$$u(x,t) \in L_\infty(0,T; W_2^2(\Omega)), \quad u_t(x,t) \in L_\infty(0,T; W_2^2(\Omega)),$$
$$u_{tt}(x,t) \in L_\infty(0,T; W_2^2(\Omega)), \quad u_{ttt}(x,t) \in L_2(0,T; W_2^2(\Omega)).$$

Покажем, что для этих решений имеют место нужные априорные оценки.

Рассмотрим равенство

$$\int\limits_Q L_\varepsilon u \cdot u dxdt = \int\limits_Q f \cdot u dxdt.$$

Интегрируя по частям, используя условия (2), (3) и (3*), а также условия теоремы и неравенство Юнга, нетрудно получить неравенство

$$\int\limits_Q K_\varepsilon a_\varepsilon^{ij} u_{x_i t} u_{x_j t} dxdt + \beta_0 \sum_{i=1}^n \int\limits_Q u_{x_i}^2 dxdt \leqslant$$
$$\leqslant \frac{\delta^2}{2}\int_Q u^2 dxdt + \frac{1}{2\delta^2}\int_Q f^2 dxdt, \tag{5}$$

в котором δ есть произвольное положительное число. Используя известное неравенство

$$\int\limits_Q u^2 dxdt \leqslant C_0 \sum_{i=1}^n \int\limits_Q u_{x_i}^2 dxdt,$$

постоянная C_0 в котором определяется лишь областью $\boldsymbol{\Omega}$, подбирая далее число δ достаточно малым, получим, как следствие неравенства (5), первую априорную оценку

$$\int\limits_Q K_\varepsilon a_\varepsilon^{ij} u_{x_i t} u_{x_j t} dxdt + \sum_{i=1}^n \int\limits_Q u_{x_i}^2 dxdt + \int\limits_Q u^2 dxdt \leqslant C_1 \tag{6}$$

с постоянной C_1, определяющейся лишь областью $\boldsymbol{\Omega}$, коэффициентами операторов $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$, а также функциями $K(t)$ и $f(x,t)$.

На следующем шаге рассмотрим равенство

$$-\int\limits_Q L_\varepsilon u \cdot u_{tt} dxdt = -\int\limits_Q f \cdot u_{tt} dxdt.$$

Интегрируя по частям как в левой части данного неравенства, так и в правой, используя условия (2), (3) и (3*), условия теоремы и применяя неравенство Юнга, получим, что для решений краевой задачи (1*), (2), (3), (3*) будет выполняться оценка

$$\int\limits_Q K_\varepsilon a_\varepsilon^{ij} u_{x_i tt} u_{x_j tt} dxdt + \int\limits_Q b^{ij} u_{x_i t} u_{x_j t} dxdt + \int\limits_Q u_t^2 dxdt \leqslant C_2 \tag{7}$$

с постоянной C_2, определяющейся лишь областью $\boldsymbol{\Omega}$, коэффициентами операторов $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$, а также функциями $K(t)$ и $f(x,t)$.

Оценок (6) и (7) уже вполне достаточно для доказательства теоремы. Именно, обозначая через $u^\varepsilon(x,t)$ решение краевой задачи (1*), (2), (3), (3*), используя далее стандартные рассуждения о выборе из семейства функций $u^\varepsilon(x,t)$ слабо сходящейся подпоследовательности и переходе к пределу при $\varepsilon \to 0$, нетрудно получить, что для предельной функции $u(x,t)$ будет выполняться интегральное тождество (4) и будут сохраняться нужные включения, имеющие место при $\varepsilon > 0$ вследствие оценок (6) и (7).

Теорема, таким образом, доказана.

Теорема 2: Пусть выполняются условия теоремы 1 и дополнительные условия

$$b^{ij}(x)\xi_i\xi_j \geqslant \beta_1|\xi|^2, \quad \beta_1 > 0, \quad x \in \overline{\boldsymbol{\Omega}}, \quad \xi \in \mathbb{R}^n;$$

$$a^{ij}(x)\xi_i\xi_j \geqslant \alpha_0|\xi|^2, \quad \alpha_0 > 0, \quad x \in \Gamma, \quad \xi \in \mathbb{R}^n;$$

$$|K_t(t)| \leqslant M\sqrt{K(t)}, \quad |K_{tt}(t)| \leqslant M\sqrt{K(t)}, \quad M \geqslant 0, \quad t \in [0,T].$$

