

ДИНАМИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ В МАТЕРИАЛАХ СО СЛОЖНОЙ СТРУКТУРОЙ

© 2007 Д.А. Индейцев, В.Н. Наумов, Б.Н. Семенов¹

На основе предлагаемой двухкомпонентной модели материала, испытывающего структурные превращения, рассматривается влияние на них динамических и эволюционных процессов. Отмечается существенная роль внутренних взаимодействий, обусловленных как внутренними силами между компонентами, так и обменными процессами, описывающими изменение составов обеих компонент. Предлагаемая модель проиллюстрирована конкретными примерами.

Введение

Механика сплошной среды отвлекается от такого важного физического свойства материала как дискретное строение реальных тел и оперирует с так называемой сплошной средой — непрерывной совокупностью материальных точек, находящихся в движении. Предполагается, что свойства частиц этой среды не изменяются при дроблении на сколь угодно малые части [1].

Такой подход обнаруживает явное несоответствие с известными экспериментами, которые, к примеру, указывают на возможность структурно-фазовых превращений в материале под действием сильных полей. Последние подразумевают потерю устойчивости решетки и зарождение локально сдвигово-неустойчивых возбужденных областей — дефектов структуры, которые, вообще говоря, находятся в динамическом равновесии с окружающим объемом материала.

Иначе говоря, сложная структура материала определяется наличием внутренних степеней свободы, определяющих динамику его дискретного строения и которые при определенном воздействии могут приводить к изменению основных макропараметров, используемых обычно при описании материала известными уравнениями механики сплошной среды.

Как показано в работе [2, 3], одним из подходов описания поведения сплошной среды является использование двухкомпонентной модели. Последняя позволяет дать объяснение некоторым физическим явлениям, которые до последнего времени не нашли четкого понимания. Это касается, в

¹Индейцев Дмитрий Анатольевич, Наумов В.Н., Семенов Борис Николаевич, Институт проблем машиноведения РАН, г. Санкт-Петербург, 199178, В.О., Большой пр., 61.

частности, вопроса об особенности распространения механических и температурных импульсов в твердых телах при кратковременных лазерных воздействиях [4], а также влияние динамических и эволюционных эффектов на фазово-структурные превращения в материалах.

Классические подходы, используемые для описания последних, обычно предполагают введение дополнительных параметров и их учет в определяющих уравнениях. Необходимые термодинамические соотношения в этом случае служат тем фундаментом, который позволяет доопределить новые переменные. Указанный подход позволяет, к примеру, изучить устойчивость возможных границ раздела новых фаз. Тем не менее, используемые известные подходы не позволяют детально рассмотреть роль динамических и эволюционных процессов, происходящих в материале и влияющих на его структурные изменения.

Приведенные в работе основные уравнения двухкомпонентной модели и решение их указывают на существенную роль эволюции внутренней структуры материала и позволяют, в некоторой степени, описать вышеуказанные физические явления.

1. Основные уравнения динамики двухкомпонентной модели

Ниже при записи общих уравнений движений точек двухкомпонентного тела будет использоваться Эйлерово описание, [1–3]. Рассматривается некоторое множество частиц, целиком или частично заполняющее ”контрольный объем” (см. [3]), область в выбранной системе отсчета.

Пусть $\mathbf{V}(\mathbf{x}, t)$ — вектор скорости материальной точки (частицы) материала в целом и векторы скорости $\mathbf{V}_k(\mathbf{x}, t)$, k -й компоненты материальной точки, которая в момент времени t проходит через место, отмечаемое пространственным вектором \mathbf{x} . Скорости $\mathbf{V}_k(\mathbf{x}, t)$ можно трактовать как скорости центров масс 1-й и 2-й частей точки тела, соответствующих компонентам 1 и 2.

В формуле (1.1) скорость $\mathbf{V}(\mathbf{x}, t)$ определяется следующим образом

$$\rho(\mathbf{x}, t)\mathbf{V}(\mathbf{x}, t) = \rho_1(\mathbf{x}, t)\mathbf{V}_1(\mathbf{x}, t) + \rho_2(\mathbf{x}, t)\mathbf{V}_2(\mathbf{x}, t). \quad (1.1)$$

Предполагается выполнение закона сохранения массы материала в целом

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0. \quad (1.2)$$

В этих уравнениях $\rho(\mathbf{x}, t)$, $\rho_1(\mathbf{x}, t)$, $\rho_2(\mathbf{x}, t)$ — плотность рассматриваемого материала в целом и плотности 1-й и 2-й материальных компонент.

В ряде случаев при описании двухкомпонентных сред следует учитывать обмен массами между компонентами

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_1 \mathbf{V}_1) &= \chi_{m1}(\mathbf{x}, t), \\ \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_2 \mathbf{V}_2) &= \chi_{m2}(\mathbf{x}, t).\end{aligned}\tag{1.3}$$

Здесь χ_{m1} , χ_{m2} — функции скоростей производства или «исчезновения» массовых плотностей материальных компонент. В силу закона сохранения массы в целом (1.3) имеем

$$\chi_{m1} + \chi_{m2} = 0,\tag{1.4}$$

что кажется совершенно естественным. Таким образом, материальные компоненты рассматриваемого деформируемого тела предполагаются взаимно открытыми.

Наряду с уравнениями баланса масс (1.3) в двухкомпонентной модели при необходимости можно записать уравнения баланса частиц, [3], как носителей разнообразных реологических свойств материальных компонент.

Общее уравнение динамики для двухкомпонентного тела имеет вид [3]

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \rho \mathbf{F} = \rho_1 \frac{d_1 \mathbf{V}_1}{dt} + \rho_2 \frac{d_2 \mathbf{V}_2}{dt} + \chi_{m1}(\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2).\tag{1.5}$$

Здесь \mathbf{F} — массовая плотность распределенной внешней нагрузки.

Вводя в рассмотрение (постулируя) полный тензор напряжений $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_1 + \boldsymbol{\tau}_2$ и массовую плотность полной внешней силы $\rho \mathbf{F} = \rho_1 \mathbf{F}_1 + \rho_2 \mathbf{F}_2$ уравнение динамики можем переписать в виде двух уравнений, относящихся к каждой материальной компоненте

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_1 + \rho_1 \mathbf{F}_1 + \mathbf{Q} &= \rho_1 \frac{d_1 \mathbf{V}_1}{dt} + \chi_{m1} \mathbf{V}_1, \\ \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_2 + \rho_2 \mathbf{F}_2 - \mathbf{Q} &= \rho_2 \frac{d_2 \mathbf{V}_2}{dt} + \chi_{m2} \mathbf{V}_2,\end{aligned}\tag{1.6}$$

где \mathbf{Q} — сила взаимодействия между материальными компонентами. Конкретное выражение силы взаимодействия \mathbf{Q} зависит от подробностей внутренней структуры деформируемой двухкомпонентной среды. Предполагая, что $\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_2 = \mathbf{V}$ получаем традиционную форму записи уравнения (1.6)

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \rho \mathbf{F} = \rho \frac{d\mathbf{V}}{dt}.\tag{1.7}$$

Отметим, что записанные уравнения для двухкомпонентного тела (двухкомпонентной среды) согласуются с уравнениями механики сплошных гетерогенных сред, [8, 9] приспособленных для изучения многообразных смесей.

Изложение в данном параграфе следует материалу работ, содержащихся в книгах [2, 3].

Уравнение баланса энергии, которое обычно называется первым началом, широко используется в механике сплошных сред. Первое начало термодинамики формулирует учение о различных формах энергии и путях перехода из одной формы в другую. Основная (идеологическая) трудность

дальнейшего изложения заключается в корректном введении понятия внутренней энергии и полной энергии для представительного объема многокомпонентной среды. Под полной энергией частиц среды, находящихся в представительном объеме, будем понимать сумму кинетической и внутренней энергий. Следует иметь в виду, что кинетическая энергия является аддитивной функцией массы и поэтому может быть представлена интегралом по массе. Внутренняя энергия аддитивна по частицам среды, среди которых могут быть и безынерционные.

Далее воспользуемся традиционным взглядом на аддитивность внутренней энергии по массе. В таком случае выражение полной энергии представительного объема двухкомпонентной среды приобретает вид в локальной форме

$$\begin{aligned} \rho_1 \left(\frac{d_1 U_1}{dt} + \mathbf{V}_1 \cdot \nabla U_1 \right) + \rho_2 \left(\frac{d_2 U_2}{dt} + \mathbf{V}_2 \cdot \nabla U_2 \right) + \rho \left(\frac{d_{12} U_{12}}{dt} + \mathbf{V} \cdot \nabla U_{12} \right) = \\ = \boldsymbol{\tau}_1 \cdot \nabla \mathbf{V}_1 + \boldsymbol{\tau}_2 \cdot \nabla \mathbf{V}_2 + \mathbf{Q} \cdot (\mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_1) - \nabla \cdot \mathbf{h} + \rho q + \\ + \chi_{m1} \left(\frac{1}{2} \mathbf{V}_1 \cdot \mathbf{V}_1 - U_1 \right) + \chi_{m2} \left(\frac{1}{2} \mathbf{V}_2 \cdot \mathbf{V}_2 - U_2 \right). \end{aligned} \quad (1.8)$$

Уравнение (1.8) имеет весьма общий вид, многие его члены требуют разъяснения и трактовки, а само уравнение дальнейшего преобразования. В частности, появившаяся еще в уравнениях динамики сила межкомпонентного взаимодействия \mathbf{Q} имеет выражение, которое явно определяется структурой рассматриваемой деформируемой среды.

