

УДК 539.3

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ НЕОДНОРОДНОСТИ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ НА ЛОКАЛИЗАЦИЮ ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ ИЗГИБЕ ДВУХСЛОЙНЫХ ПЛАСТИН¹

© 2008 В.Н. Кукуджанов, А.В. Коломиец²

Принята модель упругопластической среды, учитывающей зарождение и рост пор. Проведено численное моделирование эволюции процесса реологической потери устойчивости и локализации пластических деформаций с образованием полос адиабатического сдвига и растяжения при изгибе двухслойных пластин (плоскодеформированное состояние) под действием жесткого индентора. Обсуждается качественное различие указанных процессов в случае однородного напряженно-деформированного состояния (растяжение плоского образца) и при неоднородном состоянии (изгиб). Численное моделирование проводилось на неоднородных адаптирующихся сетках численно-аналитическим методом, основанным на расщеплении упругопластических определяющих уравнений. Исследовано образование полос локализации пластических деформаций в двухслойных пластинах при различных условиях закрепления (жесткая заделка и свободное оперение) и разных жесткостных и пластических характеристиках слоев. Показан механизм образования полос локализации в зонах растяжения материала под индентором и на краях зацебления. Предложен локальный критерий разрушения при разных НДС для пористого материала и определено предельное перемещение индентора, при котором происходит потеря несущей способности пластин с учетом изменения структуры материала.

Ключевые слова: локализация пластической деформации, двуслойные пластины, изгиб, адиабатический сдвиг.

Введение

Исследование процесса реологической потери устойчивости, разупрочнения, локализации пластической деформации, основанное на континуальном

¹Представлена доктором физико-математических наук, профессором А.В. Манжировым.

²Кукуджанов Владимир Николаевич (kukudz@ipmnet.ru), Коломиец Андрей Валерьевич (oracle04_08_84@mail.ru), лаборатория моделирования в МДТТ Института проблем механики, 119526, г. Москва, просп. Вернадского, 101, корп.1.

моделировании разрушения, позволяет описывать предповрежденное состояние материала, предшествующее разрушению [1, 2]. В настоящей работе проведено численное исследование влияния неоднородности напряженного состояния на локализацию пластических деформаций и пара-метрический анализ влияния концентрации внешнего нагружения на процесс локализации. Исследовано влияние вида закрепления торцов пластин на локализацию пластических деформаций.

1. Постановка задачи и модель материала

Рассматриваются двухслойные пластины с жестким (упругие константы: модуль Юнга равен $E = 2 \cdot 10^6$ Па, $\nu = 0,3$, предел текучести равен $\sigma_Y = 200$ Па) и мягким ($E = 2 \cdot 10^5$ Па, $\nu = 0,3$, $\sigma_Y = 100$ Па) слоями. Проводятся исследования с учетом граничных условий: свободное опирание и жесткое закрепление на обоих концах, которые прогибаются под действием штампа (случай плоской деформации). Отношение высоты пластины к длине $h/L = 1/30$. Перемещение индентора задается. Между штампом, пластиной и опорами принимался закон сухого трения с коэффициентом трения, равным 0.3. Упругопластические слои находятся друг с другом в идеальном контакте, причем слои одинаковой высоты.

Рассматривается два случая:

- 1) Верхний слой жесткий, нижний слой мягкий.
- 2) Верхний слой мягкий, нижний слой жесткий.

Применялась конечно-элементная аппроксимация. Так как наибольшие деформации пластины возникают в области под штампом и около защемленных концов, моделируемая область разбивалась неоднородной сеткой на билинейные четырехугольные элементы со сгущением в зонах около заделки и вблизи индентора. Для установления точности результатов численного интегрирования производилось разбиение рассматриваемых образцов сеткой на восьмиузловые квадратичные четырехугольные элементы с полным и сокращенным числом точек интегрирования.

