

ИНВАРИАНТЫ ИЗОБРАЖЕНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНО ПОВОРОТОВ И РАСТЯЖЕНИЙ

© 2007 О.В. Самарина¹ В.В. Славский²

В современных методах обработки цифровых изображений, например при вейвлет анализе, используют кратномасштабное представление изображения. Поэтому желательно иметь такие характеристики изображения, которые не зависели бы от масштаба, ориентации, качества снимка. Эти характеристики можно использовать для определения характерных (особых) точек изображения.

В данной работе определяются и исследуются четыре дифференциальных инварианта точки изображения относительно изменения масштаба и поворота. Аналогичные исследования проводились ранее в работах [1], [2] и [3], там же можно найти важные приложения для подобных инвариантов.

Введение

Будем рассматривать одноканальное изображение. В математической постановке это означает, что задана неотрицательная функция в некоторой области на плоскости. Будем предполагать, что функция дважды непрерывно дифференцируема, тогда справедливо разложение Тейлора второго порядка с центром в произвольной точке области. Можно считать, не ограничивая общности, что данная точка — начало координат на плоскости, тогда

$$f(x, y) = a + p_1x + p_2y + \frac{1}{2} (b_{11}x^2 + 2b_{12}xy + b_{22}y^2) + o(x^2 + y^2),$$

где

$$\begin{aligned} a &= f(0, 0), \quad p_1 = \frac{\partial f}{\partial x}(0, 0), \quad p_2 = \frac{\partial f}{\partial y}(0, 0), \\ b_{11} &= \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0, 0), \quad b_{22} = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0, 0), \quad b_{12} = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0, 0). \end{aligned}$$

Предположим, что снимок подвергся преобразованию

$$\Theta(\lambda, \rho, \phi) : f(x, y) \rightarrow e^\lambda f(e^\rho (x \cos(\phi) - y \sin(\phi)), e^\rho (x \sin(\phi) + y \cos(\phi))),$$

¹Самарина Ольга Владимировна (batgauer-olga@mail.ru), Югорский государственный университет, 628011, Россия, г. Ханты-Мансийск, ул. Студенческая 7, кор. 7, 107.

²Славский Виктор Владимирович (slavsky@uriit.ru), кафедра высшей математики Югорского государственного университета, 628011, Россия, г. Ханты-Мансийск, ул. Мира, 151, ЮНИ-ИИТ.

т.е. повороту, растяжению. Множитель e^λ можно интерпретировать как фактор поглощения среды, действующий в окрестности исследуемой точки. Нетрудно видеть, что преобразования $\Theta(\lambda, \rho, \phi)$ удовлетворяют тождеству

$$\Theta(\lambda_1, \rho_1, \phi_1) \circ \Theta(\lambda_2, \rho_2, \phi_2) = \Theta(\lambda_1 + \lambda_2, \rho_1 + \rho_2, \phi_1 + \phi_2)$$

и образуют трехмерную коммутативную группу Ли G .

Рассматривая действие группы G на пространстве $J^2(R^2, 0)$ 2-струй функций (тейлоровских разложений 2 порядка) получим, что группа G действует в пространстве параметров $t = \{a, p_1, p_2, b_{11}, b_{22}, b_{12}\} \in R^6$.

Определение 1. Будем называть функцию $I(a, p_1, p_2, b_{11}, b_{22}, b_{12})$ нетождественно равную константе инвариантом 2-го порядка, если под действием преобразований группы G она не меняется.

Пусть для произвольной функции параметров $F(a, p_1, p_2, b_{11}, b_{22}, b_{12})$ определены инфинитезимальные дифференциальные операторы $X_\lambda F$, $X_\rho F$, $X_\phi F$;

$$\begin{aligned} \left. \frac{d}{d\lambda} F(\Psi(t)) \right|_{\lambda=0, \rho=0, \phi=0} &= X_\lambda F, \\ \left. \frac{d}{d\rho} F(\Psi(t)) \right|_{\lambda=0, \rho=0, \phi=0} &= X_\rho F, \\ \left. \frac{d}{d\phi} F(\Psi(t)) \right|_{\lambda=0, \rho=0, \phi=0} &= X_\phi F. \end{aligned} \quad (i)$$

1. Случай непрерывного изображения

Будем считать, что исходное физическое изображение представляет собой дважды непрерывно дифференцируемую числовую функцию $f(x, y)$ со значениями в диапазоне $[0, 1]$.