В соответствии с идеей двухкомпонентности изучаемой деформируемой среды введем в рассмотрение потоки тепла (как потоки энергий немеханического характера) $\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2$ в обеих материальных компонентах и \mathbf{h}_{12} поток тепла, отвечающий межкомпонентной субстанции. Кроме того, вводятся в рассмотрение температуры Θ_1, Θ_2 первой и второй компонент сред и Θ_{12} межкомпонентную температуру. Отметим, что, если тепловые характеристики, относящиеся к первой или второй компонентам, воспринимаются довольно естественно, то аналогичные характеристики, равно как и энергия U_{12} , относящиеся к межкомпонентной субстанции, требуют дополнительного углубленного осмысления (хотя наличие этих величин, как членов уравнения баланса энергии не лишено определенного смысла). Далее предполагается, что $U_{12} = 0$. Это приводит к тому, что нет необходимости вводить тепловые характеристики, относящиеся к межкомпонентной связи. Кроме того предположим также отсутствие функций источников массовых плотностей компонент, χ_{m1}, χ_{m2} .

Следуя сказанному, разобьем уравнение баланса энергий (1.8) на два следующих уравнения:

$$\begin{aligned} \rho_1 \left(\frac{d_1 U_1}{dt} + \mathbf{V}_1 \cdot \nabla U_1 \right) = \boldsymbol{\tau}_1 \cdot \nabla \mathbf{V}_1 + \frac{1}{2} \mathbf{Q} \cdot (\mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_1) - \\ - \nabla \cdot \mathbf{h}_1 + \rho_1 q_1 + \chi_{m1} \left(\frac{1}{2} \mathbf{V}_1 \cdot \mathbf{V}_1 - U_1 \right) - Q \end{aligned} \quad (1.9)$$

и

$$\begin{aligned} \rho_1 \left(\frac{d_2 U_2}{dt} + \mathbf{V}_2 \cdot \nabla U_2 \right) = \mathbf{r}_2 \cdot \nabla \mathbf{V}_2 + \frac{1}{2} \mathbf{Q} \cdot (\mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_2) - \\ - \nabla \cdot \mathbf{h}_2 + \rho_2 q_2 + \chi_{m2} \left(\frac{1}{2} \mathbf{V}_2 \cdot \mathbf{V}_2 - U_2 \right) + Q. \end{aligned} \quad (1.10)$$

Здесь Q — теплота межкомпонентного теплообмена и $\mathbf{h} = \mathbf{h}_1 + \mathbf{h}_2$ — вектор общего потока тепла. Традиционная запись второго закона термодинамики обычно приводится в виде неравенства Клаузиуса—Дюгема: скорость изменения внутренней энтропии среды не меньше скорости притока энтропии в эту среду извне [1]. Данная там общая формулировка относится к классическому однокомпонентному деформируемому телу. В нашем же случае двухкомпонентной среды и записи уравнения баланса энергии (1.8) в виде двух уравнений представляется возможным введение двух абсолютных температур $\Theta_1 > 0$, $\Theta_2 > 0$, отнесенных каждая к своей компоненте, двух внутренних энтропий и, наконец, формулировки второго начала термодинамики в виде двух неравенств

$$\frac{d}{dt} \int_{(V)} \rho_1 S_1 dV \geq \int_{(V)} \left[\frac{\rho_1 q_1}{\Theta_1} + \frac{Q}{\Theta_2} \right] dV - \int \mathbf{n} \left[\frac{\mathbf{h}_1}{\Theta_1} - \rho_1 \mathbf{V}_1 S_1 \right] dS, \quad (1.11)$$

$$\frac{d}{dt} \int_{(V)} \rho_2 S_2 dV \geq \int_{(V)} \left[\frac{\rho_2 q_2}{\Theta_2} + \frac{Q}{\Theta_1} \right] dV - \int \mathbf{n} \left[\frac{\mathbf{h}_2}{\Theta_2} - \rho_2 \mathbf{V}_2 S_2 \right] dS. \quad (1.12)$$

Здесь V — объем представительной области, содержащей частицы обеих компонент, S — поверхность, ограничивающая выделенный объем.

Для одномерного случая приведенные выше уравнения имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_1}{\partial x} - \rho_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} + \rho_1 F_1^e - R = 0, \\ \frac{\partial \sigma_2}{\partial x} - \rho_2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} + \rho_2 F_2^e + R = 0, \end{aligned} \quad (1.13)$$

$$\begin{aligned} \lambda_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} - c_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} = E_1 \alpha_1 \Theta_0 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x \partial t} - \rho_1 b_1 - \kappa(T_1 - T_2), \\ \lambda_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} - c_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} = E_2 \alpha_2 \Theta_0 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x \partial t} - \rho_2 b_2 + \kappa(T_1 - T_2). \end{aligned} \quad (1.14)$$

С учетом выражений для напряжений

$$\sigma_k = E_k (\epsilon_k - \alpha_k (\Theta_k - \Theta_0)), \quad k = 1, 2$$

уравнения (1.12) приобретают вид

$$\begin{aligned} E_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} - \rho_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} - E_1 \alpha_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} + \rho_1 F_1^e - R = 0, \\ E_2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} - \rho_2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} - E_2 \alpha_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} + \rho_2 F_2^e + R = 0. \end{aligned} \quad (1.15)$$

Уравнения (1.15) представляют собою связанные уравнения динамики одномерного двухкомпонентного тела (стержня), уравнения (1.14) описывают распространение температуры в первой и второй компонентах. Следует отметить, что в силу принятого предположения о малости величин $\frac{\partial \rho_1}{\partial x}$, $\frac{\partial \rho_2}{\partial x}$, u_1 , u_2 , T_1 , T_2 и всех их производных по времени и пространственной координате была произведена линеаризация записанных уравнений термоупругости.

Итак, в силу уравнений (1.13) и (1.14) взаимодействие между компонентами одномерного двухкомпонентного стержня осуществляется через R — силу межкомпонентного механического взаимодействия и $\kappa(T_1 - T_2)$ — межкомпонентные температурные взаимодействия.

2. Особенности поведения различных моделей под действием нестационарных нагрузений

Указанные уравнения (1.14) и (1.15) в этом случае необходимо решать при соответствующих начальных и краевых условиях. Для эффективной реализации решения поставленных задач удобно сопоставить им следующие структурно-реологическое представление.

В общем случае такие модели позволяют наглядно произвести дискретизацию уравнений в частных производных с последующим их численным решением.

Общий вид структурно-реологической модели приводится на следующем рисунке.

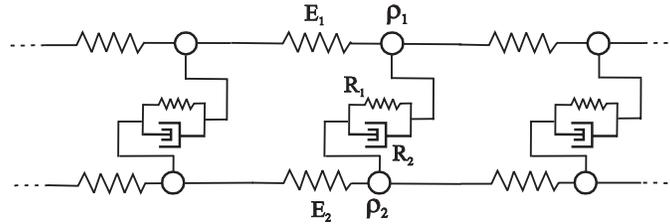


Рис. 1. Структурно-реологическая двухкомпонентная модель

В соответствии с приведенной структурно-реологической схемой (рис. 1) силовое взаимодействие материальных компонент предполагается линейным упруго-вязким.

$$R = R_1(u_1 + u_2) + R_2 \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} - \frac{\partial u_2}{\partial t} \right). \quad (2.1)$$

Следует отметить, что некоторые работы, посвященные исследованиям сверхкоротких лазерных воздействий, используют двухкомпонентные моде-

ли, в которых силовое межкомпонентное взаимодействие полагается нелинейным [10–13].

Данная двухкомпонентная модель может отражать свойства большого количества реальных термоупругих тел (материалов). В настоящей работе модель двухкомпонентного тела используется для анализа явлений, связанных со спецификой сверхкоротких (ультракоротких) интенсивных лазерных воздействий на материал. То есть двухкомпонентность образца позволяет рассматривать его как систему 2-х взаимопроникающих континуумов, обладающих каждый своими собственными свойствами, а также совокупными свойствами, происходящими от сосуществования материальных компонент друг с другом.

Первой материальной компоненте во всех случаях (случаях рассмотрения металлов, неметаллов или полупроводников) отводится роль жесткого каркаса тела (образующего остов образца). Эта компонента моделирует кристаллическую решетку твердого тела, в узлах которой располагаются массивные (малоподвижные) частицы (атомы, ионы). В первом (грубом) приближении предполагается описание первой материальной компоненты как физически и геометрически линейного континуума.

Вторая материальная компонента моделирует множество мелких частиц (множество электронов), взаимодействующих с 1-й компонентой. Характер взаимодействия частиц 2-й компоненты друг с другом зависит от физических свойств рассматриваемого образца.

Специфика воздействия материальных компонент друг на друга, а также характер взаимодействия частиц внутри каждой компоненты влияют на реологические свойства образца (материала) в целом.

Основным предположением для металлов является утверждение о слабой связи между 1-й и 2-й материальными компонентами. То есть утверждается, что силы взаимодействия между компонентами малы, $R \approx 0$.