При проведении численного моделирования использовался метод интегрирования уравнений упругопластических сред, в основе которого лежит метод расщепления определяющих соотношений по физическим процессам [3, 6]. Данный способ решения обладает преимуществами перед стандартными итерационными методами, так как традиционными методами в каждой точке тела приходится решать систему определяющих нелинейных уравнений, тогда как метод расщепления позволяет на каждом шаге интегрирования сводить вычисления к решению упругой задачи и решению одного уравнения на этапе корректирования для определения коэффициента корректировки.

В упругой области материал подчиняется закону Гука, в пластической области принята аддитивность скоростей деформаций и ассоциированный закон пластического течения:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} : \boldsymbol{\varepsilon}^{el}, \quad \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{el} + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl}, \quad \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} = \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}}. \quad (1.1)$$

Эффективный материал описывается пластически несжимаемой матрицей и континуальной пористостью, наличие которой приводит к зависимости поверхности нагружения типа Мизеса не только от интенсивности напряжений, но и от давления и пористости. Условие пластичности для эффективного материала предложено Гарсоном [4], исходя из решения задачи о сферически симметричном деформировании сферической поры в идеальнопластическом материале:

$$\Phi = \left(\frac{q}{\sigma_Y} \right)^2 + 2q_1 f \cosh \left(-\frac{3}{2} \frac{q_2 p}{\sigma_Y} \right) - (1 + q_3 f^2) = 0, \quad (1.2)$$

где $S = p\mathbf{I} + \boldsymbol{\sigma}$ — девиатор тензора напряжений Коши, $q = \sqrt{\frac{3}{2} S : S}$ — интенсивность касательных напряжений, $p = -(\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{I})/3$ — гидростатическое давление, $f = V_{por}/V$ — пористость (объемная доля пор в материале), $\sigma_Y(\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_m^{pl})$ — предел текучести сплошного материала (материала матрицы), зависящий от интенсивности пластических деформаций $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_m^{pl}$. Подгоночные константы q_1, q_2, q_3 введены в [5] для учета экспериментальных данных.

Рассматриваемая модель описывает поведение металлов с не слишком большой долей пор. При $f = 0$ (сплошной материал) условие пластичности Гарсона переходит в условие текучести Мизеса. В случае $f = 1$ материал полностью теряет несущую способность. При сжатии материал упрочняется, так как поры уменьшаются, а при растяжении разупрочняется из-за роста и зарождения пор. В качестве пластического потенциала принимается условие пластичности.

Упрочнение материала матрицы описывается зависимостью $\sigma_Y = \sigma_Y(\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_m^{pl})$. Исходя из того, что работа пластических деформаций выполняется только материалом матрицы, получим уравнение, описывающие эволюцию $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_m^{pl}$:

$$(1 - f)\sigma_Y \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_m^{pl} = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_m^{pl}, \quad (1.3)$$

где $\boldsymbol{\varepsilon}_m^{pl}$ — пластическая деформация материала матрицы.

Изменение пористости материала происходит вследствие роста существующих пор и зарождения новых $\dot{f} = \dot{f}_{nuk} + \dot{f}_{gr}$. Из уравнения неразрывности, считая материал матрицы пластически несжимаемым, получается уравнение для роста пор $\dot{f}_{gr} = (1 - f)\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_m^{pl} : \mathbf{I}$. Зарождение пор происходит вследствие относительного движения зерен и зависит от интенсивности скорости пластических деформаций $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl}$

$$\dot{f}_{nuk} = A \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_m^{pl}, \quad (1.4)$$

где $A(\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_m^{pl}) = \frac{f_N}{s_N \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_m^{pl} - \boldsymbol{\varepsilon}_N}{s_N} \right)^2 \right]$.

Интенсивность деформаций, при которой зарождаются поры, подчиняется нормальному распределению со средней величиной ϵ_N с дисперсией s_N . Объемная доля зарождающихся пор равна f_N . Поры зарождаются только при растяжении (объемная пластическая деформация больше нуля).