Тогда для любой функции $f(x,t)$ такой, что

$$f(x,t) \in L_2(Q), \quad f_t(x,t) \in L_2(Q), \quad f_{tt}(x,t) \in L_2(Q),$$

$$f_{x_i tt}(x,t) \in L_2(Q), \quad i = 1,...,n, \quad f(x,0) = f(x,T) = 0$$

при $x \in \Omega$, краевая задача (1)–(3) имеет решение $u(x,t)$ такое, что

$$u(x,t) \in L_2(0,T;W_2^2(\Omega)),$$

$$u_t(x,t) \in L_2(0,T;W_2^2(\Omega)), \quad u_{tt}(x,t) \in L_2(0,T;W_2^2(\Omega)).$$

Доказательство: Вновь воспользуемся методом регуляризации — оператор L_ε определим, также как ранее, а функции $a_\varepsilon^{ij}(x)$ определим равенствами

$$a_\varepsilon^{ij}(x) = a^{ij}(x) + \varepsilon b^{ij}(x).$$

Поскольку при фиксированном положительном ε оператор L_ε вновь будет эллиптическим, то краевая задача (1*), (2), (3), (3*) вновь будет разрешима в указанном при доказательстве теоремы 1 классе; более того, вследствие принадлежности функций $f_t(x,t)$, $f_{tt}(x,t)$ пространству $L_2(Q)$ для решения $u(x,t)$ этой краевой задачи будут выполняться включения (см. [1–3, 5])

$$u_{ttt}(x,t) \in L_2(0,T;W_2^2(\Omega)), \quad u_{tttt}(x,t) \in L_2(0,T;W_2^2(\Omega)).$$

Заметим, что для решений краевой задачи (1*), (2), (3), (3*) будут выполняться оценки (6) и (7). Далее, при $x \in \Omega$ выполняются равенства

$$u_{tt}(x,0) = u_{tt}(x,T) = 0.$$

Интегрируя по частям в равенстве

$$\int\limits_Q L_\varepsilon u \cdot u_{tttt}\,dxdt = \int\limits_Q f \cdot u_{tttt}\,dxdt$$

и используя условия теоремы, нетрудно получить оценку

$$\int\limits_Q K_\varepsilon a_\varepsilon^{ij} u_{x_i ttt} u_{x_j ttt}\,dxdt + \sum_{i=1}^n \int\limits_Q u_{x_i tt}^2\,dxdt + \int\limits_Q u_{tt}^2\,dxdt \leqslant C_3 \tag{8}$$

с постоянной C_3, определяющейся лишь областью Ω, коэффициентами операторов $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$, а также функциями $K(t)$ и $f(x,t)$.

Рассмотрим теперь равенство

$$\int\limits_Q L_\varepsilon u \cdot \mathbf{A}_\varepsilon u_{tt}\,dxdt = \int\limits_Q f \cdot \mathbf{A}_\varepsilon u_{tt}\,dxdt.$$

Интегрируя по частям, данное равенство нетрудно преобразовать к виду

$$\begin{aligned}
\int\limits_Q K_\varepsilon (\mathbf{A}_\varepsilon u_{tt})^2\,dxdt + \int\limits_Q \frac{\partial}{\partial x_i}\left(a^{ij} u_{x_j t}\right) \cdot \frac{\partial}{\partial x_k}\left(b^{kl} u_{x_l t}\right) dxdt + \\
+\varepsilon \int\limits_Q \left[\frac{\partial}{\partial x_i}\left(b^{ij} u_{x_j t}\right)\right]^2 dxdt + \int\limits_Q a_0 \mathbf{B}_0 u_t \cdot u_t\,dxdt + \\
+ \int\limits_Q b_0 u_t \mathbf{A}_\varepsilon u_t\,dxdt = -\int\limits_Q f_t \mathbf{A}_\varepsilon u_t\,dxdt.
\end{aligned} \tag{9}$$

Введем необходимый для дальнейшего изложения интеграл

$$I_1 = \int\limits_Q \frac{\partial}{\partial x_i}\left(a^{ij}u_{x_j t}\right)\frac{\partial}{\partial x_k}\left(b^{kl}u_{x_l t}\right)dxdt.$$