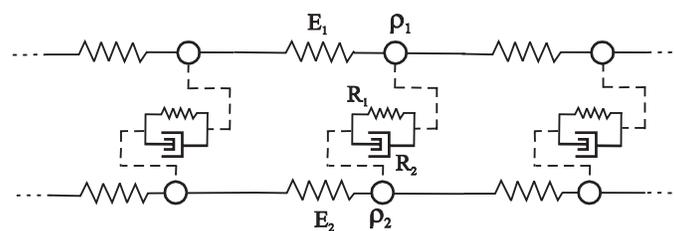


Рис. 2. Структурно реологическая двухкомпонентная модель, отражающая свойства металлов

На рис. 2 пунктиром изображены сильно ослабленные перекрестные силовые связи между 1-й и 2-й компонентами. Частицы 2-й компоненты могут свободно пронизывать кристаллическую решетку образца, практически не взаимодействуя силовым образом с 1-й компонентой. Но все же первая

и вторая компоненты оказывают воздействие друг на друга в основном через температурные поля.

Вообще говоря, для металлов можно предположить, что между компонентами имеет место вязкое взаимодействие (взаимодействие, пропорциональное относительной скорости частиц компонент), $R = R_2 \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} - \frac{\partial u_2}{\partial t} \right)$. Наличие таких сил вязкого взаимодействия может отражать факт отвода энергии в механической модели двухкомпонентного тела.

Учитывая выше сказанное о слабости механического взаимодействия 1-й и 2-й материальных компонент, исходные уравнения динамики и теплопроводности перепишем в виде

$$E_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} - \rho_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} - E_1 \alpha_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} = 0, \quad (2.2)$$

$$E_2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} - \rho_2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} - E_2 \alpha_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} = 0, \quad (2.3)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} - c_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} = E_1 \alpha_1 \Theta_0 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x \partial t} - \kappa(T_1 - T_2), \quad (2.4)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} - c_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} = E_2 \alpha_2 \Theta_0 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x \partial t} + \kappa(T_1 - T_2). \quad (2.5)$$

Уравнения (2.2)–(2.5) описывают два взаимопроникающих континуума, механически друг с другом не взаимодействующих (в действительности можно все же учесть некоторое их слабое механическое взаимодействие).

Дальнейший учет специфики металлических свойств образца предполагает слабость взаимодействия частиц 2-й компоненты между собою. Это позволяет считать $E_1 \ll E_2$. Таким образом, 2-я компонента уподобляется разряженному газу, частицы которого слабо взаимодействуют друг с другом.

Кроме того, известно, что теплопроводность металлов в большой степени определяется движением и взаимодействием носителей тока — электронов проводимости свободных электронов) [14]. Поскольку у большинства металлов решеточный (фононный) коэффициент теплопроводности меньше электронного коэффициента теплопроводности, $\lambda_1 \ll \lambda_2$, можно с хорошей точностью заменить общую теплопроводность на электронную. С точки зрения рассматриваемой феноменологической двухкомпонентной двухтемпературной модели учет этого фактора позволяет переписать уравнения (2.1)–(2.4) в следующем виде:

$$E_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} - \rho_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} - E_1 \alpha_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} = 0, \quad (2.5)$$

$$E_2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} - \rho_2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} - E_2 \alpha_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} = 0, \quad (2.6)$$

$$-c_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} = E_1 \alpha_1 \Theta_0 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x \partial t} - \kappa(T_1 - T_2), \quad (2.7)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} - c_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} = E_2 \alpha_2 \Theta_0 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x \partial t} + \kappa(T_1 - T_2). \quad (2.8)$$

Уравнение (2.7) отражает отсутствие теплопроводности в первой компоненте модели. Поглощение в металлическом образце энергии мощного лазерного излучения (или потока быстрых электронов) вызывает, в первую очередь, разогрев электронной компоненты среды. Разогрев ионной компоненты происходит в результате электрон-фононного взаимодействия, [14].

Характерное время электрон-ионной релаксации по энергии в конденсированной среде составляет $\tau_e \approx 10^{-12} s$, а время установления локального термодинамического равновесия в каждой из подсистем (компонент) $\approx 10^{-14} s$. Следовательно, при описании взаимодействия с веществом ультракоротких (длительностью $10^{-14} < \tau_b < 10^{-9} s$ импульсов электронного или лазерного излучения необходимо учитывать локальную разность температур между электронами и решеткой. В диапазоне времен нагружения образца для этого следует использовать двухтемпературную модель сплошной среды [14, 15].

Как отмечалось ранее, импульсное лазерное воздействие вызывает в первую очередь нагрев электронной компоненты. Феноменологически это означает, что нагружение образца осуществляется путем импульсного температурного воздействия на вторую (электронную) компоненту. Разогрев первой (ионной) компоненты модели происходит в результате электрон-фононного взаимодействия (в рассматриваемой структурно-реологической модели это осуществляется за счет обменных температурных членов в уравнениях теплопроводности для обеих компонент). Поскольку теплопроводность в первой материальной компоненте предполагается малой, температурное поле по этой компоненте практически не распространяется. Следствием температурного обмена со второй (электронной) компонентой является развитие деформационного поля, распространяющегося в виде волнового импульса.

Конкурирующая возможность описывать волновой характер распространения температурных импульсов вдоль одномерного образца, может быть связана с гиперболичностью уравнений теплопроводности, [10–13, 21–22].

В диэлектриках, не имеющих свободных электронов, перенос энергии теплового движения, в основном, осуществляется фононами — квазичастицами, квантами упругих колебаний атомов кристаллической решетки. Феноменологически, это означает, что пренебрегать теплопроводностью первой материальной компоненты не следует. Поскольку в диэлектрике электронная компонента не является свободной, для двухкомпонентной модели неметалла характерным будем считать наличие достаточно сильной упруго-вязкой связи между 1-й и 2-й компонентами.

Частицы второй компоненты (электроны), имея сильную связь с первой компонентой, между собою взаимодействуют слабо. В пределе можно предположить, что взаимодействия внутри второй компоненты нет совсем (оно очень слабое). Подобная механическая модель была предложена в ра-

ботах [1], [19] для описания поля вибраций в объектах сложной структуры, в которых характерным является наличие некоторой несущей конструкции и прикрепленного к ней оборудования. Аналогия с рассматриваемой структурно-реологической двухкомпонентной моделью просматривается полная.

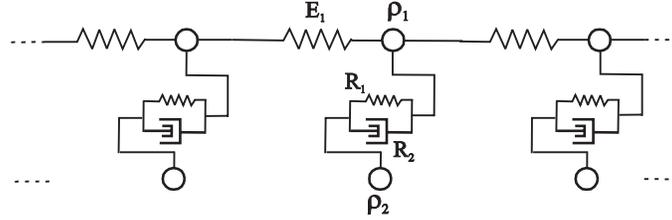


Рис. 3. Структурно реологическая двухкомпонентная модель, отражающая свойства неметаллов

Учет высказанных выше предположений позволяет записать уравнения движения и теплопроводности двухкомпонентной модели в виде

$$E_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} - \rho_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} - E_1 \alpha_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} - R = 0, \quad (2.10)$$

$$E_2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} - \rho_2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} - E_2 \alpha_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} + R = 0, \quad (2.11)$$

$$-c_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} = E_1 \alpha_1 \Theta_0 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x \partial t} - \kappa(T_1 - T_2), \quad (2.12)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} - c_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} = E_2 \alpha_2 \Theta_0 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x \partial t} + \kappa(T_1 - T_2). \quad (2.13)$$

Силу механического взаимодействия между компонентами можно принять в прежнем линейном виде $R = R_1(u_1 - u_2) + R \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} - \frac{\partial u_2}{\partial t} \right)$. В неметаллах (изоляторах) тепловая энергия от высокоинтенсивного источника в первую очередь передается фоновой подсистеме (1-й компоненте), а лишь затем от фононов к колебательным степеням свободы молекул тела.

2.1. Особенности поведения металлических образцов под действием сверхкоротких лазерных воздействий

В качестве примера рассмотрим те явления, которые были отмечены в работе [4], где экспериментально обнаружено, что скорости распространения наносекундных импульсов давления, возбужденных лазерным импульсом, в некоторых металлических фольгах превосходят значение продольной скорости звука в этих материалах.

Обратимся за анализом явления к модели двухкомпонентного термоупругого одномерного стержня. Полная система уравнений одномерного термоупругого двухкомпонентного стержня приведена выше, (2.10)–(2.13).

Объектом рассмотрения является металлический образец, подвергаемый действию короткого лазерного импульса — наносекундной ($ns, 10^{-9} s$) длительности. Сделаем некоторые предположения, которые кажутся правдоподобными при анализе сверхкороткого лазерного воздействия на тонкую металлическую фольгу и лежат в русле современных представлений [10–13].

Первая компонента рассматриваемого двухкомпонентного термоупругого тела представляет собою достаточно жесткую "конструкцию" — формирующую каркас всего тела. При сверхкоротком лазерном облучении массивные частицы этой компоненты слабо воспринимают силовое и практически не воспринимают температурное воздействия. В силу массивности частиц 1-й компоненты она остается мало подвижной. Теплопроводность этой компоненты полагается малой по сравнению с теплопроводностью второй компоненты, $\lambda_1 \ll \lambda_2$.

Вторая материальная компонента предполагается гораздо более легкой по сравнению с первой, $\rho_2 \ll \rho_1$. В силу этого влияние механического движения второй компоненты на первую следует признать незначительным. Температурное же воздействие со стороны второй компоненты на первую осуществляется через коэффициент теплообмена k . Можно предположить, что лазерный импульс оказывает силовое воздействие в основном на первую материальную компоненту и оказывает температурное воздействие в основном на вторую (более легкую) материальную компоненту.

