УДК 517.95

О РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОЙ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НАГРУЖЕННОГО ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ[1]

© 2008 М.Г. Волынская[2]

В этой статье доказана однозначная разрешимость смешанной задачи для нагруженного гиперболического уравнения в прямоугольной области. Доказательство базируется на полученных в работе априорных оценках.

Ключевые слова: *гиперболическое уравнение, смешанная задача, нелокальная задача, априорная оценка, разрешимость, единственность.*

1. Краткие вводные замечания

Нагруженными принято считать уравнения, содержащие некоторую операцию от следа искомого решения [4, 5]. В последнее время, в связи с интенсивным развитием теории нелокальных задач для уравнений в частных производных, нагруженными стали называть и уравнения, содержащие функционал от самого искомого решения [7].

Одним из эффективных методов исследования нелокальных задач с интегральными условиями является сведение их к эквивалентным задачам со стандартными краевыми условиями, но для нагруженного уравнения.

В предлагаемой работе рассмотрена задача для гиперболического уравнения, содержащего слагаемое интегрального вида. Доказана однозначная разрешимость этой задачи.

---

[1]Представлена доктором физико-математических наук, профессором Л.С. Пулькиной.

[2]Волынская Мария Геннадьевна (volyn79@mail.ru), кафедра уравнений математической физики Самарского государственного университета, 443011, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.

2. Основной результат

Рассмотрим в области $Q = \{(x,t) : 0 < x < l, 0 < t < T\}$ нагруженное уравнение гиперболического типа

$$u_{tt} - (a(x,t)u_x)_x - c(x,t)u = \int\limits_0^l K(x,t)u(x,t)dx. \tag{2.1}$$

Найдем решение уравнения (2.1), удовлетворяющее условиям

$$u(x,0) = \varphi(x), \tag{2.2}$$

$$u_t(x,0) = \psi(x), \tag{2.3}$$

$$u(0,t) = u(l,t) = 0. \tag{2.4}$$

Функции $K(x,t)$, $\psi(x)$, $\varphi(x)$ заданы в $\overline{Q}$ и $[0,l]$ соответственно.

Введем понятие решения поставленной задачи. Для этого получим интегральное тождество, на котором будет базироваться определение. Обозначим

$$W^1_{2,0}(Q) = \{u(x,t) : u(x,t) \in W^1_2(Q);\ \ u(0,t) = u(l,t) = 0\},$$

$$\widehat{W}^1_{2,0}(Q) = \{v(x,t) : v(x,t) \in W^1_{2,0}(Q); v(x,T) = 0\}.$$

Умножим равенство (2.1) на функцию $v(x,t) \in \widehat{W}^1_{2,0}(Q)$ и проинтегрируем полученное равеннство по области Q. После несложных преобразований получим

$$\begin{gathered}\int\limits_0^T\int\limits_0^l (a(x,t)u_xv_x - u_tv_t - c(x,t)uv)dxdt = \\ = \int\limits_0^T\int\limits_0^l v\int\limits_0^l K(\xi,t)u(\xi,t)d\xi dxdt + \int\limits_0^l v(x,0)\psi(x)dx.\end{gathered} \tag{2.5}$$

Определение: Обобщенным решением задачи (2.1)–(2.4) будем называть функцию $u(x,t) \in W^1_{2,0}(Q)$, удовлетворяющую $\forall v(x,t) \in \widehat{W}^1_{2,0}(Q)$ тождеству (2.5) и условию (2.2).

Основным результатом представляемой работы является доказательство следующего утверждения.

Теорема: Если $\varphi(x) \in W^1_2(0,l)$, $\psi(x) \in L_2(0,l)$; $K(x,t)$, $a(x,t)$, $c(x,t) \in C^1(\overline{Q})$, $a(x,t) > 0\ \ \forall x \in [0,x]\ \ \forall t \in [0,T]$, то задача (2.1)–(2.4) однозначно разрешима в $W^1_{2,0}(Q)$.

Доказательство:

1. Докажем сначала единственность. Предположим, что существуют два различных обобщенных решения задачи (2.1)–(2.4) $u_1(x,t)$ и $u_2(x,t)$. Тогда их разность $u(x,t) = u_1(x,t) - u_2(x,t)$ удовлетворяет тождеству:

$$\int\limits_0^T\int\limits_0^l (a(x,t)u_xv_x - u_tv_t - c(x,t)uv)dxdt = \int\limits_0^T\int\limits_0^l v\int\limits_0^l K(\xi,t)u(\xi,t)d\xi dxdt \tag{2.6}$$

и выполняется начальное условие при $t = 0$, $u(x,0) = 0$.

