

ОТСЛОЕНИЕ ПОКРЫТИЙ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ТЕРМОУПРУГИХ НАПРЯЖЕНИЙ (БАЛОЧНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ)

© 2007 Р.В. Гольдштейн, Н.М. Осипенко¹

Балочное приближение использовано в решении ряда задач механики разрушения об образовании отслоений тонких упругих покрытий с учетом связей, действующих на границе соединения, и влияния нестационарных температурных воздействий.

Концевая область отслоения моделируется упругой балкой, нагруженной внешним изгибающим моментом и силовыми факторами со стороны связей с основанием. В ней также действуют термоупругие напряжения от внезапного или периодического изменения температуры поверхности либо адгезионного слоя. Получены оценки изменения эффективной трещиностойкости адгезионного соединения для различных режимов приложения влияющих факторов. Полученные результаты могут иметь технологическое применение при выборе параметров адгезионного соединения, обеспечивающих его эффективную адгезионную трещиностойкость.

1. Отслоение при внезапном изменении температуры на границе покрытия

Специальные покрытия являются типичным элементом конструкции деталей, работающих в сложных термомеханических условиях. Характерным видом дефектов в них можно считать нарушение адгезионной прочности — отслоение покрытия. Будем, как и ранее [1], интересоваться случаем, когда толщина покрытия h много меньше других характерных размеров отслоения L_i , ($i = 0, \dots, k$, число k характерных размеров отслоения определяется сложностью его геометрии), что обеспечивает возможность применения балочного приближения, точность которого тем выше, чем больше отношение длины балки к ее толщине. Балочные модели в теории трещин привлекают внимание возможностью приближенного решения сложных задач механики разрушения для ограниченных тел простыми математическими средствами.

¹Гольдштейн Роберт Вениаминович (goldst@ipmnet.ru), Осипенко Николай Михайлович, Институт проблем механики Российской академии наук, 119526, Россия, г. Москва, пр-т Вернадского, 101, корп. 1.

Упомянем в связи с этим работы [2–4]. Анализ локальных условий предельного равновесия гладкого контура отслоений проведем, рассматривая модельную задачу об отслоении консольной балки единичной ширины, вырезанной по нормали к контуру, в пределах которого кривизной фронта отслоения можно пренебречь. Освобождая боковые грани балки от напряжений, сведем задачу к плоской задаче относительно плоскости, ориентированной по нормали к контуру отслоения.

Отрыв балки от основания в области закрепления аналогичен развитию трещины нормального отрыва или сдвига по границе слоя. Будем интересоваться влиянием дополнительных воздействий термодинамической природы на эффективную сопротивляемость отслоению в варианте схемы разрушения, в которой в состоянии предельного равновесия размер области действия сил сцепления — размер концевой области эффективной трещины — значительно больше толщины покрытия. Это один из распространенных сценариев разрушения при использовании тонких покрытий. Вместе с тем он позволяет распространить балочное приближение на концевую область отслоения.

Для демонстрации подхода рассмотрим задачу об отщеплении балки постоянной толщины ($h = \text{const}$) на краю полуплоскости под действием момента M_0 , приложенного к ее торцу (рис. 1.) Согласно предыдущему, по длине балки можно выделить два участка. Один участок, свободный от сил сцепления с основанием, длиной $L_0 \gg h$ составляет основной размер отслоения и второй $L \gg h$, представляющий эффективную концевую область, занятую силами сцепления. Примем, что размер концевой области много меньше размера отслоения $L_0 \gg L$.

Определение напряженно-деформированного состояния первого участка назовем, как обычно, внешней задачей, то же относительно второго — внутренней задачей. Очевидным условием замыкания задачи в целом является сшивание напряжений на их общей границе. В балочном приближении оно соответствует равенству моментов и сил при подходе к границе справа и слева.

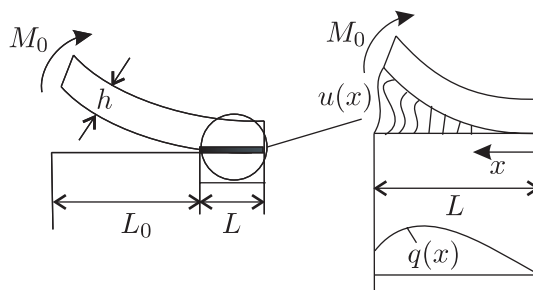


Рис. 1. Схема концевой зоны отслоения (элемента покрытия)

В рассматриваемом примере остается единственное условие равенства изгибающего момента при подходе к границе внешней и внутренней за-

дач. Перейдем к внутренней задаче об отслоении покрытия. В ней отрезок балки нагружен силами сцепления, распределенными по ее длине ($q(x)$), и внешним моментом M_0 . Длина балки (размер концевой области отслоения L) в предельно-равновесном состоянии определяется условиями локального разрушения на границе склейки. Следуя методу податливости [5], определим эффективные характеристики отслоения, рассматриваемого как трещина на границе склейки. Из элементарной теории упругого изгиба балки запишем потенциальную энергию изгиба

$$U = \int_0^L \frac{M^2(x)dx}{2EJ}, \quad (1.1)$$

где $J = \frac{Bh^3}{12}$ — момент инерции прямоугольного сечения балки, B — ширина балки, L — длина балки, h — ее толщина.

Дифференцируя (1.1) по приращению площади расслоения, получим аналог удельной работы разрушения

$$G = \frac{dU}{dA}, \quad dA = BdL. \quad (1.2)$$

Заметим, что в ситуации плоского напряженного состояния (при $B = 1$), если функция $M(x)$ не содержит в явном виде длину балки (L), эта процедура тождественна дифференцированию (1.1) по верхнему пределу и, таким образом,

$$G = \frac{M^2(h)}{2EJ}. \quad (1.3)$$

Соответственно, коэффициент интенсивности напряжений

$$K_I = \sqrt{2GE} = \frac{M(L)}{\sqrt{J}} = \frac{2\sqrt{3}M(L)}{h^{3/2}}. \quad (1.4)$$

Соотношения (1.3), (1.4) оказываются удобными для демонстрации ряда задач механики разрушения для продольных трещин в балках [1, 2, 4–6].