Итак, в дальнейшем модельном рассмотрении предполагается, что кратковременное лазерное воздействие реализуется в виде силового импульса, действующего на первую материальную компоненту, и температурного импульса, действующего на вторую компоненту. Удельное соотношение силового и температурного воздействия зависит от способа нагружения лазерным импульсом. Предполагается, что оба нагружающих импульса имеют одинаковую длительность, $\tau \approx 0.2 \cdot 10^{-9} s$. Поскольку задачи о нагружении обеих материальных компонент стержня (2.9)–(2.12) в математическом отношении линейны, возможно применить принцип суперпозиции.

Термомеханические параметры обеих компонент для дальнейшего модельного расчета принимаются такими, что скорость распространения волнового импульса по второй компоненте больше скорости распространения импульса по первой компоненте, $v_2 = \sqrt{\frac{E_2}{\rho_2}} > \sqrt{\frac{E_1}{\rho_1}}$.

$$v_2 = \sqrt{\frac{E_2}{\rho_2}} > \sqrt{\frac{E_1}{\rho_1}}$$

Примем, что лазерный нагружающий импульс оказывает преимущественное температурное воздействие на образец. Результаты такого модельного расчета представлены графиками на рис. 4–5.

Кривые на рис. 4 показывают зависимости от времени средних скоростей $v_\alpha = \frac{v_1 \rho_1 + v_2 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}$ некоторых сечений двухкомпонентного стержня (стержня сложной структуры). Сравнение результатов, полученных расчетным путем здесь и в первом параграфе, показывает:

Кривые на рис. 5 показывают зависимости от времени средних темпера-

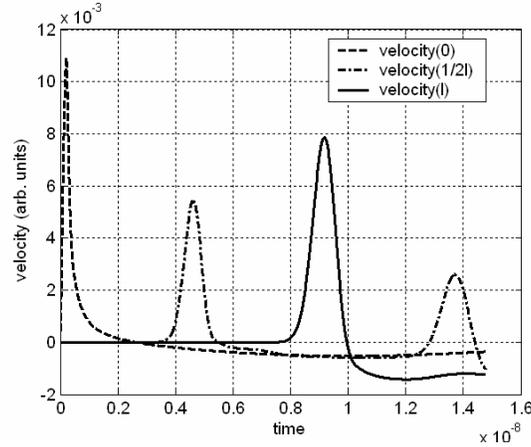


Рис. 4. Средние скорости некоторых сечений двухкомпонентного стержня

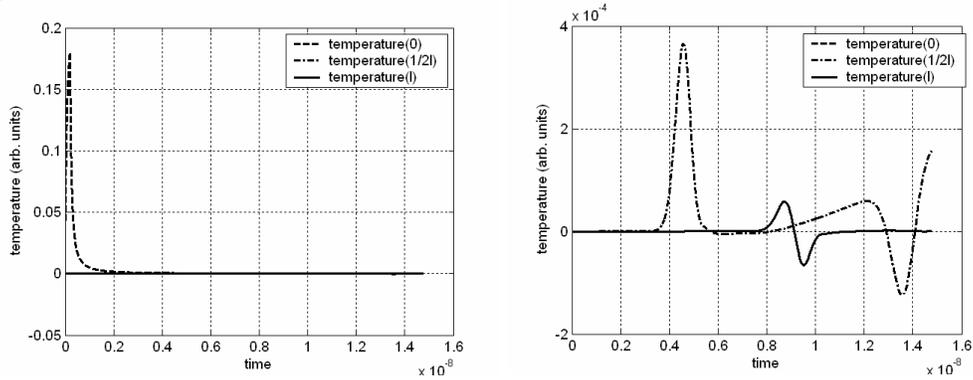


Рис. 5. Средние температуры некоторых сечений двухкомпонентного стержня

тур $T_\alpha = \frac{T_1 c_{\epsilon 1} \rho_1 + T_2 c_{\epsilon 2} \rho_2}{c_{\epsilon 1} \rho_1 + c_{\epsilon 2} \rho_2}$ некоторых сечений двухкомпонентного стержня (стержня сложной структуры).

Рис. 4, 5 показывают, что скорость распространения волновых импульсов, вызванных наносекундным температурным ударом в двухкомпонентном стержне близка к скорости распространения импульса по второй компоненте $v_2 = \sqrt{\frac{E_2}{\rho_2}} \approx 5.6 \cdot 10^3 \frac{m}{s}$, что примерно на 50% больше, чем скорость распространения импульса по однокомпонентному стержню, описанному в первом параграфе. Таким образом, наличие 2-й материальной компоненты в теле позволяет моделировать волновой характер распространения температурных возмущений, причем со скоростью большей, чем скорость распространения механических возмущений по 1-й компоненте.

2.2. Динамические эффекты в задачах о фазово-структурных превращениях в материале

На примере одноосного нагружения стержня конечной длины, поведение материала которого описывается исходя из модели двухкомпонентной сплошной среды [16], показывается существенная роль эволюционных процессов, описывающих перестройку структуры материала, а также динамические процессы, вызванные нестационарным нагружением.

Полученный результат сравнивается с решением аналогичной задачи, полученной на базе реологической однокомпонентной модели с известной диаграммой σ – ϵ с характерным участком немонотонности. Выбранная диаграмма полностью соответствует хорошо известному представлению зависимости свободной энергии от деформации, используемой в работах [5–7]. Основным результатом проведенного исследования является необходимость учета динамических процессов, проявление которых наиболее существенно при описании поведения материала на нисходящем участке диаграммы σ – ϵ , а также возможность существования остаточного поля деформации по длине стержня при наличии явно выражены минимумов зависимости упругой энергии от деформации.

В математической интерпретации это соответствует известным понятиям в теории нелинейных динамических систем:

- точка бифуркации,
- устойчивый предельный цикл,
- странный аттрактор – притягивающий центр и т.д.

Осуществить переход от уравнений механики сплошной среды к указанному классу уравнений нелинейных динамических систем является, как представляется, одной из важных проблем современной механики сложного континуума.

В рамках этого раздела на примере одноосного нагружения стержня конечной длины, поведение материала которого описывается исходя из модели двухкомпонентной сплошной среды [2, 3] показывается существенная роль динамических процессов на перестройку материала, а также приводится уравнение вида Льенара [17], решение которого качественно описывает динамический характер структурных превращений.

2.2.1. Постановка задачи

Основные уравнения и граничные условия поведения стержня, жестко заделанного одним концом и испытывающим силовое динамическое нагружение на другом, имеют вид:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2.14)$$

— уравнение баланса импульса. Предполагается, что к покоящемуся в начальный момент времени $t = 0$ стержню длиной l

$$u(x, 0) = \sigma(x, 0) = 0, \quad (2.15)$$

один конец которого заделан

$$u|_{x=l} = 0, \quad (2.16)$$

а ко второму свободному концу в момент времени прикладывается зависящая от времени нагрузка

$$\sigma|_{x=0} = \sigma_0(t).$$

Уравнение состояния материала стержня, учитывающее структурные превращения материала, имеет вид

$$\sigma = E_0 \varepsilon \frac{\kappa}{\kappa + n(\varepsilon, t)}. \quad (2.17)$$

Здесь $n(\varepsilon, t)$ — концентрация частиц новой фазы, $N(\varepsilon, t)$ — концентрация частиц основной фазы в материале, κ — отношение упругих модулей новой и старой фаз.

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \alpha(\varepsilon)N - \beta(\varepsilon)n, \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} = -\alpha(\varepsilon)N + \beta(\varepsilon)n \quad (2.19)$$

— уравнения баланса частиц в элементарном объеме.

Начальные распределения для концентраций новой и старой фаз

$$n(\varepsilon, 0) = 0 \text{ и } N(\varepsilon, 0) = \psi. \quad (2.20)$$

Последнее означает, что в начальный момент времени основная структура не содержит присоединенных дефектов и их присоединение существенно зависит от свойств материала и параметров нагружения.

Приведенные уравнения являются частью основных уравнений двухкомпонентной модели сплошной среды [17], поэтому поясним те упрощения, которые были сделаны при их написании. Первое уравнение определяет динамическое поведение основной структуры материала стержня. Уравнение динамики "дефектной структуры", которая может ослаблять основную, при пренебрежении силами инерции [17] приводит к определению скорости частиц этой среды по формуле, аналогичной формуле Дарси [23], но с коэффициентом "диффузии", зависящим от деформации. Эффект ослабления основной структуры подробно описан в работе [21], поэтому появление уравнения состояния указанного выше вида здесь не обсуждается. Заметим только, что оно физически очевидно, т.к. при $n \rightarrow 0$, т.е. при отсутствии присоединившейся части дефектной среды к основной структуре, очевидно гуковское поведение материала, а при $n \rightarrow n_\infty$, где n_∞ — некоторое предельное значение концентрации, очевидно появление новой структуры с другими модулями упругости.

Уравнение баланса масс "дефектной" структуры и ее части, присоединившейся к основной, записанное через их концентрации не содержит конвективной диффузионной части. В качестве "оправдания" выбранной ситуации можно считать, что структурные изменения по всей длине происходят "почти" мгновенно. Как известно из экспериментальных данных, скорость таких изменений действительно может быть много больше скорости звука в материале.