Теорема 1. Дифференциальные операторы $X_\lambda F$, $X_\rho F$, $X_\phi F$ равны

$$\begin{aligned} X_\lambda F &= \frac{\partial F}{\partial a} a + \frac{\partial F}{\partial p_1} p_1 + \frac{\partial F}{\partial p_2} p_2 + \frac{\partial F}{\partial b_{11}} b_{11} + \frac{\partial F}{\partial b_{22}} b_{22} + \frac{\partial F}{\partial b_{12}} b_{12}, \\ X_\rho F &= \frac{\partial F}{\partial a} 0 + \frac{\partial F}{\partial p_1} p_1 + \frac{\partial F}{\partial p_2} p_2 + \frac{\partial F}{\partial b_{11}} 2b_{11} + \frac{\partial F}{\partial b_{22}} 2b_{22} + \frac{\partial F}{\partial b_{12}} 2b_{12}, \\ X_\phi F &= \frac{\partial F}{\partial a} 0 + \frac{\partial F}{\partial p_1} p_2 - \frac{\partial F}{\partial p_2} p_1 + \frac{\partial F}{\partial b_{11}} 2b_{12} - \frac{\partial F}{\partial b_{22}} 2b_{12} + \frac{\partial F}{\partial b_{12}} (-b_{11} + b_{22}). \end{aligned} \quad (1.1)$$

Доказательство. Действие группы G на параметр $t \in R^6$ определяется формулами $t \rightarrow \Psi(t)$, т.е.

$$\begin{aligned} a &\rightarrow ae^\lambda, \\ p_1 &\rightarrow (p_1 \cos(\phi) + p_2 \sin(\phi)) e^{\lambda+\rho}, \\ p_2 &\rightarrow -(p_1 \sin(\phi) - p_2 \cos(\phi)) e^{\lambda+\rho}, \\ b_{11} &\rightarrow e^{2\rho+\lambda} (b_{11} \cos^2(\phi) + b_{12} \sin(\phi) \cos(\phi) - b_{22} \cos^2(\phi) + b_{22}), \\ b_{12} &\rightarrow -e^{2\rho+\lambda} (b_{11} \sin(\phi) \cos(\phi) + b_{12} - 2b_{12} \cos^2(\phi) - b_{22} \cos(\phi) \sin(\phi)), \\ b_{22} &\rightarrow -e^{2\rho+\lambda} (-b_{11} + b_{11} \cos^2(\phi) + 2b_{12} \sin(\phi) \cos(\phi) - b_{22} \cos^2(\phi)). \end{aligned}$$

Применив данное преобразование и проведя необходимые вычисления при указанных начальных условиях, получим искомые выражения (1.1) для значения дифференциальных операторов (i).

Замечание 1. Непосредственно проверяется, что следующие функции являются инвариантами:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{p_1^2 + p_2^2}{(b_{22} + b_{11})a}, \\ I_2 &= \frac{b_{11}p_1^2 + 2b_{12}p_1p_2 + b_{22}p_2^2}{(b_{22}^2 + b_{11}^2 + 2b_{12}^2)a}, \\ I_3 &= \frac{-2b_{12}p_1p_2 + b_{11}p_2^2 + b_{22}p_1^2}{(b_{22}^2 + b_{11}^2 + 2b_{12}^2)a}, \\ I_4 &= 2 \frac{-b_{12}^2 + b_{11}b_{22}}{b_{22}^2 + b_{11}^2 + 2b_{12}^2}. \end{aligned}$$

Обозначим через

$$\begin{aligned} J_2 &= \frac{I_2}{I_1} = \frac{(b_{22} + b_{11})(b_{11}p_1^2 + 2b_{12}p_1p_2 + b_{22}p_2^2)}{(b_{22}^2 + b_{11}^2 + 2b_{12}^2)(p_1^2 + p_2^2)}, \\ J_3 &= \frac{I_3}{I_1} = \frac{(b_{22} + b_{11})(b_{11}p_2^2 - 2b_{12}p_1p_2 + b_{22}p_1^2)}{(b_{22}^2 + b_{11}^2 + 2b_{12}^2)(p_1^2 + p_2^2)}. \end{aligned}$$