Положим в тождестве (2.6)

$$v(x,t) = \begin{cases} \int\limits_t^\tau u(x,\eta)d\eta, & 0 \leqslant t \leqslant \tau; \\ 0, & \tau \leqslant t \leqslant T. \end{cases} \tag{2.7}$$

Так как $u(x,t) \in W_{2,0}^1(Q)$, то $v(x,t) \in \widehat{W}_{2,0}^1(Q)$. Заметим, что $v_t(x,t) = -u(x,t)$. Интегрирование по частям в тождестве (2.6) приводит к следующему равенству:

$$\begin{gathered} \frac{1}{2}\int\limits_0^l v_t^2(x,\tau)dx + \frac{1}{2}\int\limits_0^l a(x,0)v_x^2(x,0)dx = -\frac{1}{2}\int\limits_0^\tau\int\limits_0^l a_t(x,t)v_x^2dxdt + \\ + \int\limits_0^\tau\int\limits_0^l c(x,t)uvdxdt + \int\limits_0^T\int\limits_0^l v\int\limits_0^l K(\xi,t)u(\xi,t)d\xi dxdt. \end{gathered} \tag{2.8}$$

Введем обозначения

$$M = \max_{t\in[0,T]}\int\limits_0^l K^2(x,t)dx; \quad L = \max_Q |K(x,t)|;$$

$$a_0 = \min_Q a(x,t), \quad a_1 = \max_Q |a_t(x,t)|,$$

$$c_0 = \max_Q |c(x,t)|, \quad c_1 = \max_Q |c_t(x,t)|, \quad c_2 = c_0^2 + M.$$

Оценим правую часть равенства (2.8) с помощью неравенства Юнга

$$\left|\int\limits_0^\tau\int\limits_0^l c(x,t)uvdxdt\right| \leqslant \frac{c_0^2}{2}\int\limits_0^\tau\int\limits_0^l u^2dxdt + \frac{1}{2}\int\limits_0^\tau\int\limits_0^l v^2dxdt, \tag{2.9}$$

$$\begin{gathered} \left|\int\limits_0^\tau\int\limits_0^l v\int\limits_0^l K(\xi,t)u(\xi,t)d\xi dxdt\right| \leqslant \int\limits_0^\tau\int\limits_0^l |v|\left|\int\limits_0^l K(\xi,t)u(\xi,t)d\xi\right| dxdt \leqslant \\ \leqslant \frac{1}{2}\int\limits_0^\tau\int\limits_0^l v^2dxdt + \frac{1}{2}\int\limits_0^\tau\int\limits_0^l\left(\int\limits_0^l K(\xi,t)u(\xi,t)d\xi\right)^2 dxdt \leqslant \\ \leqslant \frac{1}{2}\int\limits_0^\tau\int\limits_0^l v^2dxdt + \frac{M}{2}\int\limits_0^\tau\int\limits_0^l u^2dxdt. \end{gathered} \tag{2.10}$$

Таким образом, учитывая оценки (2.9) и (2.10), из равенства (2.8) получаем неравенство:

$$\frac{1}{2}\int\limits_0^l\left[v_t^2(x,\tau) + a(x,0)v_x^2(x,0)\right]dx \leqslant \frac{1}{2}\int\limits_0^\tau\int\limits_0^l\left(a_1v_x^2 + c_2v_t^2 + 2v^2\right)dxdt. \tag{2.11}$$

Рассмотрим функцию

$$w(x,\tau) = -\int\limits_0^\tau u_x(x,\eta)d\eta. \tag{2.12}$$

Заметим, что

$$v_x(x,t) = \int\limits_t^\tau u_x(x,\eta)d\eta = \int\limits_0^\tau u_x(x,\eta)d\eta - \int\limits_0^t u_x(x,\eta)d\eta = w(x,t) - w(x,\tau),$$

и в частности, $v_x(x,0) = -w(x,\tau)$.