Обратим внимание, что источниковые члены в правой части балансовых уравнений в общем случае зависят от уровня деформаций. Каждый из членов α , β характеризует скорость обмена между частицами основной и "дефектной" структурами. В дальнейшем принимаем, что $\alpha(\epsilon) = \alpha_0 = \text{const}$, а $\beta(\epsilon) = \beta_0 e^{-\epsilon}$.

2.2.2. Решение задачи

В силу сложности рассматриваемой задачи воспользуемся процедурой Бубнова–Галеркина для построения решения первого уравнения (2.14). Будем искать перемещение $u(x, t)$ в виде

$$u(x, t) = \frac{U_0(t)}{l} \cdot x, \quad \text{тогда} \quad \epsilon(x, t) = \frac{U_0(t)}{l}. \quad (2.21)$$

Очевидно пренебрежение волновыми процессами при этом приближении, но при рассматриваемом нагружении основной интерес представляет асимптотическое поведение, близкое к статическому. Т.е. и в дальнейшем будет предполагаться такое распределение перемещений $u(x, t)$ по длине стержня.

Применяя процедуру Бубнова–Галеркина к уравнению (2.14) получим

$$\sigma = \sigma_0(t) - \frac{\rho l^2}{3} \ddot{\epsilon}. \quad (2.22)$$

Исключая из системы (2.18)–(2.19) $N(t)$, с учетом $\alpha(\epsilon) = \alpha_0 = \text{const}$ и начальных условий для $N(t)$ и $n(t)$ получим для уравнение

$$\dot{n} + (\beta + \alpha_0) \cdot n - \alpha_0 \psi. \quad (2.23)$$

Выразим $n(t)$ из уравнения состояния (2.17) через σ и ϵ

$$n = \kappa \frac{E_0 \epsilon - \sigma}{\sigma}. \quad (2.24)$$

После замены $n(t)$ в соответствии с (2.24) запишем (2.23) в виде

$$\sigma \dot{\epsilon} - \dot{\sigma} \epsilon = \frac{\sigma}{E_0 \kappa} [\alpha_0 \psi \sigma - \kappa (\beta(\epsilon) - \alpha_0) (E_0 \epsilon - \sigma)] \quad (2.25)$$

и с учетом (2.22) после сравнительно простых преобразований получим из (2.25)

$$\ddot{\epsilon} + \lambda \mu \dot{\epsilon} + \lambda \left[1 - \mu \frac{3\ddot{\sigma}_0 - \rho_0 l_0^2 \ddot{\epsilon}}{3\sigma_0 - \rho_0 l_0^2 \ddot{\epsilon}} \right] \epsilon = \frac{3}{\rho l^2} \sigma_0(t), \quad (2.26)$$

где $\lambda = \frac{3}{1 + \frac{\alpha_0 \Psi}{(\beta(\epsilon) + \alpha_0) \kappa}}$, а $\mu = \frac{c_0}{(\beta(\epsilon) + \alpha_0) l}$.

В предположении, что $\mu \ll 1$, в уравнении (2.26) можно пренебречь вторым слагаемым, стоящим в квадратных скобках

$$\ddot{\epsilon} + \lambda \mu \dot{\epsilon} + \lambda \epsilon = \frac{3}{\rho c_0^2} \sigma_0(t). \tag{2.27}$$

Решать это уравнение будем при начальных условиях

$$\epsilon(0) = \dot{\epsilon}(0) = 0.$$

Заметим, что коэффициент при $\dot{\epsilon}$, определяющий вязкость, в силу малости μ также мал.

Для анализа рассматриваемой задачи выберем следующие параметры:

Модуль Юнга $E = 1.5 \cdot 10^{11} Pa$, плотность $\rho = 6 \cdot 10^3 kg/m^3$, $\kappa = 0.1$, $\psi = 1$, $\alpha = 10000 s^{-1}$, $l = 1 m$ зависимость коэффициента β от деформации имеет вид $\beta = 500000 \cdot \exp(-80 \cdot \epsilon)$.

При выбранных параметрах диаграмма $\sigma-\epsilon$ имеет вид, представленный на рис. 6.

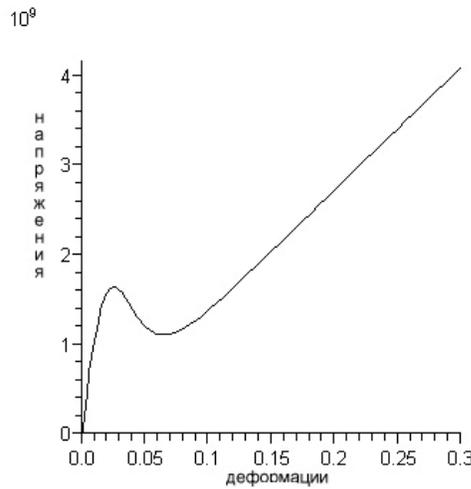


Рис. 6. Средние температуры некоторых сечений двухкомпонентного стержня

Эта диаграмма имеет три характерных участка изменения: 1 — возрастающий, 2 — ниспадающий, 3 — опять возрастающий с модулем отличным от модуля первого участка.

Предполагаем, что прикладываемое напряжение меняется по следующему закону

$$\sigma_0(t) = \begin{cases} \sigma_0 \sin\left(\frac{\pi t}{2t_0}\right), & t < t_0; \\ \sigma_0, & t \geq t_0. \end{cases} \quad (2.28)$$

Здесь σ_0 — амплитуда прикладываемого напряжения, а t_0 — время его нарастания до максимума.

Построим решение при следующих значениях прикладываемого напряжения $\sigma_0 = 1.627 \cdot 10^9$ (рис. 7), $1.629 \cdot 10^9$ (рис. 8).

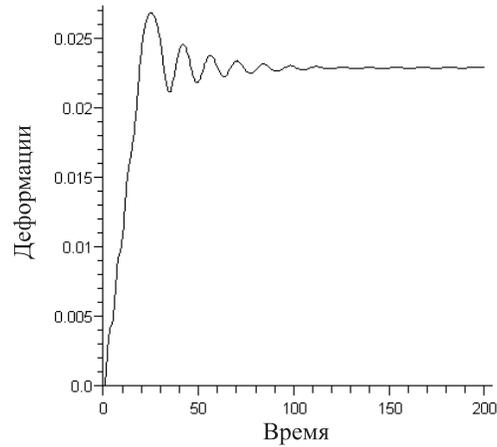


Рис. 7. Зависимость $\varepsilon(t)$ при $\sigma_0 = 1.627 \cdot 10^9$

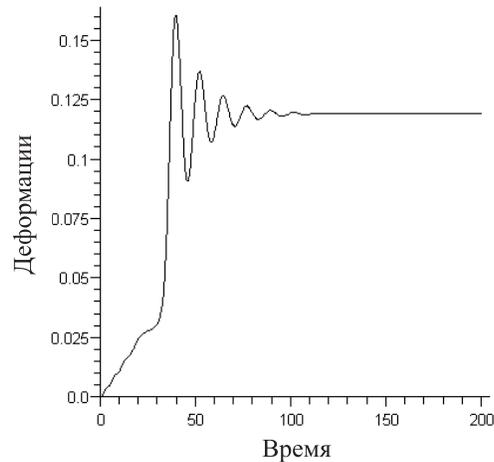


Рис. 8. Зависимость $\varepsilon(t)$ при $\sigma_0 = 1.629 \cdot 10^9$

Из анализа полученных для рассматриваемых нагрузений результатов

следует, что при нагрузке с амплитудой $\sigma_0 = 1.629 \cdot 10^9$ происходит переход в другое структурное состояние (с первого участка диаграммы σ – ϵ на третий). Заметим, что на диаграмме переход с первого на второй участок (рис. 6) реализуется при $\epsilon = 0.02532626284$, $\sigma = 1.639522287 \cdot 10^9$.

Посмотрим, что происходит при нагружении с разгрузкой, т.е. прикладываемое напряжение имеет вид

$$\sigma_1(t) = \sigma_0(t) \cdot [H(t) - H(t - t_1)] + \sigma_1 \cdot H(t - t_1). \quad (2.29)$$

Здесь $H(t)$ — функция Хевисайда, t_1 — время начала разгрузки (в рассматриваемом случае разгрузка осуществляется скачком до уровня напряжений σ_1).

Анализ будем проводить при разгрузке от $\sigma_0 = 1.8 \cdot 10^9$ до следующих значений $\sigma_1 = 1.3 \cdot 10^9$, (рис. 9), $\sigma_1 = 1.2 \cdot 10^9$ (рис. 10), $\sigma_1 = 0$ (рис. 11).

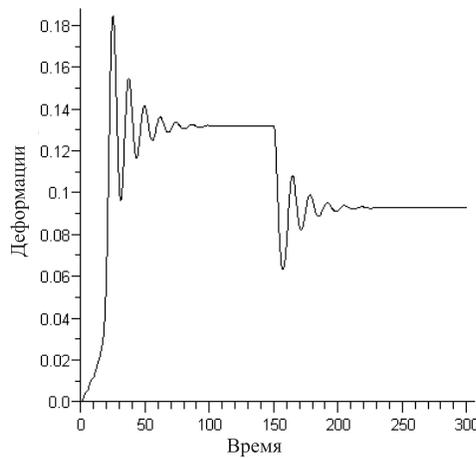


Рис. 9.

Полученное решение демонстрирует существенное влияние эволюционных процессов на перестройку структуры, определенной уравнением состояния (2.21). Показано, что одночленная аппроксимация исходной задачи качественно описывает динамические эффекты при переходе от одного устойчивого положения структуры к другому.