Замечание 2. Инвариант I_4 выражается через инварианты I_1, I_2, I_3, J_2, J_3 следующим образом:

$$I_4 = \frac{I_2 + I_3 - I_1}{I_1} = J_2 + J_3 - 1. \quad (1.2)$$

Теорема 2. Для инвариантов J_2, J_3 справедлива точная оценка:

$$\left(J_2 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(J_3 - \frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{1}{2}. \quad (1.3)$$

Доказательство. Пусть

$$\begin{aligned} B_{11} &= b_{11}^2 + b_{22}^2 - 2b_{12}b_{22} - 2b_{11}b_{12} + 2b_{12}^2, \\ B_{12} &= b_{11}^2 - b_{22}^2, \\ B_{22} &= b_{11}^2 + b_{22}^2 + 2b_{12}b_{22} + 2b_{11}b_{12} + 2b_{12}^2. \end{aligned}$$

Выражение (1.3) представимо в виде:

$$\left(J_2 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(J_3 - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{S_1 \cdot S_2}{2},$$

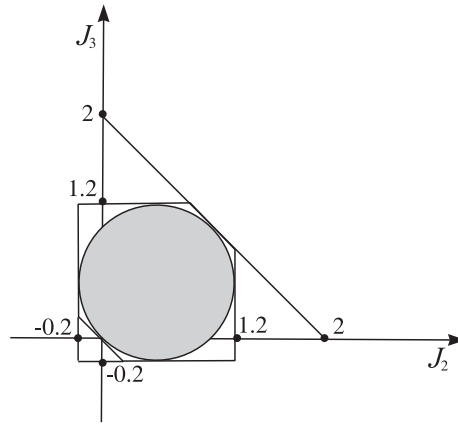
где

$$\begin{aligned} S_1 &= \frac{B_{11}p_1^2 + 2B_{12}p_1p_2 + B_{22}p_2^2}{(b_{11}^2 + b_{22}^2 + 2b_{12}^2)(p_1^2 + p_2^2)}, \\ S_2 &= \frac{B_{22}p_1^2 - 2B_{12}p_1p_2 + B_{11}p_2^2}{(b_{11}^2 + b_{22}^2 + 2b_{12}^2)(p_1^2 + p_2^2)}. \end{aligned}$$

Заметим, что $S_1 + S_2 = 2$. Введем обозначения

$$B = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}.$$

Если λ_1, λ_2 — собственные числа симметричной матрицы $\|b_{ij}\|_{i,j=1,2}$, то $2\lambda_1^2, 2\lambda_2^2$ — собственные числа симметричной матрицы $\|B_{ij}\|_{i,j=1,2}$. Следовательно, S_1, S_2 — неотрицательные и в силу известного неравенства о том, что среднее геометрическое

Рис. 1. Область значений J_2, J_3

меньше или равно среднему арифметическому получаем: $S_1 \cdot S_2 \leq 1$, что и требовалось доказать.

Следствие 1. В силу формул (1.2) и (1.3) получаем область значений для инвариантов J_2, J_3 представленную на рисунке 1.

Следствие 2. Для инвариантов J_2, J_3 и $I_4 = J_2 + J_3 - 1$ справедливы точные оценки:

$$\frac{1 - \sqrt{2}}{2} \leq J_2, \quad J_3 \leq \frac{1 + \sqrt{2}}{2}, \quad |I_4| \leq 1.$$

2. Инварианты дискретного изображения

Определим дискретный вариант инвариантов I_1, I_2, I_3, I_4 . Обозначим через $f_{i,j}$ значения функции $f(x, y)$ в узлах прямоугольной сетки с шагом сетки h_1 и h_2 по горизонтали и вертикали соответственно.

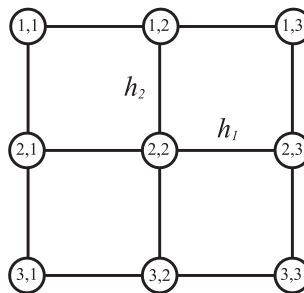


Рис. 2. Прямоугольная сетка

Возьмем тейлоровское разложение второго порядка функции $f(x, y)$ с центром в точке $(2, 2)$. Найдём значение данного разложения в узлах сетки согласно рисунку 2 и приравняем их данным $f_{i,j}$. В результате получим систему из 9 уравнений на 6 неизвестных коэффициентов тейлоровского разложения. В матричной форме ее