Тогда (2.11) можно записать следующим образом:

$$\begin{gathered}\int\limits_0^l \left[v_t^2(x,\tau) + a(x,0)w^2(x,\tau)\right]dx \leqslant \\ \leqslant \int\limits_0^\tau \int\limits_0^l \left(a_1[w(x,t) - w(x,\tau)]^2 + c_2 v_t^2 + 2v^2\right)dxdt.\end{gathered} \tag{2.13}$$

Применяя элементарное неравенство, получим

$$\int\limits_0^\tau \int\limits_0^l [w(x,t) - w(x,\tau)]^2 dxdt \leqslant 2\int\limits_0^\tau \int\limits_0^l w^2(x,t)dxdt + 2\int\limits_0^\tau \int\limits_0^l w^2(x,\tau)dxdt.$$

Далее, заметив, что

$$\int\limits_0^\tau \int\limits_0^l w^2(x,\tau)dxdt = \tau\int\limits_0^l w^2(x,\tau)dx,$$

мы получаем оценку:

$$\int\limits_0^\tau \int\limits_0^l [w(x,t) - w(x,\tau)]^2 dxdt \leqslant 2\int\limits_0^\tau \int\limits_0^l w^2(x,t)dxdt + 2\tau\int\limits_0^l w^2(x,\tau)dx. \tag{2.14}$$

Из неравенств (2.14) и (2.13) имеем

$$\begin{gathered}\int\limits_0^l \left[v_t^2(x,\tau) + a_0 w^2(x,\tau)\right]dx \leqslant \\ \leqslant \int\limits_0^\tau \int\limits_0^l (2a_1 w^2(x,t) + c_2 v_t^2 + 2v^2)dxdt + 2a_1\tau\int\limits_0^l w^2(x,\tau)dx.\end{gathered} \tag{2.15}$$

Пользуясь произволом выбора τ, потребуем, чтобы

$$a_0 - 2a_1\tau \geqslant \frac{a_0}{2}. \tag{2.16}$$

Неравенство (2.16) будет выполнено для всех $\tau \in \left[0, \dfrac{a_0}{4a_1}\right]$.

Заметим, что в силу (2.7)

$$\int\limits_0^\tau \int\limits_0^l v_t^2 dxdt = \int\limits_0^\tau \int\limits_0^l u^2 dxdt, \tag{2.17}$$

$$\int\limits_0^\tau \int\limits_0^l v^2 dxdt = \int\limits_0^\tau \int\limits_0^l \left(\int\limits_t^\tau u(x,\eta) d\eta \right)^2 dxdt \leqslant T \int\limits_0^\tau \int\limits_0^l u^2 dxdt. \tag{2.18}$$

Тогда из неравенства (2.15) (с учетом (2.16)–(2.18)) вытекает справедливое для всех $\tau \in \left[0, \dfrac{a_0}{4a_1}\right]$ неравенство

$$m_0 \int\limits_0^l \left[u^2(x,\tau) + w^2(x,\tau)\right] dx \leqslant c_3 \int\limits_0^\tau \int\limits_0^l \left(u^2 + w^2\right) dxdt, \tag{2.19}$$

где $m_0 = \min \left\{1, \dfrac{a_0}{2}\right\}$, $c_3 = \max \{2a_1, c_2 + 2T\}$.

Затем, в силу неравенства Гронуолла [1, С. 21], из неравенства (2.19) вытекает

$$\int\limits_0^l \left[u^2(x,\tau) + w^2(x,\tau)\right] dx = 0,$$

откуда

$$u(x,\tau) = 0, \ \ \forall \tau \in \left[0, \frac{a_0}{4a_1}\right].$$

Повторяя рассуждения для $\tau \in \left[\dfrac{a_0}{4a_1}, \dfrac{a_0}{2a_1}\right]$, убедимся, что $u(x,\tau) = 0$ и на этом промежутке.

Продолжая этот процесс, через конечное число шагов получим, что

$$u(x,\tau) = 0, \forall \tau \in [0, T].$$

Следовательно, справедливо равенство $u_1(x,t) = u_2(x,t)$.

2. Перейдем теперь к доказательству существования.

Для доказательства существования решения поставленной задачи рассмотрим фундаментальную, полную в $W_{2,0}^1(Q)$ систему линейно независимых и ортогональных в $L_2(0,l)$ функций

$$\{w_k(x) \in C^2(0,l) : \ \ w_k(0) = w_k(l) = 0\}_{k=1}^\infty,$$

и будем искать приближенное решение поставленной задачи в виде

$$u^m(x,t) = \sum_{n=1}^m c_n(t) w_n(x),$$

из соотношений

$$\int_0^l \Big(u^m_{tt}(x,t) - [a(x,t)u^m_x(x,t)]_x - c(x,t)u^m(x,t)\Big)w_k(x)dx =$$
$$= \int_0^l w_k(x)\int_0^l K(\xi,t)u^m(\xi,t)d\xi dx, \quad 1 \leqslant k \leqslant m. \tag{2.20}$$