Заметим, что рассмотренный пример не позволяет изучить такое интересное явление как образование при полной разгрузке остаточных областей новой фазы. Ниже приводится пример, указывающий на их возможное образование.

2.3. Образование участков новой фазы в материале стержня при нестационарном нагружении

В качестве дальнейшего примера рассматривается деформация растяжения одномерного объекта — стержня. Сечение $x = 0$ закреплено (неподвиж-

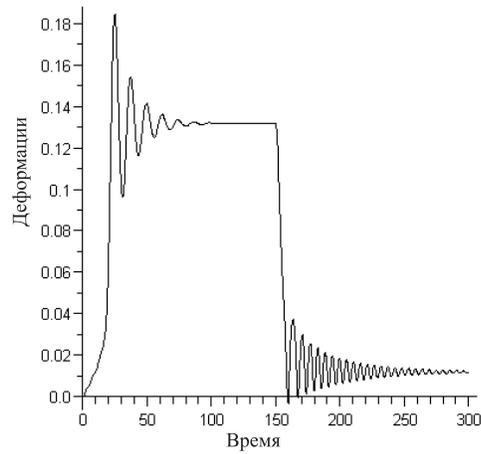


Рис. 10.

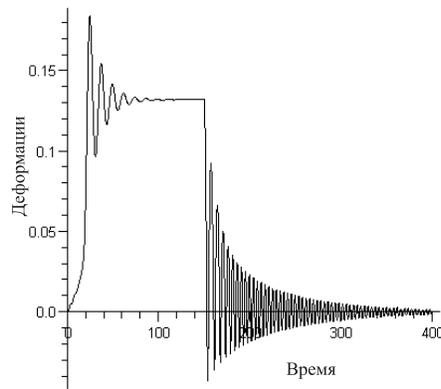


Рис. 11.

но), в сечении $x = L$ задается силовое $\sigma(t, L) = F_0(t)/S$ нагружения. Предполагаем, что сила монотонно возрастает от нулевого значения настолько медленно, что весь процесс силового нагружения можно мыслить протекающим квазистатически.

Предположим также, что диаграмма $\varepsilon \sim \sigma$, то есть зависимость напряжения (усилия), развивающегося в стержне, от деформации имеет следующее представление

$$\sigma = 2E_0 \left(1 - \frac{\varepsilon}{a} \tan \alpha_0\right) \left[\frac{1}{\sqrt{\tan^2 \alpha_0 + \left(1 - \frac{\varepsilon}{a} \tan \alpha_0\right)^2}} - \cos \alpha_0 \right] + E_\varepsilon. \quad (2.29)$$

Данное соотношение является аналогом выражения усилия, вырабатываемого элементом — фермой Мизеса, [18]. Таким образом, можно представить себе, что мы имеем дело с одномерным непрерывным стержнем, в каждой точке которого напряжение в зависимости от деформации описывается уравнением (2.29) и графически изображается немонотонной кривой рис. 12.

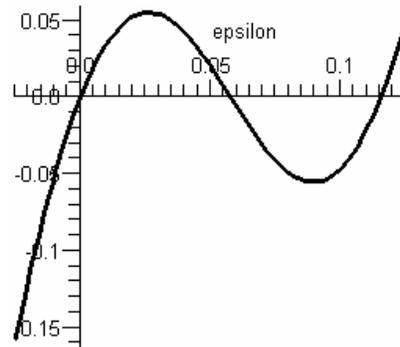


Рис. 12.

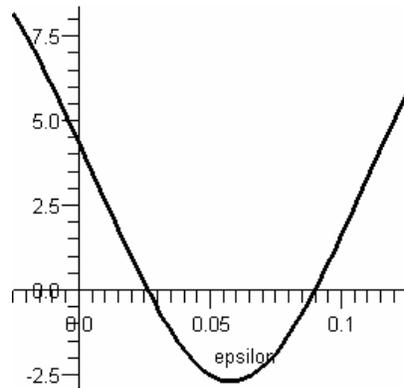


Рис. 13.

Диаграмма, изображенная на рис. 12, традиционно используется при обсуждении состояний равновесия устройств типа фермы Мизеса (или материалов, имеющих на диаграмме падающие участки). "Перескок" из состояния 1-й восходящей ветви диаграммы на 2-ю при прямом деформировании (нагрузении) и из состояния 2-й восходящей ветви на 1-ю при обратном деформировании (разгрузке) связывают с динамическим поведением модели. Таким образом, эти перескоки имеют в виду, когда говорят о динамическом процессе при переходе из одного состояния равновесия в другое, но при этом самую динамику, как правило, не рассматривают, то есть пользуются модификацией диаграммы $\epsilon \sim \sigma$, дополняя ее, например, горизонтальными отрезками.

Совершенно, однако, очевидно, что при скрупулезном изучении динамического поведения рассматриваемого модельного (а может быть и реального) материала следует пользоваться полной диаграммой, описываемой уравнением (2.29). То есть для любого значения деформации (перемещения) однозначно определяется напряжение (сила), вырабатываемое материалом (моделью) в точке.

Рассматривается, вообще говоря, динамическое деформирование одномерного стержня согласно уравнению

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} - \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0. \quad (2.30)$$

Далее, исходя из уравнения (2.29), имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} = -2E_0 \frac{\tan \alpha_0}{a} & \left[\frac{1}{\sqrt{\tan^2 \alpha_0 + \left(1 - \varepsilon \frac{\tan \alpha_0}{a}\right)^2}} - \cos \alpha_0 \right] + \\ & + \frac{2E_0 \left(1 - \varepsilon \frac{\tan \alpha_0}{a}\right)^2 \tan \alpha_0}{\left[\tan^2 \alpha_0 + \left(1 - \varepsilon \frac{\tan \alpha_0}{a}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}} a} + E. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Последнее соотношение отражает "модуль упругости" (коэффициент жесткости) материала стержня в зависимости от величины деформации. Кривая на рис. 13 дает представление об этой зависимости.

Вид зависимостей рис. 12, 13 говорит о возможности заменить соотношения (2.29), (2.31) более простыми аналитическими выражениями. Например, в качестве коэффициента "упругости" (жесткости) можно принять квадратичную зависимость от деформации.

Рассмотрим далее стержень, первоначально пребывающий в покое $u(x, 0) = 0$, $\frac{\partial u(x, 0)}{\partial t} = 0$, закрепленный на левом конце $u(0, t) = 0$ и нагружаемый на правом конце заданием силы $F_L(t) = F_0(H(t) - H(t - \tau))\left(\frac{t}{\tau}\right)^2$. Такое выражение силы принято с тем, чтобы уподобить силовое нагружение медленному (квазистатическому) процессу и сгладить рывок в момент начала нагружения. По истечении времени τ происходит разгрузка путем внезапного снятия нагружающей силы.

Получение аналитического решения поставленной задачи о деформировании описанного стержня представляется весьма трудоемким и вряд ли возможным в конечном виде. Для анализа напряженного и деформированного состояний стержня используем приближенный подход и численные методы.

Сплошной одномерный стержень заменим дискретной моделью в виде совокупности N сосредоточенных масс, связанных между собою соединениями, "жесткость" которых соответствует уравнению (2.31). Кажется очевидным, что параметры дискретной модели можно подобрать так, чтобы

выполнялись некоторые условия эквивалентности дискретной и континуальной моделей. Вопрос данной эквивалентности в настоящей работе не обсуждается, получаемые далее результаты рассматриваются с точки зрения здравого смысла.

Уравнение (2.29) выбрано лишь для анализа модельного академического примера. Дискретную модель одномерного стержня удобно представить себе в виде последовательной цепочки ферм Мизеса с сосредоточенными массами. В уравнении (2.29) E_0, α_0, a, E — некоторые внутренние параметры модели материала стержня. Для дальнейшего анализа принимаются следующие относительные модельные значения параметров стержня: $E_0 = 1, \alpha_0 = \pi/3, a = 0.1, E = 1, \tau = T_0/10$.

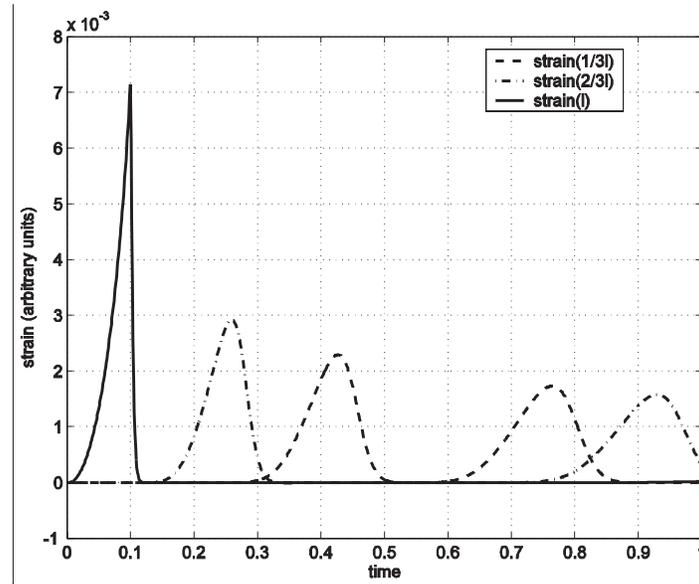
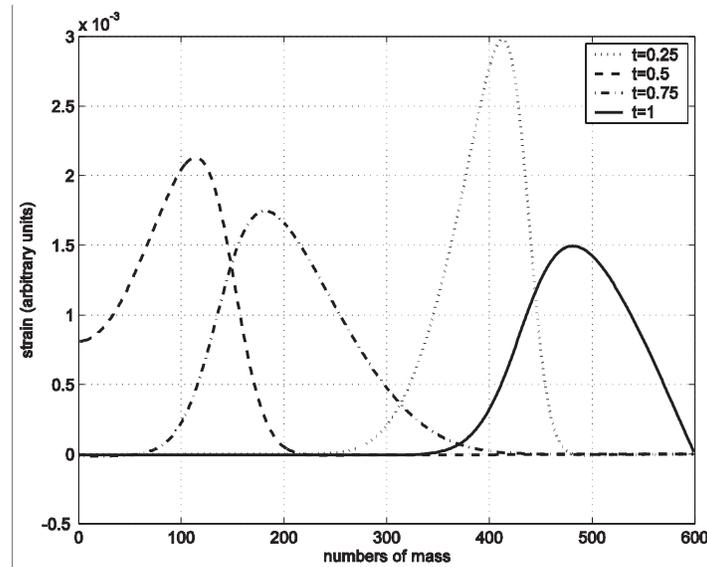
Анализ поведения дискретно-континуальной механической модели заключается в численном решении системы N обыкновенных дифференциальных уравнений. Результат решения представляется ниже для $T_0 = 1$ и различных значений максимальной силы F_0 в виде графиков.