можно записать в виде:

$$A \cdot X = F,$$

где X — столбец из неизвестных коэффициентов $a, p_1, p_2, b_{11}, b_{12}, b_{22}$; F — столбец значений функции в узлах $f_{2,2}, f_{1,2}, f_{2,1}, f_{2,3}, f_{3,2}, f_{1,1}, f_{1,3}, f_{3,3}, f_{3,1}$; матрица A равна:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -h_1 & 0 & \frac{h_1^2}{2} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -h_2 & 0 & \frac{h_2^2}{2} & 0 \\ 1 & 0 & h_2 & 0 & \frac{h_2^2}{2} & 0 \\ 1 & h_1 & 0 & \frac{h_1^2}{2} & 0 & 0 \\ 1 & -h_1 & -h_2 & \frac{h_1^2}{2} & \frac{h_2^2}{2} & h_1 h_2 \\ 1 & -h_1 & h_2 & \frac{h_1^2}{2} & \frac{h_2^2}{2} & -h_1 h_2 \\ 1 & h_1 & h_2 & \frac{h_1^2}{2} & \frac{h_2^2}{2} & h_1 h_2 \\ 1 & h_1 & -h_2 & \frac{h_1^2}{2} & \frac{h_2^2}{2} & -h_1 h_2 \end{pmatrix}.$$

Решая эту систему методом наименьших квадратов получим

$$X = A^{-1} \cdot F, \quad (2.1)$$

где псевдообратная матрица A^{-1} равна:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{5}{9} & \frac{2}{9} & \frac{2}{9} & \frac{2}{9} & \frac{2}{9} & -\frac{1}{9} & -\frac{1}{9} & -\frac{1}{9} & -\frac{1}{9} \\ 0 & -\frac{1}{6h_1} & 0 & 0 & \frac{1}{6h_1} & -\frac{1}{6h_1} & -\frac{1}{6h_1} & \frac{1}{6h_1} & \frac{1}{6h_1} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{6h_2} & \frac{1}{6h_2} & 0 & -\frac{1}{6h_2} & \frac{1}{6h_2} & \frac{1}{6h_2} & -\frac{1}{6h_2} \\ -\frac{2}{3h_1^2} & \frac{1}{3h_1^2} & -\frac{2}{3h_1^2} & -\frac{2}{3h_1^2} & \frac{1}{3h_1^2} & \frac{1}{3h_1^2} & \frac{1}{3h_1^2} & \frac{1}{3h_1^2} & \frac{1}{3h_1^2} \\ -\frac{2}{3h_2^2} & -\frac{2}{3h_2^2} & \frac{1}{3h_2^2} & \frac{1}{3h_2^2} & -\frac{2}{3h_2^2} & \frac{1}{3h_2^2} & \frac{1}{3h_2^2} & \frac{1}{3h_2^2} & \frac{1}{3h_2^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4h_1 h_2} & -\frac{1}{4h_1 h_2} & \frac{1}{4h_1 h_2} & -\frac{1}{4h_1 h_2} \end{pmatrix}.$$

Теорема 3. Для квадратичной функции $f(x, y)$ формулы (2.1) дают точные значения коэффициентов тейлоровского разложения 2 порядка с центром в данной точке.

Доказательство. Проверяется непосредственно.

Следствие. Для квадратичной функции $f(x, y)$ формулы (2.1) позволяют вычислить точные значения инвариантов.

Замечание 3. В общем случае это решение даст приближение коэффициентов тейлоровского разложения. Тем более это справедливо для инвариантов.

Замечание 4. В процессе реальной обработки изображения используется дискретизация (квантование), следствием которой является возникновение погрешностей при вычислении тейлоровского разложения и инвариантов.

В следующих разделах статьи эти эффекты разбираются более подробно.

2.1. Квантование изображения

На этапе передачи изображения по каналу связи, оно неизбежно подвергается дискретизации. В силу технических ограничений при этом возникает прямоугольная решетка точек изображения. Рассмотрим этот важный этап обработки изображения чуть подробнее. Память компьютера способна хранить только дискретные числа. Поэтому непрерывная величина должна быть подвергнута преобразованию дискретизации с шагом Δ .

