

УДК 622. 324

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ БЕЗВОДНОЙ ДОБЫЧИ ГАЗА ИЗ ГАЗ-ГАЗОГИДРАТНОГО ПЛАСТА

© 2008 Б.Д. Иванов¹

В работе исследована математическая модель нового метода разработки газ-газогидратных залежей, основанного на десорбции газа из газового гидрата при сохранении двухфазного равновесия газогидрат-газ. При этом не происходит разложения газового гидрата и тем самым не выделяется вода из газогидрата, что является важным фактором в практике добычи природного газа. Получены уравнения фильтрации свободной газовой фазы с учетом десорбции газа из газогидрата при сохранении двухфазного равновесия газогидрат-газ. Методом конечных разностей получено численное решение. При этом определены параметры разработки газ-газогидратного пласта, их значения сравнены со значениями этих параметров, полученными из материального и теплового балансов. Совпадение результатов оказалось хорошим, что говорит о достоверности и правильности полученных результатов.

Ключевые слова: газ-газогидратный пласт, двухфазное равновесие, десорбция газа, метод конечных разностей.

Рассмотрим газ-газогидратную залежь в виде плоскорадиального пласта пористостью m , радиусом R , мощностью h , в центре которого находится добывающая скважина с постоянным дебитом q_g . Пласт заполнен свободным газом-метаном с газонасыщенностью $(1 - \beta)$ и газовым гидратом метана КС-I с гидратонасыщенностью β , вода отсутствует. Давление в пласте P , температура T . Проницаемость пласта по газу k_g , вязкость газа μ_g . Газ считаем идеальным. Нас интересует десорбция метана из гидрата, поэтому процесс добычи газа будем производить таким образом, чтобы сохранялось двухфазное равновесие газ-гидрат и не происходило разложение газового гидрата. В полученной продукции основную часть составляет свободный газ залежи, и некоторая доля приходится на десорбированный газ из газогидрата метана. Целью данной работы является определение этой доли [1].

¹Иванов Борис Дмитриевич (bdivanov@yandex.ru), кафедра теоретической физики Якутского государственного университета, 677000, г. Якутск, ул. Кулаковского 48.

Для этого применим уравнение неразрывности к свободному газу с учетом десорбции метана из газогидрата и уравнение теплопроводности для процесса десорбции метана из газогидрата. Так как нас интересует десорбция метана из газогидрата, то кондуктивным и конвективным теплопереносом пренебрегаем, тем более, что изменения температуры очень малы.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{(1-\beta)P}{T} + \frac{\alpha\beta\theta}{\gamma} \right) = \left(\frac{k_g}{\mu_g m r} \right) \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{rP}{T} \frac{\partial P}{\partial r} \right), \quad (1)$$

$$c_{ef}\rho_{ef}\frac{\partial T}{\partial t} = m\alpha\beta L_d \frac{\partial \theta}{\partial t}, \quad (2)$$

где $\theta = \theta_1 + 3\theta_2$, L_d — удельная теплота десорбции метана из гидрата α , β , γ — константы; эффективная объемная теплоемкость пласта определяется так $c_{ef}\rho_{ef} = (1-m)c_s\rho_s + m(1-\beta)c_g\rho_g + m\beta c_h\rho_h$, где c_s и ρ_s , c_g и ρ_g , c_h и ρ_h — удельные теплоемкости и плотности скелета горной породы, газа и гидрата соответственно. Здесь θ_1 и θ_2 — числа заполнения малых и больших полостей газогидрата метана КС-I.

$$\theta_i^j = \frac{C_i^j P^j}{(1 + C_i^j P^j)} \quad (i = 1, 2; \quad j = A, B), \quad (3)$$

где C_i^j — константа Ленгмюра для i -той полости j -го состояния; P^j — давление в системе "газ-гидрат" в состоянии j , A и B — начальное и конечное термодинамические состояния пласта. Константу Ленгмюра можно определить из эмпирических уравнений Нагата-Кобаяши, Пэрриша-Праусница или вычислить непосредственно с использованием потенциала сил межмолекулярного взаимодействия [3]. В дальнейшем используем уравнение Нагата-Кобаяши $C_i^j = \exp(a_i - b_i \cdot T^j)$, ($i = 1, 2; \quad j = A, B$), где для гидрата метана имеем $a_1 = 9,204622$; $b_1 = 0,3155 \text{ K}^{-1}$; $a_2 = 8,386082$; $b_2 = 0,02792 \text{ K}^{-1}$ [2]. Размерность C_i^j в МПа $^{-1}$, T^j — в K .

$$\rho_h^j = \rho_h^0 + \alpha\theta^j \quad (j = A, B), \quad (4)$$

где ρ_h^j — плотность газогидрата в состоянии j ; $\rho_h^0 = 795,337 \text{ кг/м}^3$ — плотность "пустой" метастабильной газогидратной решетки КС-I; $\alpha = 30,738 \text{ кг/м}^3$ — постоянная, $\theta^j = \theta_1^j + 3\theta_2^j$ — числа заполнения газогидрата в состоянии j .