При формировании приближенной дискретной модели одномерного стержня принимается $N = 600$ — количество аппроксимирующих сосредоточенных масс. Кроме того, предполагается наличие в дискретной модели демпфирования, пропорционального скорости деформации. Это демпфирование вводится в модель для того, чтобы "подавить" паразитные колебания (осцилляции), связанные с дискретностью модели. Далее приводятся результаты поведения рассматриваемой механической системы для нескольких последовательно возрастающих значений нагружающей силы F_0 .

Графики на рис. 14 представляют зависимости от времени деформаций в отдельных сечениях стержня. Графики на рис. 15 показывают распределение деформаций вдоль стержня в определенные моменты времени. Рис. 15 фиксирует распределения деформаций по окончании периода нагружения модели стержня, который занимал промежуток времени $0 \leq t \leq \tau = T_0/10$.

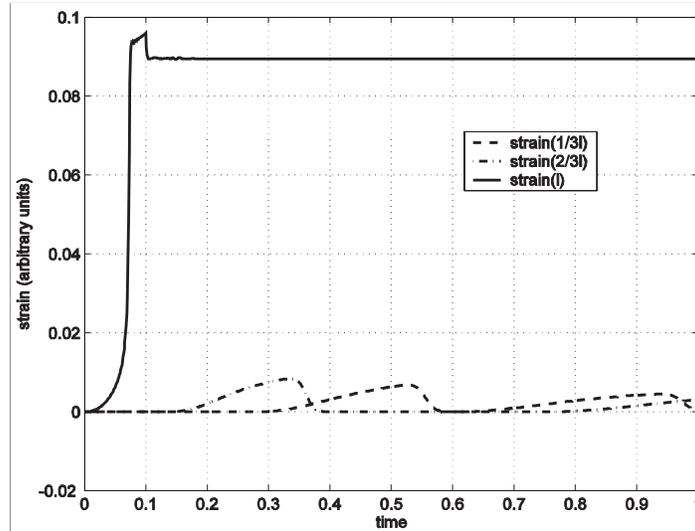
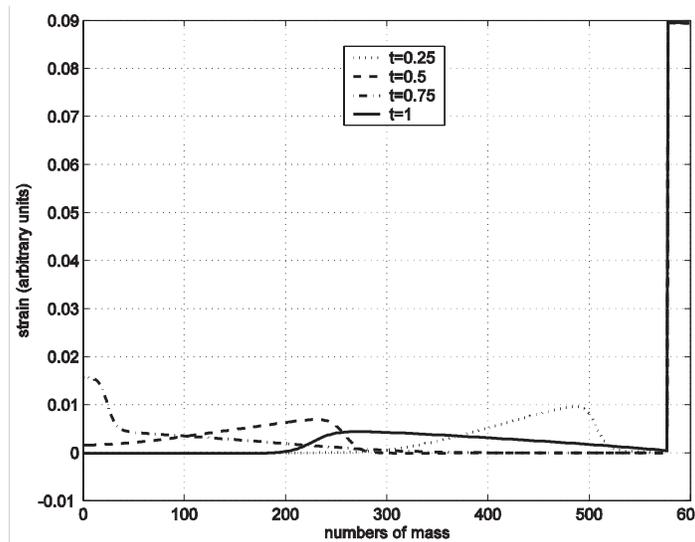
Оба рисунка свидетельствуют о том, что величина силы $F_0 = 0.025$ (условных единиц) оказывается недостаточной, чтобы состояние стержня хотя бы в некоторой своей точке совершило переход с 1-й восходящей ветви определяющей диаграммы. Деформированное состояние в данном случае представляет собою волновой импульс, распространяющийся от торца нагружения $x = L$ к начальному сечению $x = 0$. Распространение импульса сопровождается без существенных искажений при незначительном затухании, благодаря наличию демпфирующих элементов в структурно-реологической модели стержня.

Результаты модельных расчетов, представленные на рис. 16, 17, получены для большего максимального значения силы, приложенной на правом конце стержня, равного $F_0 = 0.1$ (условных единиц). График на рис. 16 отчетливо показывает, что еще в процессе действия нагрузки ($0 \leq t \leq \tau$) в концевой нагружаемой части стержня ($x = L$) его состояние переходит с 1-й восходящей ветви определяющей диаграммы на 2-ю восходящую ветвь. (Некоторая несогласованность числовых значений диаграммы рис. 12 и ре-

Рис. 14. $F_0 = 0.025$ Рис. 15. $F_0 = 0.025$

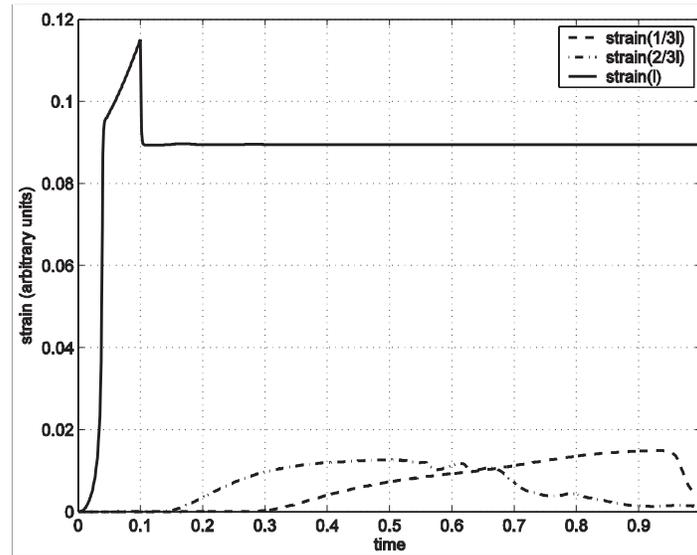
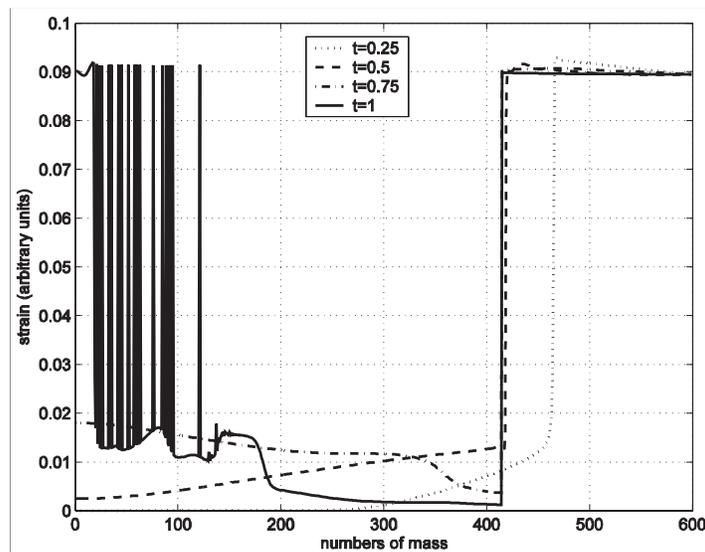
результатов расчетов объясняется тем, что для целей численного анализа континуальную модель стержня пришлось превратить в дискретную). Приведенные кривые свидетельствуют о том, что в области стержня, близкой к нагружаемому концу $x = L$ развиваются деформации, достигающие критического значения и немного превосходящие его. Рис. 17 (сплошная линия)

показывает, что по окончании нагружения стержня в нем устанавливается неоднородное деформированное состояние, свидетельствующее о свершившихся структурных перестройках модели (материала) стержня.

Рис. 16. $F_0 = 0.1$ Рис. 17. $F_0 = 0.1$

Графики на рис. 18, 19 показывают, что (по окончании процесса нагружения) в модели стержня (в дискретно-континуальной модели) устанавливается неоднородное по длине деформационное поле с нерегулярно чередующимися вдоль стержня величинами деформаций. Возникновение такого

нерегулярного распределения деформаций начинается вблизи торца $x = 0$, распространяясь вглубь стержня. Причину образования такого распределения деформаций вдоль стержня можно усмотреть (видеть) в возникновении (в появлении) волновых импульсов, распространяющихся к торцу $x = 0$ и отражающихся от него.