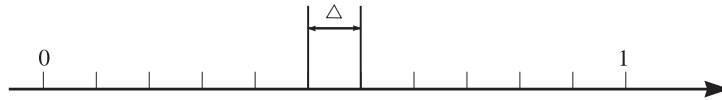


Рис. 3. Дискретизация непрерывной величины с шагом Δ

Операцию дискретизации случайной непрерывной величины по уровням часто называют квантованием. Число уровней квантования равно

$$K = \left\lceil \frac{1}{\Delta} \right\rceil.$$

В практических задачах обработки изображения величина квантования варьируется в широких пределах от $K = 2$ ("бинарные" (черно-белые) изображения) до $K = 2^{16}$ (true color — практически непрерывные значения яркости). Наиболее часто выбираются $K = 2^8$, при этом пиксел изображения кодируется одним байтом информации. Из всего вышеуказанного делаем вывод, что пикселы, хранящиеся в памяти компьютера, представляют собой результат дискретизации исходного непрерывного изображения по аргументам и по уровням.

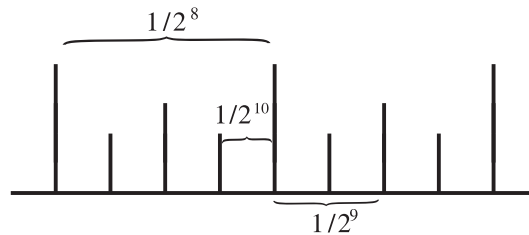


Рис. 4. Величины K и Δ

При практической реализации данного алгоритма возникают проблемы, связанные с эффектом квантования изображения. Будем предполагать, что выбрано число уровней квантования равное $K = 2^8$ и шаг квантования $\Delta = \frac{1}{2^8}$. Для частичной нейтрализации этого эффекта, при вычислении X , использован следующий метод. К значениям в узлах сетки прибавляются сгенерированные случайным образом

значения (флуктуации) равные $\pm \frac{1}{2^{10}}$ (см. рис. 4). Далее вычисляются производные и находятся медианные значения (т.е. проводится робастная фильтрация) для числителя и знаменателя инвариантов отдельно.

Теорема 4. Для функции $f(x, y)$ и для флуктуаций $\delta = \|\delta_{i,j}\|_{i,j=1,3}$, в силу линейности, формулы (2.1) дают следующие значения коэффициентов тейлоровского разложения:

$$X = (a, p_1, p_2, b_{11}, b_{12}, b_{22}) + A^{-1}\delta,$$

где компоненты $(A^{-1}\delta)_i$ вектора строки $A^{-1}\delta$ равны:

$$\begin{aligned} (A^{-1}\delta)_1 &= \frac{1}{9}(-\delta_{1,1} + 2\delta_{1,2} - \delta_{1,3} + 2\delta_{2,1} + 5\delta_{2,2} + 2\delta_{2,3} - \delta_{3,1} + 2\delta_{3,2} - \delta_{3,3}), \\ (A^{-1}\delta)_2 &= \frac{-\delta_{1,1} + \delta_{1,3} - \delta_{2,1} + \delta_{2,3} - \delta_{3,1} + \delta_{3,3}}{6h_1}, \\ (A^{-1}\delta)_3 &= \frac{-\delta_{1,1} - \delta_{1,2} - \delta_{1,3} + \delta_{3,1} + \delta_{3,2} + \delta_{3,3}}{6h_2}, \\ (A^{-1}\delta)_4 &= \frac{1}{3h_1^2}(\delta_{1,1} - 2\delta_{1,2} + \delta_{1,3} + \delta_{2,1} - 2\delta_{2,2} + \delta_{2,3} + \delta_{3,1} - 2\delta_{3,2} + \delta_{3,3}), \\ (A^{-1}\delta)_5 &= \frac{1}{3h_2^2}(\delta_{1,1} + \delta_{1,2} + \delta_{1,3} - 2\delta_{2,1} - 2\delta_{2,2} - 2\delta_{2,3} + \delta_{3,1} + \delta_{3,2} + \delta_{3,3}), \\ (A^{-1}\delta)_6 &= \frac{\delta_{1,1} - \delta_{1,3} - \delta_{3,1} + \delta_{3,3}}{4h_1h_2}. \end{aligned}$$

Следствие. При условии, что $\delta_{i,j}$ независимы и распределены по нормальному закону $N(0, \sigma)$, для компонентов вектора X получаем:

$$\begin{aligned} X_1 &\in N\left(a, \frac{\sigma\sqrt{5}}{3}\right), \quad X_2 \in N\left(p_1, \frac{\sigma}{\sqrt{6}h_1}\right), \quad X_3 \in N\left(p_2, \frac{\sigma}{\sqrt{6}h_2}\right), \\ X_4 &\in N\left(b_{11}, \frac{\sigma\sqrt{2}}{h_1^2}\right), \quad X_5 \in N\left(b_{12}, \frac{\sigma}{2h_1h_2}\right), \quad X_6 \in N\left(b_{22}, \frac{\sigma\sqrt{2}}{h_2^2}\right). \end{aligned}$$

Как следствие этого, возникает ограничение на значения h_1, h_2 – они не могут быть малыми.