В силу ортогональности выбранной системы функций, равенство (2.20) примет вид:

$$c'_k(t) + \sum_{s=1}^m c_s(t)f_{sk}(t) - \sum_{s=1}^m c_s(t)g_{sk}(t) - \sum_{s=1}^m c_s(t)p_s(t)b_k = 0, \quad 1 \leqslant k \leqslant m, \tag{2.21}$$

где

$$f_{nk}(t) = \int_0^l a(x,t)w'_k(x)w'_n(x)dx, \quad g_{nk}(t) = \int_0^l c(x,t)w_k(x)w_n(x)dx,$$

$$b_k = \int_0^l w_k(x)dx, \quad p_n(t) = \int_0^l w_n(\xi)K(\xi,t)d\xi.$$

Обозначим $d_{sk}(t) = f_{sk}(t) - g_{sk}(t) - p_s(t)b_k$. Тогда из (2.21) следует

$$\begin{cases} c''_m(t) + \sum\limits_{s=1}^m c_s(t)d_{sm}(t) = 0, \\ c_m(0) = \alpha_m, \\ c'_m(0) = \beta_m. \end{cases} \tag{2.22}$$

Получили задачу Коши относительно функций $c_m(t)$, $m = 1,2,...,$ для системы обыкновенных дифференциальных уравнений (2.22), где α_m и β_m коэффициенты сумм $\varphi^N(x) = \sum\limits_{k=1}^N \alpha_k w_k(x)$ и $\psi^N(x) = \sum\limits_{k=1}^N \beta_k w_k(x)$, аппроксимирующих при $N \to \infty$ функции $\varphi(x)$ и $\psi(x)$ в норме $W_2^1(Q)$.

В силу условий теоремы, функции $d_{sm}(t) \in C^1[0,l]$. Для таких коэффициентов система (2.22) однозначно разрешима и $c_m(t) \in C^3[0,T]$ [6, С. 27]. Таким образом, мы построили последовательность $\{u^m(x,t)\}$.

Покажем теперь, что эта последовательность ограничена, для чего получим соответствующее неравенство. Опустим временно индекс m и рассмотрим функцию $u(x,t) \in W_2^2(Q)$.

Умножим уравнение (2.1) на $u_t(x,t)$ и проинтегрируем обе части полученного равенства по прямоугольной области

$$Q_\tau = \{(x,t) : 0 < x < l, \ \ 0 < t < \tau, \ \ 0 < \tau < T\}.$$

Интегрируя по частям, мы получаем

$$\frac{1}{2}\int_0^l u_t^2(x,\tau)dx + \frac{1}{2}\int_0^l a(x,\tau)u_x^2(x,\tau)dx =$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^l \psi^2(x)dx + \frac{1}{2}\int_0^\tau\int_0^l a_t(x,t)u_x^2dxdt + \frac{1}{2}\int_0^l a(x,0)[\varphi'(x)]^2dx + \tag{2.23}$$

$$+\int_0^\tau\int_0^l c(x,t)uu_tdxdt + \int_0^\tau\int_0^l u_t\int_0^l K(\xi,t)u(\xi,t)d\xi dxdt.$$

Оценим два последних слагаемых правой части равенства (2.23) с помощью неравенств Юнга и Коши—Буняковского

$$\left|\int_0^\tau\int_0^l c(x,t)uu_tdxdt\right| \leqslant c_1^2\frac{1}{2}\int_0^\tau\int_0^l u^2dxdt + \frac{1}{2}\int_0^\tau\int_0^l u_t^2dxdt, \tag{2.24}$$

$$\left|\int_0^\tau\int_0^l u_t\int_0^l K(\xi,t)u(\xi,t)d\xi dxdt\right| \leqslant$$

$$\leqslant \frac{1}{2}\int_0^\tau\int_0^l u_t^2dxdt + \frac{lL^2}{2}\int_0^\tau\int_0^l u^2(\xi,t)d\xi dt. \tag{2.25}$$

Учитывая (2.24)–(2.25), из равенства (2.23) получим

$$\frac{1}{2}\int_0^l u_t^2(x,\tau)dx + \frac{1}{2}\int_0^l a(x,\tau)u_x^2(x,\tau)dx \leqslant$$

$$\leqslant \frac{1}{2}\int_0^l \psi^2(x)dx + \frac{1}{2}\int_0^\tau\int_0^l a_t(x,t)u_x^2dxdt + \tag{2.26}$$

$$+\frac{1}{2}\int_0^l a(x,0)[\varphi'(x)]^2dx + \frac{c_1^2+lL^2}{2}\int_0^\tau\int_0^l u^2dxdt + \int_0^\tau\int_0^l u_t^2dxdt.$$