Рис. 18. $F_0 = 0.5$ Рис. 19. $F_0 = 0.5$

Графики на рис. 20, 21 демонстрируют состояние стержня, при кото-

ром деформации в некоторых его областях превосходят критическое значение.

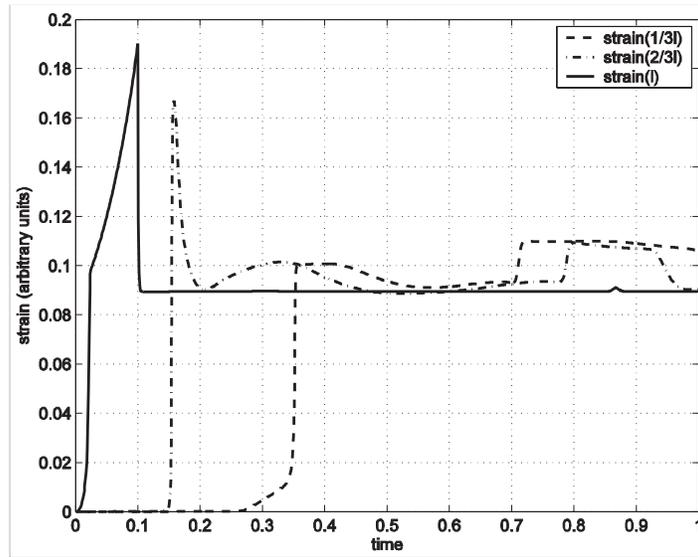


Рис. 20. $F_0 = 0.5$

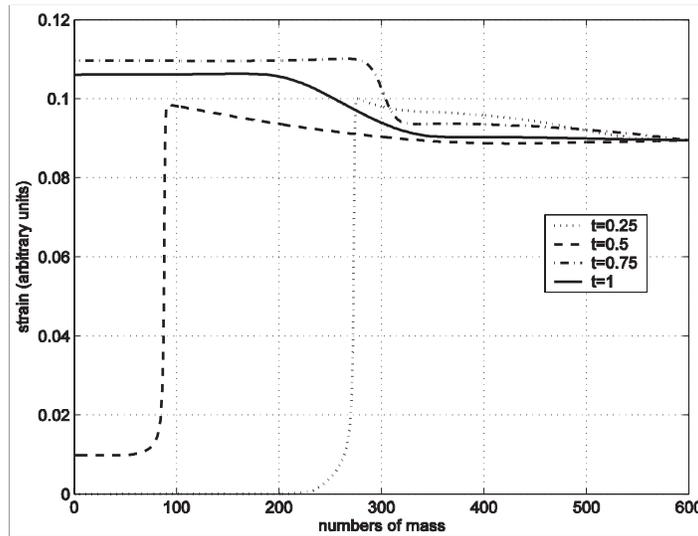


Рис. 21. $F_0 = 0.5$

Это происходит потому, что в большей части стержня в результате нагружения реализуется состояние, описываемое 2-й восходящей ветвью определяющей диаграммы. Состояния, отвечающие 1-й восходящей и нисходящей ветвям, проходятся очень быстро.

Напомним, что рассматриваемая модель является чисто механической. Переход состояния модели с одной восходящей ветви определяющей диаграммы на другую восходящую ветвь в данном случае допустимо трактовать как фазовый переход в соответствующем сечении. Таким образом в последней части настоящей работы сделана попытка моделировать процесс образования и эволюцию фазового перехода в материале.

Заключение

В настоящей работе авторы постарались на примере использования двухкомпонентной модели дать трактовку с точки зрения рациональной механики особенностей распространения тепловых и механических импульсов, вызванных существенно нестационарным нагружением. При этом удалось проследить явное различие в поведении проводников и диэлектриков при тепловом нестационарном воздействии, на что указывают физические эксперименты.

Кроме того, авторы ставили перед собой цель показать на отдельных примерах существенную роль динамических и эволюционных процессов в материале даже при сколь угодно медленных нагружениях. Действительно, для материалов, не подверженных структурным изменениям, при квазистатическом нагружении роль динамики не существенна ввиду устойчивости самого процесса деформирования. Иное дело, если в материал возможны структурные изменения, в этом случае при его деформировании роль динамики весьма существенна при зарождении новой фазы.

Предложенные авторами модели для исследования и методы анализа их решения безусловно требуют распространения их на пространственные объекты и, в первую очередь, более детального изучения волнового процесса, приводящего к возникновению остаточной новой фазы при динамическом нагружении.

Литература

- [1] Соболев, С.Л. Процессы переноса и бегущие волны в локально-неравновесных системах / С.Л. Соболев // Успехи Физических Наук. – 1991. – Т. 161. – № 3. – С. 5–29.
- [2] Соболев, С.Л. Локально-равновесные модели процессов переноса / С.Л. Соболев // Успехи Физических Наук. – 1997. – Т. 167. – № 10. – С. 1095–1106.
- [3] Жилин, П.А. Актуальные проблемы механики / П.А. Жилин. – Т. 1. – СПб.: Изд. Института проблем машиноведения РАН, 2006. – 306 с.
- [4] Zhilin, P.A. Advanced problems in mechanics / P.A. Zhilin. – Vol. 2. – St.Petersburg: Edition of the Institute For Problems in Mechanical Engineering of Russian Academy of Sciences. – 2006. – 271 p.
- [5] Пальмов, В.А. Колебания упруго-пластических тел / В.А. Пальмов. – М.: Наука (физ-мат), 1976. – 328 с.

- [6] Нигматулин, Р.И. Динамика многофазных сред / Р.И. Нигматулин. – М.: Наука, 1987. – Ч.1. – 464 с.
- [7] Нигматулин, Р.И. Динамика многофазных сред / Р.И. Нигматулин. – М.: Наука, 1987. – Ч.2. – 360 с.
- [8] Новацкий, В. Теория упругости / В. Новацкий. – М.: Мир, 1976. – 872 с.
- [9] Modeling of femtosecond laser-induced non-equilibrium deformation in metal films / J.K.Chen [et al.] // International Journal of Solids and Structures. – 39 (2002). – P. 3199–3216.
- [10] Tzou, D.Y. Recent Development of Ultrafast Thermoelasticity / D.Y. Tzou, J.K.Chen, J.E.Beraun // J. Thermal Stresses. – 2005. – Vol. 28. – No.1. – P. 1–32.
- [11] Chen, J.K. A Semiclassical Two-Temperature Model for Ultrafast Laser Heating / J.K.Chen, J.E.Beraun, D.Y. Tzou // Int. J. Heat and Mass Transfer. – 2006. – Vol. 49. – No. 1–2. – P. 307–316.
- [12] Chen, J.K. Numerical Investigation of Ultrashort Laser Damage in Semiconductors / J.K.Chen, J.E.Beraun, D.Y.Tzou // Int. J. Heat and Mass Transfer. – 2005. – Vol. 48. – No. 3–4. – P. 501–509.
- [13] О воздействии мощных ультракоротких электронных пучков на металлические мишени / Н.Б. Волков [и др.] // Письма в ЖТФ. – 2007. – Т. 33. – Вып. 2. – С. 43–52.
- [14] Судьенков, Ю.В. Аномально высокие скорости распространения наносекундных импульсов давления в металлических фольгах / Ю.В. Судьенков, А.И. Павлишин // Письма в ЖТФ. – 2003. – Т. 29. – Вып. 12. – С. 14–20.
- [15] Влияние электрон-фононного энергообмена на распространение тепловых волн в полупроводниках / Ю.Г. Гуревич [и др.] // Физика и техника полупроводников. – 1998. – Т. 32. – No.11. – С. 1325–1330.
- [16] Слепян, Л.И. Нестационарные упругие волны / Л.И. Слепян. – Л.: Судостроение, 1972. – 374 с.
- [17] Freidin, A.V. On a model of heterogenous deformation of elastic bodies by the mechanism of multiple appearance of new phaselayers / A.V.Freidin, L.L.Sharipova // Meccanica. – 2006. – Vol. 41. – P. 321–339.
- [18] Freidin, A.V. On new phase inclusions in elastic solids / A.V.Freidin // ZAMM - Z. Angew. Math. Mech. 2007. – Vol. 87. – No.2. – P. 102–116.
- [19] Еремеев, В.А. Об устойчивости равновесия двухфазных упругих тел / В.А. Еремеев, А.В. Фрейдin, Л.Л. Шарипова // ПММ. – 2007. – Т. 71. – Вып.1. – С. 66–92.
- [20] Леонов, Г.А. Семейства трансверсальных кривых для двумерных систем дифференциальных уравнений / Г.А. Леонов // Вестник СПбГУ. – Сер.1. – 2006. – Вып.4. – С. 1–35.

- [21] Indeitzev, D.A. Influence of the kinetics of processes on the behavior of thin structures in a continuous media / D.A. Indeitzev, B.N. Semenov // Rev. Adv. Mater. Sci. – 13(2006). – С. 14–34.
- [22] Пановко, Я.Г. Устойчивость и колебания упругих систем / Я.Г. Пановко, И.И. Губанова. – М.: Наука, 1967. – 420 с.
- [23] Лойцянский, Л.Г. Механика жидкости и газа / Л.Г. Лойцянский. – М.: Наука, 1978.

Поступила в редакцию 15/V/2007;
в окончательном варианте — 15/V/2007.