2. Результаты исследования

Снижение предела текучести связано с ростом пористости в материале. В случае, когда $f = 0$ (начальной пористости нет, а есть только зарождение), наблюдаются полосы скольжения, которые образуются под штампом (для всех рассматриваемых случаев) и около заделки. При этом зарождение пор под индентером происходит не только в нижнем слое, но и в верхнем, около границы между материалами. При увеличении перемещения штампа поры в нижнем и верхнем слоях смыкаются. В рассматриваемых задачах величины пористости (в областях возникновения сдвиговых полос) довольно большие и достигают 65%. Такое значение f_0 было выбрано с целью проследить весь процесс образования полос скольжения более детально. При жестком закреплении торцов пластин влияние растягивающих напряжений на интенсивность пластических деформаций больше, чем при граничном условии свободного опирания, вследствие чего величина пористости в первом случае выше, чем во втором. Поэтому величины силы реакции при больших деформациях пластин с жестко закрепленными торцами больше, чем для свободно опертых пластин.

Распределение пористости в сечении под штампом на расстоянии $6.67 \cdot 10^{-3}$ м от нижней стороны свободно опертой двухслойной при перемещении индентора $0.267 \cdot 10^{-2}$ м (верхний материал жесткий, нижний мягкий) пластины представлено на рис. 1. При достижении определенного прогиба в материале появляются поры, которые приводят к падению эффективного предела текучести, что в свою очередь нарушает критерий Дракера и ведет к реологической потере устойчивости материала. Дальнейший сценарий развития совпадает с тем, который наблюдался при растяжении стержня [6]. В растянутой зоне под штампом почти одновременно возникает периодическая система полос скольжения, из них затем образуются полосы локализации, в которых деформация растет быстрее, чем в соседних точках, в которых происходят разгрузка и "замораживание" пластической деформации. На следующем этапе проявляется влияние неоднородности напряженно-деформированного состояния и в полосах локализации, расположенных вблизи углов штампа, где расположены концентраторы напряжений, пластическая деформация растет значительно быстрее, чем в соседних полосах, в которых происходит разгрузка, пластическая деформация замораживается. В конечном счете деформация сосредотачивается в двух крайних полосах при полной симметрии задачи, по которым и происходит разрушение конструкции. Эта картина показана на рис. 1. При

однородном начальном состоянии при выполнении критерия потери устойчивости в теле (образце) образуется квазипериодическая структура подобных элементов (мод), и вопрос о том, в каком из элементов образуются полосы локализации деформаций зависит от случайных факторов, как это имеет место при растяжении однородного образца [6]. В задаче изгиба пластин индентором начальное состояние неоднородно, и полосы локализации концентрируются по вполне определенным линиям скольжения, исходящим из концентраторов напряженного состояния, расположенных на концах индентора. Чтобы полностью проследить этот процесс, в модель необходимо явно вводить разрушение. Иначе слишком большие сдвиги или растяжение элементов приведут к таким искажениям сетки, которые не допустимы для продолжения расчета.

Чтобы убедиться, что описанный эффект соответствует физике, а не является результатом дефекта расчета, были проведены расчеты с варьированием размеров сетки и вида конечных элементов. Они показали, что чем более точные элементы закладываются в расчет, тем яснее видна описанная картина полос локализации, а при низкой точности расчета это картина менее различима и выделение полос локализации становится невозможным (так же как это происходит при низкой разрешающей способности микроскопа). На рис. 1 видно, что характер распределения полос не зависит от выбранного шага, и с увеличением числа разбиений крайние полосы становятся все уже, а пористость в них все больше. Это ясно указывает на то, что эффект имеет физический характер. Можно говорить лишь о том, что для получения реальной толщины полосы сдвига необходимо использовать еще более мелкое разбиение. Расчеты, приведенные на рис. 2 показывают, что с увеличением числа разбиений и повышением порядка точности элемента имеется тенденция к сходимости.

При изменении геометрии конечного элемента или характерного размера элемента (8-узловые квадратичные элементы с девятью точками интегрирования) наблюдаются такая же картина и такое же распределение пористости в сечении под штампом. Причем при измельчении сетки поры концентрируются в двух крайних полосах скольжения, и количество вторичных полос, возникающих при дальнейшем деформировании, больше, чем для сетки с меньшим числом элементов.