Так как $u(x,t) = \int_0^t u_\tau(x,\tau)d\tau + \varphi(x)$, то $u^2(x,t) \leqslant 2\tau\int_0^\tau u_t^2(x,t)dt + 2\varphi^2(x)$, следовательно:

$$\int_0^\tau\int_0^l u^2(x,t)dxdt \leqslant 2\tau^2\int_0^\tau\int_0^l u_t^2(x,t)dxdt + 2\tau\int_0^l \varphi^2(x)dx. \tag{2.27}$$

С учетом (2.27) из (2.26) получаем

$$\tilde{m}\int\limits_0^l [u_x^2(x,\tau)+u_t^2(x,\tau)]dx \leqslant \tilde{M}\int\limits_0^l\int\limits_0^\tau [u_x^2(x,t)+u_t^2(x,t)]dxdt+ \\ +C\int\limits_0^l [\varphi^2(x)+[\varphi'(x)]^2+\psi^2(x)]dx, \tag{2.28}$$

где приняты следующие обозначения

$$\tilde{m}=\min\{1,\ a_0\},$$

$$\tilde{M}=\max\{a_1,\ lL^2+2c_1T^2+1\},$$

$$C=\max\{1,\ a_0,\ 2T\}.$$

В силу неравенства Гроноулла [1, C. 21] из (2.28) следует неравенство

$$\|u\|_{W_2^1(Q)} \leqslant C\Big(\|\psi\|_{L_2(0,l)}+\|\varphi'\|_{L_2(0,l)}+\|\varphi\|_{L_2(0,l)}\Big). \tag{2.29}$$

Возвращаясь к прежним обозначениям, получим оценку элементов построенной последовательности $\{u^m(x,t)\}$:

$$\|u^m(x,t)\|_{W_2^1(Q)} \leqslant \tilde{C},$$

где константа $\tilde{C}$ не зависит от m. Но тогда из этой последовательности можно выделить сходящуюся слабо в $W_2^1(Q)$ [2, C. 72] подпоследовательность. Сохраним за этой подпоследовательностью то же самое обозначение $\{u^m(x,t)\}$. Предел этой подпоследовательности есть некоторый элемент $u(x,t)\in W_2^1(Q)$.

Покажем, что $u(x,t)$ — обобщенное решение задачи (2.1)–(2.4).

Действительно, условия (2.2) и (2.4) будут выполнены в силу слабой сходимости $\{u^m(x,t)\}$ к $u(x,t)$ в $L_2(0,l)$, которая означает, что $\{u_x^m(x,t)\}$ и $\{u_t^m(x,t)\}$ слабо сходятся в $L_2(0,l)$.

Для доказательства справедливости тождества (2.5) для функции $u(x,t)$ умножим каждое из соотношений (2.20) на свою функцию $h_s(t)\in W_2^1([0,T])$, удовлетворяющую условию $h_s(T)=0$. Полученные равенства просуммируем по всем s от 1 до N и проинтегрируем по t от 0 до T.

Тогда, обозначив $\eta(x,t)=\sum\limits_{s=1}^N h_s(t)w_l(x)$, получаем

$$\int\limits_0^T\int\limits_0^l \left(u_{tt}^m\eta-(a(x,t)u_x^m)_x\eta-c(x,t)u^m\eta\right)dxdt= \\ =\int\limits_0^l\int\limits_0^T \eta(x,t)\int\limits_0^l K(\xi,t)u^m(\xi,t)d\xi dxdt. \tag{2.30}$$

Интегрируя по частям, убеждаемся, что из равенства (2.30) следует тождество (2.31)

$$\int\limits_0^T\int\limits_0^l (a(x,t)u_x^m\eta_x - u_t^m\eta_t - c(x,t)u^m\eta)dxdt =$$
$$= \int\limits_0^T\int\limits_0^l \eta(x,t)\int\limits_0^l K(\xi,t)u^m(\xi,t)d\xi dxdt + \int\limits_0^l \eta(x,0)\psi^m(x)dx. \qquad (2.31)$$

Покажем, что в равенстве (2.31) можно перейти к пределу при $m\to\infty$. Для этого, рассмотрим интеграл

$$\int\limits_0^T\int\limits_0^l \eta\int\limits_0^l K(\xi,t)u^m(\xi,t)d\xi dxdt.$$