2.2. Оценки погрешностей тейлоровского разложения

Рассмотрим тейлоровское разложение 3-его порядка для произвольной функции $f(x, y)$ с центром в данной точке

$$\begin{aligned} f(x, y) &= a + p_1x + p_2y + \frac{1}{2}(b_{11}x^2 + 2b_{12}xy + b_{22}y^2) + \\ &+ \frac{1}{6}(b_{111}x^3 + 3b_{112}x^2y + 3b_{122}xy^2 + b_{222}y^3) + o((x^2 + y^2)^{3/2}). \end{aligned}$$

Теорема 5. Для функции $f(x, y)$ порядка m формулы (2.1) дают следующие значения коэффициентов тейлоровского разложения:

$$X = (a, p_1, p_2, b_{11}, b_{12}, b_{22}) + \varepsilon_3 + \dots + \varepsilon_m,$$

где

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{6} (0, b^{(3,0)} h_1^2 + 2b^{(1,2)} h_2^2, 2b^{(2,1)} h_1^2 + b^{(0,3)} h_2^2, 0, 0, 0), \quad (2.2)$$

$$\varepsilon_4 = \frac{1}{12} \left(-\frac{4b^{(2,2)} h_1^2 h_2^2}{3}, 0, 0, b^{(4,0)} h_1^2 + 4b^{(2,2)} h_2^2, 4b^{(2,2)} h_1^2 + b^{(0,4)} h_2^2, \right. \\ \left. 2(b^{(3,1)} h_1^2 + b^{(1,3)} h_2^2) \right). \quad (2.3)$$

Остальные слагаемые имеют порядок малости ≥ 4 .

Доказательство. Проверка формул (2.2), (2.3) была проведена при помощи пакета Mathematica.

Следствие. В общем случае погрешность имеет порядок $C(h_1^2 + h_2^2)$, где константа C зависит лишь от третьей и четвертой производной.

3. Экспериментальная часть

Было рассмотрено три тематических типа изображений: космические снимки, фотографии естественного и искусственного происхождения (рис. 5а). В результате проведенных экспериментов были выбраны инварианты $\frac{1}{I_1}$, J_2 , J_3 , как наиболее устойчивые с вычислительной точки зрения. Гистограммы распределения значений инвариантов $\frac{1}{I_1}$, J_2 , J_3 для тестовых изображений приведены на рис. 5.

Матрица корреляции величин $\frac{1}{I_1}$, J_2 , J_3 для изображения test1:

$$C_1 = \begin{pmatrix} 1.0000 & 0.0009 & 0.0005 \\ 0.0009 & 1.0000 & -0.0291 \\ 0.0005 & -0.0291 & 1.0000 \end{pmatrix}.$$

Матрица корреляции величин $\frac{1}{I_1}$, J_2 , J_3 для изображения test2:

$$C_2 = \begin{pmatrix} 1.0000 & 0.0036 & 0.0026 \\ 0.0036 & 1.0000 & 0.0649 \\ 0.0026 & 0.0649 & 1.0000 \end{pmatrix}.$$

Матрица корреляции величин $\frac{1}{I_1}$, J_2 , J_3 для изображения test3:

$$C_3 = \begin{pmatrix} 1.0000 & 0.1808 & -0.2920 \\ 0.1808 & 1.0000 & 0.0191 \\ -0.2920 & 0.0191 & 1.0000 \end{pmatrix}.$$

Заключение

На основании проведенных экспериментов можно сделать вывод о том, что рассмотренные в данной статье инварианты $\frac{1}{I_1}$, J_2 , J_3 слабо коррелируют между собой и, следовательно, данный набор числовых характеристик можно использовать в задачах распознавания изображений, отыскания снимков по образцу, задачах фотограмметрии.