На рис. 2 А) представлено сравнение силы, действующей на штамп, от его перемещения в зависимости от типа выбранных элементов (жесткозакрепленная пластина), где по оси x отложено перемещение штампа, а по оси y — величина силы реакции. При малых деформациях влияние выбора разбиения на конечные элементы минимально, а при увеличении перемещения индентора, что соответствует увеличению деформации пластины, происходит расхождение результатов, в зависимости от выбранного разбиения сетки. В конечном итоге, при больших перемещениях штампа (порядка толщины пластины), соответствующие большой деформации образцов, приводит к сходимости результатов: результаты, полученные с использованием

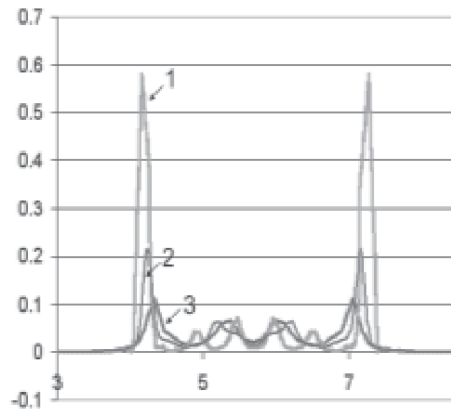


Рис. 1. Распределение пористости в сечении под штампом на расстоянии $6.67 \cdot 10^{-3}$ м от нижней стороны свободно опертой двухслойной (верхний материал жесткий, нижний мягкий) пластины при перемещении индентора $0.267 \cdot 10^{-2}$ м (1 — квадратные элементы, 120 элементов по высоте пластины; 2 — прямоугольные элементы, 60 элементов по высоте пластины; 3 — квадратные элементы, 60 элементов по высоте пластины)

4-узловых билинейных элементов с 4 точками интегрирования и 8-узловых квадратичных элементов с 4 точками интегрирования, приближаются к результатам, полученным при разбиении 8-узловыми квадратичными элементами, с девятью точками интегрирования. Поэтому выбор сетки 8-узловых квадратичных элементов с девятью точками интегрирования приводит к более точному результату.

Результаты показывают рис. 2 Б), что при измельчении сетки локализация и разупрочнение материала достигаются при все более низких значениях нагрузок. Это так, поскольку на более мелкой сетке концентрация деформаций и напряжений описывается более точно, и локальные критические напряженно-деформированные состояния достигаются раньше. Для ослабления зависимости этих критических состояний, отвечающих началу локализации, необходимы нелокальные модели, использующие осреднение напряженно-деформированного состояния по некоторому репрезентативному объему, не зависящему от дискретизации и являющемуся характеристикой материала. Соответствующее усовершенствование используемого варианта GTN-модели планируется выполнить в дальнейшем исследовании.

В табл. 1 для различных типов элементов приведены в момент перемещения штампа $2,167 \cdot 10^{-2}$ м максимальные значения в центральном сечении пластины следующих величин: пористость f , нормальное напряжение σ_{11} относительно центральной оси пластины (положительные значения соответствуют растяжению, а отрицательные сжатию), перемещения узлов в балке u_2 .