Вследствие условий теоремы, существует область $\mathbf{\Omega}_1$, расположенная в $\mathbf{\Omega}$ и такая, что в ней выполняется неравенство

$$a^{ij}(x)\xi_i\xi_j \geqslant \frac{\alpha_0}{2}|\xi|^2. \tag{10}$$

Интеграл I_1 интегрированием по частям преобразуется к виду

$$\begin{aligned} I_1 = \int\limits_Q a^{ij}b^{kl}u_{x_i x_k t}u_{x_j x_l t}dxdt - \frac{1}{2}\int\limits_Q \left(a^{ij}_{x_k}b^{kl}\right)_{x_l}u_{x_i t}u_{x_j t}dxdt - \\ -\frac{1}{2}\int\limits_Q \left(a^{ij}b^{kl}_{x_i}\right)_{x_j}u_{x_k t}u_{x_l t}dxdt + \int\limits_Q a^{ij}_{x_k}b^{kl}_{x_i}u_{x_j t}u_{x_l t}dxdt + I_\Gamma, \end{aligned} \tag{11}$$

где через I_Γ обозначены возникающие после интегрирования по частям граничные интегралы. Вследствие неравенства (10), эллиптико-параболичности оператора $\mathbf{A}$ и эллиптичности оператора $\mathbf{B}$ имеем

$$\begin{aligned} \int\limits_Q a^{ij}b^{kl}u_{x_i x_k t}u_{x_j x_l t}dxdt = \int\limits_{\Omega_1\times(0,T)} a^{ij}b^{kl}u_{x_i x_k t}u_{x_j x_l t}dxdt + \\ + \int\limits_{(\Omega\setminus\Omega_1)\times(0,T)} a^{ij}b^{kl}u_{x_i x_k t}u_{x_j x_l t}dxdt \geqslant m_0\sum_{i,j=1}^n \int\limits_{\Omega_1\times(0,T)} u^2_{x_i x_j t}dxdt, \end{aligned}$$

где постоянная m_0 положительна и определяется лишь функциями $a^{ij}(x)$ и $b^{ij}(x)$. Далее, вследствие оценки (7) и эллиптичности оператора $\mathbf{B}$ второй, третий и четвертый интегралы равенства (11) в сумме ограничены по модулю числом, не зависящим от функции $u(x,t)$ и от числа ε. Наконец, интеграл I_Γ с помощью условия (2) преобразуется к интегралу по границе от некоторой квадратичной формы производных $u_{x_i t}, i = 1,...,n$ (см. доказательство второго основного неравенства для эллиптических операторов в [6, 7]). Используя это преобразование и применяя теоремы вложения, получаем, что имеет место неравенство

$$|I_\Gamma| \leqslant \delta\sum_{i,j=1}^n \int\limits_{\Omega_1\times(0,T)} u^2_{x_i x_j t}dxdt + C(\delta)\left[\sum_{i=1}^n \int\limits_Q u^2_{x_i t}dxdt + \int\limits_Q u^2_t dxdt\right]$$

с произвольным положительным числом δ. Суммируя, подбирая число δ малым, еще раз используя неравенство (7), получаем, что выполняется оценка

$$I_1 \geqslant m_1\sum_{i,j=1}^n \int\limits_{\Omega_1\times(0,T)} u^2_{x_i x_j t}dxdt - M_0, \tag{12}$$

в которой числа m_1 и M_0 положительны и определяются лишь коэффициентами операторов $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$, областью $\mathbf{\Omega}$ и функциями $K(t)$ и $f(x,t)$.

Вернемся к равенству (9). Оценки (12) и (7), а также неравенство Юнга дают следствие из этого равенства — именно, оценку решений краевой задачи (1*), (2), (3), (3*):

$$\int\limits_Q K_\varepsilon\,(A_\varepsilon u_{tt})^2\,dxdt + \sum_{i,j=1}^{n}\int\limits_{\Omega_1\times(0,T)} u^2_{x_ix_jt}dxdt \leqslant M_1 \tag{13}$$

с постоянной M_1, определяющейся лишь коэффициентами операторов $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$, областью $\boldsymbol{\Omega}$ и функциями $K(t)$ и $f(x,t)$.

Рассмотрим следующее равенство

$$\int\limits_Q L_\varepsilon u\cdot \mathbf{A}_\varepsilon u_{tttt}dxdt = \int\limits_Q f\cdot \mathbf{A}_\varepsilon u_{tttt}dxdt. \tag{14}$$

Заметим, что при $x\in\boldsymbol{\Omega}$ выполняются равенства $u_{tt}(x,0) = u_{tt}(x,T)$. Используя эти равенства, интегрируя в (14) по частям, используя далее условия теоремы и повторяя рассуждения, которые привели к оценке (13), используя по ходу оценку (8), получим, что для решений краевой задачи (1*), (2), (3), (3*) выполняется оценка

$$\int\limits_Q K_\varepsilon\,(A_\varepsilon u_{tttt})^2\,dxdt \leqslant M_2 \tag{15}$$

с постоянной M_2, определяющейся лишь коэффициентами операторов $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$, областью $\boldsymbol{\Omega}$ и функциями $K(t)$ и $f(x,t)$.