Начальные и граничные условия примем в следующем виде

$$P(x, 0) = P^A, \quad \left. \frac{\partial P}{\partial r} \right|_{r=0} = -\frac{\mu_g q_g}{k_g S}; \quad \left. \frac{\partial P}{\partial r} \right|_{r=R} = 0,$$

где S — площадь сечения скважины.

Таким образом, система уравнений (1)–(4) описывает в рассматриваемом приближении системы фильтрацию свободной газовой фазы при наличии процесса десорбции метана из газогидрата. Приведа эту систему

уравнений к одному нелинейному дифференциальному уравнению относительно давления, аппроксимируем его чисто- неявной трехточечной двух-слойной разностной схемой, которую решаем сочетанием метода простых итераций и метода потоковой прогонки на каждом временном слое. Численные расчеты на ЭВМ проведены В. В. Поповым, за что выражаю ему глубокую благодарность. Вычисления проводились для кругового газ-газогидратного пласта со следующими параметрами: $P^A = 10,7$ МПа, $q_g = 0,6$ м³/с; $h=10$ м; $R = 500$ м; $k_g/\mu_g = 6,065 \cdot 10^{-9}$ м²/Па·с; $k = 10^{-13}$ м² — абсолютная проницаемость пласта; $V_{por} = mV_{pl}$; $L_d = 1221,7$ кДж/кг, $T^A = 278$ К; $m = 0,3$; $c_h=2310$ Дж/(кг·К); $c_g = 2610$ Дж/(кг·К); $c_s = 700$ Дж/(кг·К); $\rho_s = 2650$ кг/м³; $C_1^A = 1,54299$ МПа⁻¹; $C_2^A = 1,86698$ МПа⁻¹; $\theta_1^A = 0,942900$; $\theta_2^A = 0,952328$; $R = 8,3144$ Дж/(моль·К); $\rho_g^A = 74,26662$ кг/м³; $\rho_h^A = 912,13783$ кг/м³; $\theta^A = 3,799884$; $\gamma = 1,929544$ кг·К/Дж.

Результаты некоторых вычислений для $\beta = 0,2; 0,4; 0,6$ приведены на рисунках 1–5. Более подробные сведения см. [1].

Для характеристики процесса разработки газ-газогидратного пласта определим следующие параметры:

- Массовую долю десорбированного газа из гидрата к общей добыче газа газ-газогидратного пласта $\delta_h = \Delta M_d / \Delta M$;
- Коэффициент газоотдачи газ-газогидратного пласта $\eta = \Delta M / M$;
- Долю десорбированного газа к газу, первоначально содержащемуся в газогидрате (коэффициент десорбированной газоотдачи газогидрата) $\varphi = \Delta M_d / M_h^g$

Здесь M_d — масса десорбированного газа при переходе системы газогидрат-газ из состояния A (начальное) в состояние B (конечное) при неизменной гидратонасыщенности β ; $\Delta M = \Delta M_d + \Delta M_g$ — общая масса добытого газа при переходе из A в B , состоящее из добытого газа свободной газовой фазы — $\Delta M_g = (1 - \beta)\gamma\left(\frac{P^A}{T^A} - \frac{P^B}{T^B}\right)V_{por}$ и десорбированного газа из газогидрата $\Delta M_d = \alpha\beta \cdot V_{por} \cdot (\theta^A - \theta^B)$, причем, т.к. $P^A > P^B$ и $T^A > T^B$, то $\theta^A > \theta^B$. Первоначальная масса газа в пласте равна — $M = V_{por}\left[\alpha\beta\theta^A + \frac{(1 - \beta)\gamma P^A}{T^A}\right]$. Первоначальная масса газа в газогидрате — $M_h^g = V_{por} \cdot \alpha\beta\theta^A$. С учетом всего этого окончательно получим для коэффициентов следующие выражения

$$\begin{aligned} \bullet \delta_h &= \frac{\alpha\beta(\theta^A - \theta^B)}{\alpha\beta(\theta^A - \theta^B) + (1 - \beta)\gamma\left(\frac{P^A}{T^A} - \frac{P^B}{T^B}\right)}; \\ \bullet \eta &= \frac{\alpha\beta(\theta^A - \theta^B) + (1 - \beta)\gamma\left(\frac{P^A}{T^A} - \frac{P^B}{T^B}\right)}{\alpha\beta\theta^A + (1 - \beta)\gamma\frac{P^A}{T^A}}; \end{aligned}$$