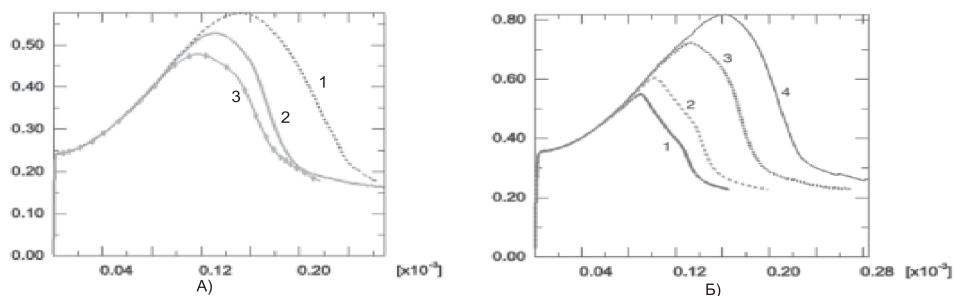


Рис. 2. Сравнение силы реакции, действующей на штамп (жестко закрепленная пластина), от его перемещения в зависимости А) — от типа выбранных четырехугольных элементов [1–50 элементов по высоте пластины; 2–40 элементов по высоте пластины; 3–30 элементов по высоте пластины; 4–20 элементов по высоте пластины]; Б) — от количества выбранных элементов выбранных элементов [1–4-узловые билинейные элементы, 4 точки интегрирования; 2 — 8-узловые квадратичные элементы, 9 точек интегрирования; 3 — 8-узловые квадратичные элементы, 4 точки интегрирования]

Таблица 1

Элементы	f	σ_{11} , Па	u_2 , м
Mesh4F	66.2%	$+2.27 \cdot 10^2$, $-3.61 \cdot 10^2$	$22.03 \cdot 10^{-3}$
Mesh8F	62.4%	$+2.24 \cdot 10^2$, $-2.93 \cdot 10^2$	$22.27 \cdot 10^{-3}$
Mesh8R	64.5%	$+2.31 \cdot 10^2$, $-2.92 \cdot 10^2$	$22.36 \cdot 10^{-3}$

Для двухслойной пластины с жесткой заделкой торцов на рис. 4 показано распределение интенсивности пластических деформаций при одинаковых значениях перемещения индентора. На рис. 5 изображено распределение пор в исследуемых образцах. Из рис. 4 видно, что жесткий на мягком слое дает большую локализацию вблизи торцов, а мягкий на жестком — под индентером. При этом величина пористости при одинаковом прогибе в пластине с жестким слоем на мягком примерно в 1,5 раза больше, чем в образце с мягким слоем на жестком.

Таким образом, варьируя положение слоев, из рассматриваемых материалов можно управлять местом разрушения и продлением ресурса жесткозакрепленной пластины.

Для свободно опертой двухслойной пластины (жесткий материал на мягком) на ранних стадиях пластического деформирования в процессе увеличения перемещения штампа под индентером возникают две полосы скольжения, в которых локализуется разрушение. С увеличением прогиба нарастает пластическая деформация и появляются еще полосы, в которых интенсивность на порядок меньше интенсивности в начальных полосах (рис. 6).

В пористом материале потеря несущей способности пластины или образование пластического шарнира происходит раньше, чем в случае идеаль-

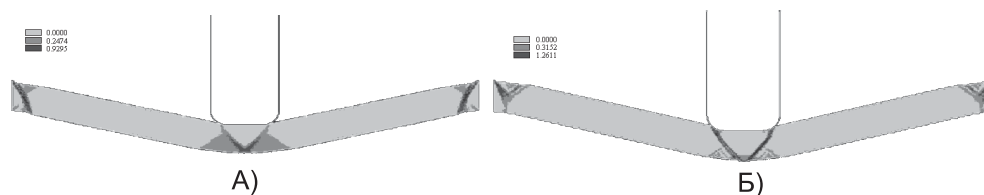


Рис. 3. Распределение интенсивности пластических деформаций в двухслойной жестко закрепленной пластине с пористостью [А) — верхний слой жесткий, Б) — верхний слой мягкий]

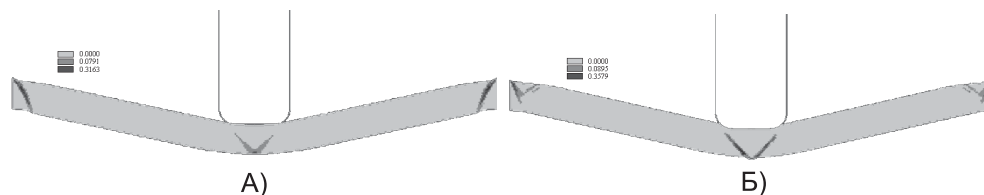


Рис. 4. Распределение пор в жестко закрепленной двухслойной пластине [А) — верхний слой жесткий, Б) — верхний слой мягкий]

нопластического материала. С ростом пористости в пластине происходит разупрочнение эффективного материала. При упругопластическом изгибе пластин из пористого материала возникают полосы сдвига, которые образуются под штампом и около торцов в случае жесткого закрепления.