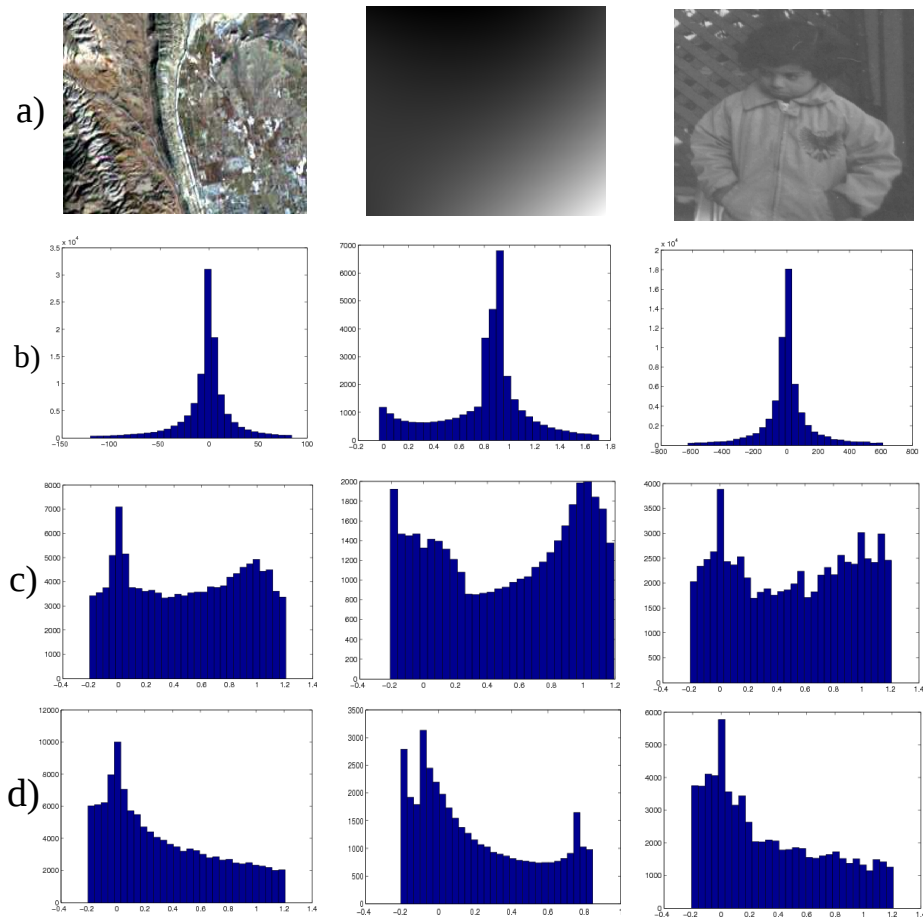


Рис. 5. Гистограммы распределения значений инварианта: а) — Тестовые изображения test1, test2, test3; б) — инвариант $\frac{1}{I_1}$; в) — инвариант J_2 ; г) — инвариант J_3

Литература

- [1] Peter, J. Olver. Equivalence, Invariants, and Symmetry / J. Peter // Cambridge University Press, 1995.
- [2] Walker, K.N. Locating Salient Facial Features Using Image Invariants / K.N. Walker, T.F. Cootes, C.J. Taylor // Medical Biophysics. — UK: Manchester University. — 1998.
- [3] Gouet, M.V. Stereo Matching of Color Images Using Differential Invariants / M.V. Gouet, P. Montesinos, D. Pele // International Conference on Image Processing. — 1999.

Поступила в редакцию 17/I/2007;
в окончательном варианте — 17/I/2007.

IMAGE INVARIANTS TO THE EFFECT OF ROTATIONS AND ELONGATION

© 2007 O.V.Samarina,³ V.V.Slavsky⁴

In modern methods of digital images processing multiresolution representation of a image is used, for example, at wavelet analysis. Therefore it is desirable to have such characteristics of the image which would not depend on orientations, qualities and scale of a picture. Those characteristics can be used for definition of characteristic (special) points of the image. In the paper we define and investigate four differential invariant points of the image concerning change of scale and turn. Similar researches were given earlier in works [1], [2] and [3]. There it is possible to find important appendices for similar invariants.

Paper received 17/I/2007.

Paper accepted 17/I/2007.

³Samarina Olga Vladimirovna (batgauer-olga@mail.ru), Ugorsk State University, Khanty–Mansiysk, 628011, Russia.

⁴Slavsky Viktor Vladimirovich (slavsky@uriit.ru), Ugorsk State University, Khanty–Mansiysk, 628011, Russia.