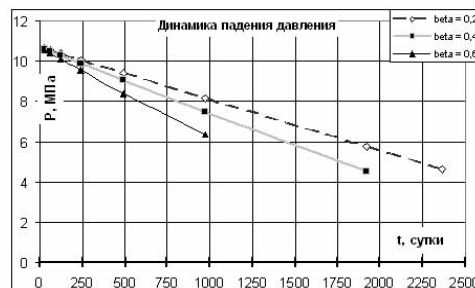


Рис. 1. Динамика давления пласта в процессе разработки газ-газогидратной залежи при $\beta = 0,2; 0,4; 0,6$



Рис. 2. Изменение температуры пласта в процессе разработки газ-газогидратной залежи при $\beta = 0,2; 0,4; 0,6$

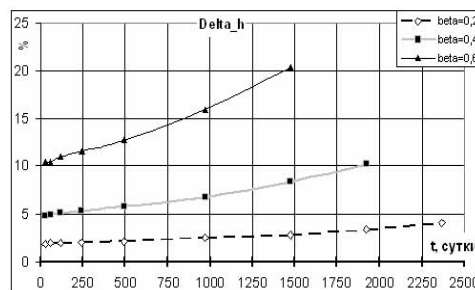


Рис. 3. Динамика доли десорбированного газа из гидрата в общей добыче газа газ-газогидратной залежи

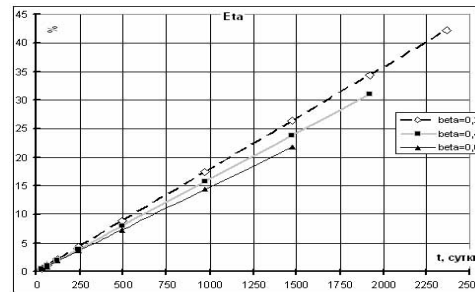


Рис. 4. Рост газоотдачи газ-газогидратного пласта в процессе его разработки

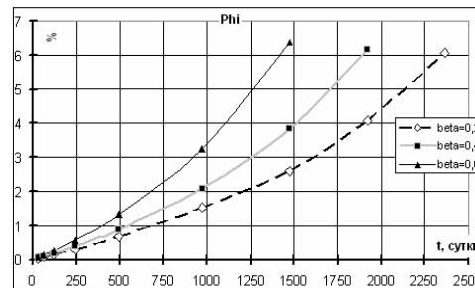


Рис. 5. Рост газоотдачи газогидрата в процессе его разработки (десорбции)

$$\bullet \varphi = 1 - \frac{\theta^B}{\theta^A}.$$

Как видно из рис. 1 пластовое давление линейно падает со временем разработки. Температура же изменяется нелинейно со временем (см. рис. 2) и это изменение тем сильнее, чем больше гидратонасыщенность β . Однако ввиду небольших изменений (десятые доли градуса) эта нелинейность мала. Из рис. 3 видно, что доля десорбированного газа пропорциональна времени разработки и с увеличением гидратонасыщенности β растет и достигает максимальной величины 20,38%, что уже не мало и представляет практический интерес. На рис. 4 представлена динамика коэффициентов газоотдачи газ-газогидратного пласта, которые линейно растут со временем разработки. На рис. 5 даны увеличение коэффициентов газоотдачи газового гидрата метана в процессе его разработки (десорбции), которые растут нелинейно со временем и тем больше, чем больше гидратонасыщенность β .

Уверенность в правильности полученных результатов придает совпадение конечных значений параметров разработки численного метода с теми значениями, которые получены из применения материального и теплового балансов при одинаковых начальных условиях (см. табл. 1), полученные в работе [1, 3, 4].

Результаты сравнения представлены в табл. 2.

Кроме того, точность численного метода можно оценить из материального баланса при постоянном дебите q_g , когда имеем $\Delta M = q_g t \rho_g^o$ следова-

Таблица 1

Результаты вычислений материального и теплового балансов

Параметры	Гидратонасыщенность		
	0,2	0,4	0,6
P^B , МПа	4,64	4,55	4,43
ΔT , К	0,288	0,545	0,787
T^B , К	277,712	277,455	277,213
θ_1^B	0,878417	0,877185	0,875114
θ_2^B	0,897254	0,896104	0,894230
θ^B	3,570177	3,545496	3,557805
δ_h , %	4,03	10,13	20,45
η , %	42,33	31,18	21,88
$\Delta M/V_{\text{por}}$	35,03	28,46	21,84
φ , %	6,05	6,17	6,37

Таблица 2

Относительная разница между численным и балансовым методами

β	T^B , К	δ_h , %	η , %	$\Delta M/V_{\text{por}}$	φ , %
0,2	0,003%	0,494%	-0,166%	-0,114%	0%
0,4	0,005%	0,686%	-0,193%	-0,106%	0%
0,6	0,013%	-0,343%	-0,229%	-0,229%	0,157%