При рассмотрении упругопластического изгиба двухслойной пластины, находящейся в условиях идеального контакта (верхний слой жесткий, а нижний слой мягкий), зарождение пор в области под штампом происходит не только в нижнем слое, но и в верхнем, вблизи границы между слоями. В жестко закрепленных двухслойных пластинах, при перемещении штампа $139.4 \cdot 10^{-4}$ м, и в свободно опертых двухслойных пластинах, при перемещении штампа $287.4 \cdot 10^{-4}$ м, величины пористости представлены в табл. 2. Различие в поведении конструкций связано с тем, что при изменении закрепления концов пластины координально меняется напряженно-деформи-

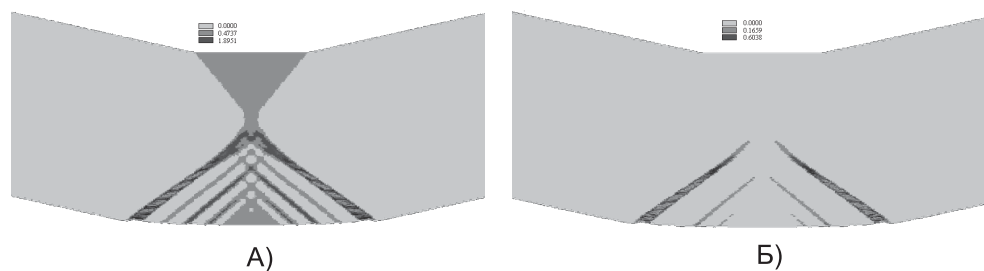


Рис. 5. Распределение в двухслойной свободно опертой пластине А) — интенсивности пластических деформаций, Б) — пористости

рованное состояние материала. Выбор пластин с мягким верхним слоем дает большую локализацию пластических деформаций под индентером, тем самым приводя к большему внедрению штампа и снижению предельной нагрузки (рис. 7). Моделирование свободно опертых двухслойных пластин дает две полосы скольжения, в которых локализуется максимальная интенсивность пластических деформаций, причем для моделей с жестким верхним слоем, за счет минимального отличия растягивающих напряжений, величина пористости в них принимает большее значение, чем в образцах с верхним мягким слоем. Численное исследование деформирования жесткозакрепленных образцов показало, что из-за больших значений интенсивности напряжений в нижнем жестком слое, чем в верхнем (мягком), и внедрения штампа в пластину локализация пор происходит в области под штампом, и значение предельной нагрузки будет меньше, чем для пластин с верхним жестким слоем. Следовательно, разрушение жесткозакрепленных двухслойных пластин произойдет быстрее в случае, когда верхний слой — мягкий, а в свободно опертой двухслойной пластине разрушение возникает раньше, когда верхний слой — жесткий. Таким образом, варьируя положение слоев, из рассматриваемых материалов можно управлять местом разрушения и увеличением ресурса пластины.

Таблица 2

		Верхний слой — жесткий, нижний слой — мягкий	Верхний слой — мягкий, нижний слой — жесткий
Перемещение штампа $139.4 \cdot 10^{-4}$ м	Жестко закрепленные двухслойные пластины	$f = 5.67\%$, $P = 237.7$ [Па]	$f = 9.14\%$, $P = 196.6$ [Па]
Перемещение штампа $287.4 \cdot 10^{-4}$ м	Свободно опертые двухслойные пластины	$f = 5.746\%$, $P = 116.4$ [Па]	$f = 3.954\%$, $P = 140.4$ [Па]

Выводы

При численном моделировании упругопластического изгиба двухслойных пластин изменение характерного размера и вида конечного элемента сетки приводит к подобному распределению полос локализации, что является подтверждением физической реальности существования полос локализации при пластической деформации в закритической стадии.