Введем следующие обозначения:

$$\Phi^m(t) = \int\limits_0^l K(\xi,t)u^m(\xi,t)d\xi, \quad \Phi(t) = \int\limits_0^l K(\xi,t)u(\xi,t)d\xi.$$

Тогда имеем

$$\int\limits_0^T\int\limits_0^l \eta\int\limits_0^l K(\xi,t)u^m(\xi,t)d\xi dxdt = \Big(\Phi^m(t),\eta(x,t)\Big)_{L_2(Q)}. \qquad (2.32)$$

Последовательность $\{u^m(x,t)\}$ сходится слабо в $W_2^1(Q)$ и по норме в $L_2(Q)$ $\forall t\in[0,T]$ [2, С. 72]. В силу этого выполняется неравенство

$$\|\Phi^m(t)-\Phi(t)\|^2_{L_2(0,T)} = \int\limits_0^T\left(\int\limits_0^l K(\xi,t)[u^m-u]d\xi\right)^2 dt \leqslant$$
$$\leqslant M^2\|u^m-u\|^2_{L_2(Q)}\to 0, \qquad m\to\infty.$$

Так как из сильной сходимости следует слабая, то можно перейти к пределу в равенстве (2.32) при $m\to\infty$.

Тождество (2.31) справедливо для $\forall\eta(x,t)$ вида $\sum\limits_{s=1}^N h_s(t)w_l(x)$. Обозначим совокупность таких функций $\eta(x,t)$ через Θ_N. В тождестве (2.31) перейдем к пределу по выбранной выше последовательности при фиксированной функции $\eta(x,t)$ из какого-либо пространства Θ_{N_i}. Это приводит к тождеству (2.5) для предельной функции $u(x,t)$ при $\forall\eta(x,t)\in\Theta_{N_i}$. Так как множество $\bigcup\limits_{N=1}^{\infty}\Theta_N$ плотно в $\widehat{W}^1_{2,0}(Q)$ [2, С. 215] то тождество (2.5) будет выполняться для всех $\eta\in\widehat{W}^1_{2,0}(Q)$.

Таким образом, $u(x,t)$ — обобщенное решение поставленной задачи. Теорема, следовательно, доказана.

Литература

[1] Гординг, Л. Задача Коши для гиперболических уравнений / Л. Гординг. М., – 1961. – 120 с.

[2] Ладыженская, О.А. Краевые задачи математической физики / О.А. Ладыженская. – М.: Наука, – 1973. – 408 с.

[3] Нахушев, А.М. Уравнения математической биологии / А.М. Нахушев. – М.: Высш. шк., – 1995. – 301 с.

[4] Нахушев, А.М. Об одном приближенном методе решения краевых задач для дифференциальных уравнений и его приложения к динамике почвенной влаги грунтовых вод / А.М. Нахушев // Дифференц. уравнения. – 1982. – Т. 18. – №1. – С. 72–81.

[5] Нахушев, А.М. Краевые задачи для нагруженных интегродифференциальных уравнений и некоторые их приложения к прогнозу почвенной влаги / А.М. Нахушев // Дифференц. уравнения. – 1979. – Т. 15. – №1 – С. 96–105.

[6] Понтрягин, Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения / Л.С. Понтрягин. М.: Наука, – 1974. – 331 с.

[7] Кожанов, А.И. О разрешимости краевых задач с нелокальным граничным условием интегрального вида для многомерных гиперболических уравнений / А.И. Кожанов, Л.С. Пулькина // Дифференц. уравнения. – 2006. – Т. 42. – №9 – С. 1166–1179.

Поступила в редакцию 13/*VIII*/2008;
в окончательном варианте — 26/*VIII*/2008.

ON SOLVABILITY OF A MIXED PROBLEM FOR A LOADED HYPERBOLIC EQUATION[3]

© 2008 M.G. Volynskaya[4]

In the paper existence and uniqueness of a generalized solution of the mixed problem for loaded hyperbolic equation are proved. The proof is based on a priori estimates obtained in this work.

Keywords and phrases: *hyperbolic equation, mixed problem, non-local problem, a priori estimation, solvability, uniqueness.*

Paper received 13/*VIII*/2008.
Paper accepted 26/*VIII*/2008.

[3]Communicated by Dr. Sci. (Phys. & Math.) Prof. L.S. Pulkina.

[4]Volynskaya Mariya Gennadievna (volyn79@mail.ru), Dept. of Mathematical Physics, Samara State University, Samara, 443011, Russia.