Продифференцируем уравнение (1*) дважды по переменной t (это возможно). Запишем полученное уравнение в следующем виде:

$$\mathbf{B}u_{tt} = K_\varepsilon \mathbf{A}_\varepsilon u_{tttt} + 2K_t\mathbf{A}_\varepsilon u_{ttt} + K_{tt}\mathbf{A}_\varepsilon u_{tt} + f_{tt}. \tag{16}$$

В (16) правая часть вследствие оценок (13) и (15), а также вследствие условий на функции $K(t)$ и $f(x,t)$, принадлежит пространству $L_2(Q)$. Но тогда вследствие эллиптичности оператора $\mathbf{B}$ и вследствие второго основного неравенства для эллиптических операторов для решений краевой задачи (1*), (2), (3), (3*) будет выполняться оценка

$$\sum_{i,j=1}^{n}\int\limits_{\Omega} u^2_{x_ix_jtt}dxdt \leqslant M_3 \tag{17}$$

с постоянной M_3, определяющейся лишь коэффициентами операторов $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$, областью $\boldsymbol{\Omega}$ и функциями $K(t)$ и $f(x,t)$.

С помощью оценок (7), (8) и (17) теперь нетрудно показать, что из семейства $\{u^\varepsilon(x,t)\}$ решений краевой задачи (1*), (2), (3), (3*) можно выбрать сходящуюся последовательность; предельная для этой последовательности функция $u(x,t)$ и будет требуемым решением краевой задачи (1)–(3).

Теорема доказана.

Литература

[1] Кожанов, А.И. О краевых задачах для некоторых классов уравнений высокого порядка, неразрешенных относительно старшей производной / А.И. Кожанов // Сиб. мат. журнал. – 1994. – Т.35. – №2. – С. 359–376.

[2] Kozhanov, A.I. Composite Type Equations and Inverse Problems / A.I. Kozhanov // VSP. – Utrecht. – 1997.

[3] Якубов, С.Я. Линейные дифференциально-операторные уравнения и их приложения / С.Я. Якубов. – Баку: ЭЛМ, 1985.

[4] Абдрахманов, А.М. Краевая задача для одного класса дважды вырождающихся уравнений соболевского типа / А.М. Абдрахманов, А.И. Кожанов // Труды Стерлитамакского филиала АН РБ. Серия "Физико-математические и технические науки". – 2006. – Вып.3. – С. 7–14.

[5] Кожанов, А.И. Об одной нелокальной краевой задаче для эллиптического уравнения / А.И. Кожанов // Математические заметки ЯГУ. – 2001. – Т.9. – №1. – С. 33–49.

[6] Ладыженская, О.А. Линейные и квазилинейные уравнения эллиптического типа / О.А. Ладыженская, Н.Н. Уральцева. – М.: Наука, 1973.

[7] Ладыженская, О.А. Об интегральных оценках, сходимости приближенных методов и решении в функционалах для линейных эллиптических операторов / О.А. Ладыженская // Вестник ЛГУ. – 1958. – №7. – Вып.2. – С. 60–69.

Поступила в редакцию 04/*VIII*/2008;
в окончательном варианте — 04/*VIII*/2008.

A BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR A CLASS OF DOUBLE DEGENERATED COMPOSITE TYPE EQUATIONS[3]

 A.M. Abdrakhmanov[4]

In the paper a problem for a composite type equation

$$K(t)\mathbf{A}u_{tt} - \mathbf{B}u = f(x,t)$$

with elliptic-parabolic operators $\mathbf{A}$ and $\mathbf{B}$ and nonnegative function $K(t)$ is studied.

For this problem existence of generalized and "almost regular" solutions is proved.

Keywords and phrases: *compose type equation, spatial degeneracy, degeneration by mark out variable, boundary value problem, generalized solution, regular solution, existence.*

Paper received 04/*VIII*/2008.
Paper accepted 04/*VIII*/2008.

[3]Communicated by Dr. Sci. (Phys. & Math.) Prof. L.S. Pulkina.

[4]Abdrakhmanov Aidar Maksutovich (natalie@samdiff.ru), Dept. of Mathematics, Ufa State Aviation Technical University, Ufa, 450057, P.O.box 4925, Russia.