Для свободно опертых двухслойных пластин при пластическом дефор-

мировании в процессе увеличения перемещения штампа, под индентером возникают две полосы скольжения, в которых в основном и локализуется разрушение.

Показано, что для жесткозакрепленных двухслойных пластин при пластическом деформировании в процессе увеличения перемещения штампа можно управлять местом разрушения и продлением ресурса пластины (жесткий на мягком слое дает большую локализацию вблизи торцов, а мягкий на жестком — под индентером).

Литература

- [1] Кукуджанов, В.Н. Связанные модели упругопластичности и поврежденности и интегрирование их уравнений / В.Н. Кукуджанов // Известия РАН. — МТТ. — 2006. — №6. — С. 103–135.
- [2] Кукуджанов, В.Н. Реологическая неустойчивость и локализация деформаций в плоских упругопластических образцах при растяжении / В.Н. Кукуджанов, А.Л. Левитин // Известия РАН. — МТТ. — 2005. — №6. — С. 97–110.
- [3] Кукуджанов, В.Н. Метод расщепления упругопластических уравнений / В.Н. Кукуджанов // Механика твердого тела. — 2004. — №1. — С. 98–107.
- [4] Gurson, A.L. Continuum Theory of Ductile Rupture by Void Nucleation and Growth: Part I - Yield Criteria and Flow Rules for Porous Ductile Materials / A.L. Gurson // Journal of Engineering Materials and Technology. — 1977. — V. 99. — P. 2–15.
- [5] Tvergaard, V. Influence of Voids on Shear Band Instabilities under Plane Strain Condition / V. Tvergaard // Intern. J. of Fracture Mechanics. — 1981. — V. 17. — P. 389–407.
- [6] Кукуджанов, В.Н. Численно-аналитический метод расщепления для моделирования квазистатических процессов деформирования повреждающихся материалов / В.Н. Кукуджанов, А.Л. Левитин, В.С. Синюк //. Прикладные проблемы прочности и пластичности: межвуз. сборник. — 2006. — Вып. 68. — Н-Новгород. — С. 7–21.

Поступила в редакцию 14/IV/2008;
в окончательном варианте — 14/IV/2008.

EFFECT OF STRAIN-STRESS STATE INHOMOGENEITY ON PLASTIC STRAIN LOCALIZATION UNDER BENDING TWO LAYERED PLATE³

© 2008 V.N. Kukudzhanov, A.V. Kolomiec⁴

On the base of elastoplastic model taking into account a generation and a growth of mesodefects a bending of two layered plate under displacement of a rigid indenter is considered. The process of plastic strain localization in adiabatic shear bands and loss of rheological stability was investigated. The qualitative difference for these processes in the homogeneous and inhomogeneous strain-stress states is discussed. It is shown that varying size and type of finite elements does not change the distribution of bands of plastic strain localization. Numerical analytical method based on splitting of elastoplastic constitutive equations and adaptive Lagrangian-Eulerian mesh are used for the integration of the problem. The plastic strain band localization is investigated for two layers plates for different boundary condition (for free supported and rigid clamped plate) and for different layers material properties. The local criterion of failure is proposed and the indenter limit displacement related to lose of the carrying capacity are determined taking into account difference of the material structure.

Keywords: *plastic strain localization, two layered plate, bending, adiabatic shear.*

Paper received 14/IV/2008.

Paper accepted 14/IV/2008.

³Communicated by Dr. Sci. (Phys. & Math.) A.V. Manzhurov.

⁴Kukudzhanov Vladimir Nikolaevich (kukudz@ipmnet.ru), Kolomiec Andrey Valerjevich (oracle04_08_84@mail.ru), Laboratory for Modelling in Solid Mechanics, Institute for Problems in Mechanics of RAS, Moscow, 119526, Russia.