тельно $\frac{\Delta M}{V_{\text{por}}} = \frac{gt\rho_g^\circ}{V_{\text{por}}}$, где t — время разработки, ρ_g° — плотность газа при атмосферном давлении. Для данного случая эти параметры имеют следующие значения: $q_g = 0,6 \text{ м}^3/\text{с} = 51840 \text{ м}^3/\text{сут}$; $\rho_g^\circ = 0,6679 \text{ кг}/\text{м}^3$. Данные, соответствующие различным β , и результаты вычислений приведены в табл. 3. В табл. 3 третий столбец определен численным методом, а четвертый столбец — балансовым методом. Пятый столбец представляет собой относительную разницу между ними.

В работе исследован новый метод разработки газ-газогидратных залежей, основанный на десорбции газа из газового гидрата при сохранении двухфазного равновесия газогидрат-газ. При этом не происходит разложения газового гидрата и тем самым не выделяется вода из газогидрата.

Это очень важный фактор в практике добычи природного газа. При разложении 1 кг чистого гидрата метана выделяется 0,872 кг жидкой воды, что может затруднить процесс разработки газогидратных залежей. Из полученных результатов видно, что падение пластового давления и рост коэффициента газоотдачи газ-газогидратного пласта происходят линейно со временем разработки, а изменение температуры пласта, увеличение коэффициента десорбированной газоотдачи газогидрата и доли десорбированно-

Таблица 3

**Значения параметров и результаты расчетов для баланса массы
при двухфазном равновесии гидрат-газ**

β	t , сут.	$\frac{\Delta M}{V_{\text{por}}}$ — числен. метод	$\frac{gt\rho_g^0}{V_{\text{por}}}$	относит. разность, %
0,2	2364	34,99	34,74	0,72
0,4	1922	28,43	28,24	0,66
0,6	1473	21,79	21,65	0,66

го газа в общей добыче зависят нелинейно от времени, хотя степень нелинейности у них разная: наибольшая у изменения температуры и наименьшая у δ_h , причем нелинейность увеличивается с увеличением β .

Литература

- [1] Ларионов, В.Р. Перспективы практического использования газовых гидратов в горном деле / В.Р. Ларионов, С.М. Федосеев, Б.Д. Иванов. — Якутск, 1993. — 226 с.
- [2] Nagata, J. Calculation of Dissociation Pressures of Gas Hydrates using the Kihara Model / J. Nagata, R. Kobayashi // Ind. Eng. Chem. Fundamen. — 1966. — V .5. — No. 3. — P. 344–348.
- [3] Иванов, Б.Д. Десорбция газа из гидратов при изменении равновесных условий / Б.Д. Иванов, В.В. Попов, И.Л. Хабибуллин // Ресурсы нетрадиционного газового сырья и проблемы его освоения. — Л., 1990. — С. 195–201.
- [4] Иванов, Б.Д. Десорбция газа из гидрата при фильтрации свободного газа в условиях сохранности фазовых равновесий / Б.Д. Иванов, В.В. Попов // Нетрадиционные источники углеводородного сырья и проблемы его освоения: тезисы докладов. Т. 2. Международный симпозиум, 12–16 окт. 1992 г. СПб. — СПб, 1992. — С. 68.

Поступила в редакцию 24/IV/2008;
в окончательном варианте — 24/IV/2008.

MATHEMATICAL MODELLING WATER-FREE RECOVERY OF GAS FROM GAS-GASHYDRATE STRATUM

© 2008 B.D. Ivanov²

In the paper the mathematical model of a new method of a gas-gashydrate stratum mining based on a gas desorption from a gas hydrate in preservation of a diphase equilibrium of a gashydrate-gas is investigated. At that there is no decomposition of a gas hydrate and by thus water from gashydrate is not allocated that is an important factor in a practice of recovery of natural gas. Equations of a filtration of a free gas phase in view of a gas desorption from a gashydrate in preservation of a diphase equilibrium gashydrate-gas are obtained. The numerical solution by mean of finite differences is obtained. Thus parameters of a gas-gashydrate stratum mining are obtained and their values are compared with values of these parameters, obtained from material and thermal balances. Co-incidence of results has appeared good, that prove about reliability and correctness of the obtained results.

Keywords: *gas-gashydrate stratum, diphase equilibrium, gas desorption, method of finite differences.*

Paper received 24/IV/2008.

Paper accepted 24/IV/2008.

²Ivanov Boris Dmitrievich (bdivanov@yandex.ru), Theoretical Physics Dept., Yakutsk State University, Yakutsk, 677000, Russia.