Вообще говоря, в (1.2) необходимо учитывать энергию деформирования основания. Для упрощения будем считать, что модули упругости подложки и покрытия близки. Тогда ее роль мала. По оценкам в [2], она пропорциональна отношению (h/L) . Строго говоря, ограничиваясь уравнением (1.2), мы рассматриваем модельную задачу о симметричном разрыве двух одинаковых балок с одинаковыми свойствами и нагрузкой.

Рассмотрим в рамках этого представления вариант сил сцепления, имеющих постоянную величину по длине концевой области $q = \text{const}$ (модель типа Дагдейла). Условием разрушения в этом случае будет достижение на границе концевой области предельного раскрытия (δ). Найдем, пользуясь этим условием, размер нагруженной балки (размер концевой области отслоения L) в предельно-равновесном состоянии, когда оно поддерживается

внешней нагрузкой в виде момента M_0 , приложенного к торцу модельной балки.

Уравнение упругой линии балки для данного примера запишется в виде

$$EJu^{IV} = q = \text{const.}$$

Граничные условия имеют вид

$$u(0) = u'(0) = 0; \quad u''(L) = \frac{M_0}{EJ}; \quad u'''(L) = 0.$$

Отсюда получим

$$EJu = \frac{q}{24}x^2(6L^2 - 4Lx + x^2) - \frac{M_0}{2}x^2.$$

Примем условие предельного раскрытия в виде

$$u(L) = \delta. \quad (1.5)$$

Следовательно, для состояния предельного равновесия можно записать

$$EJ\delta = \frac{M_0L^2}{2} - \frac{qL^4}{8}. \quad (1.6)$$

Несущая способность конструкции в данном случае определяется минимальным моментом, необходимым для достижения предельного состояния. Из (1.6) получим

$$M_0 = \frac{2}{L^2} \left(EJ\delta + \frac{qL^4}{8} \right). \quad (1.7)$$

Примем, что термоупругие возмущения выбраны таким образом, что они влияют в виде постоянной доли на полный изгибающий момент, который способна выдержать конструкция. Примером такого возмущения может служить равномерное по длине балки термонагружение или механический сосредоточенный момент иной природы. Полный момент M_1 , таким образом, складывается из части, отражающей исходную несущую способность, M_0 и возмущения M_2

$$M_1 = \frac{2}{L^2} \left(\frac{EBh^3\delta}{12} + \frac{qL^4}{8} \right) + M_2.$$

Найдем далее минимальный момент, при котором выполняется условие (1.5)

$$\frac{dM_1}{dL} = 0; \quad L^* = \sqrt[4]{\frac{EBh^3\delta}{3q}}.$$

Отсюда

$$M_1 = \sqrt{\frac{qEBh^3\delta}{6}} + M_2. \quad (1.8)$$

Используя (1.2), получим из (1.8)

$$G = \frac{6}{Eh^3} \left(\sqrt{\frac{qEBh^3\delta}{6}} + M_2 \right)^2. \quad (1.9)$$

Если возмущение отсутствует ($M_2 = 0$), из (1.9) следует обычное для модели Дагдейла соотношение

$$G = \frac{q}{B} \delta = \sigma^* \delta. \quad (1.10)$$

Из (1.4) и (1.10) найдем оценку эффективной трещиностойкости соединения

$$K_I^{\text{ef}} = \sqrt{\frac{6}{h^3}} \left(\sqrt{\frac{qEh^3 \delta B}{6}} + M_2 \right). \quad (1.11)$$

Внесем термоупругое возмущение. Пусть для примера это будет термоудар по внешней поверхности покрытия — мгновенное изменение температуры поверхности на (ΔT) градусов. Для рассматриваемой задачи со свободной поверхностью покрытия изменение локального объема материала при термоударе приводит только к появлению продольных напряжений (σ_x). Их величина в соответствии с решением задачи нестационарной термоупругости [7] имеет вид

$$\sigma_x = -\frac{E\alpha\Delta T}{1-\mu} \left(\operatorname{erfc} \frac{y}{2\sqrt{at}} \right), \quad (1.12)$$

где α — коэффициент температурного расширения, y — координата по нормали к поверхности покрытия, a — коэффициент температуропроводности, t — время.

Примем для простоты, что теплофизические и деформационные параметры покрытия и подложки одинаковы, а в области отслоения теплопроводность среды не нарушена. При указанных предположениях термоудар приводит к появлению дополнительного изгибающего момента

$$M_2 = - \int_0^1 \sigma_x \left(\frac{h}{2} - y \right) dy. \quad (1.13)$$

Из (1.12), (1.13) получим

$$M_2 = + \frac{\alpha E \Delta T}{1-\mu} \left(\frac{\sqrt{at} \cdot h}{\sqrt{\pi}} - at \operatorname{erf} \left(\frac{h}{2\sqrt{at}} \right) \right). \quad (1.14)$$

Объединяя (1.11) и (1.14) запишем окончательно

$$K_I^{\text{ef}} = \sqrt{\frac{6}{h^3}} \left(\sqrt{\frac{qEh^3 \delta B}{6}} + \frac{\alpha E \Delta T}{1-\mu} \left(\frac{\sqrt{at} \cdot h}{\sqrt{\pi}} - at \operatorname{erf} \left(\frac{h}{2\sqrt{at}} \right) \right) \right). \quad (1.15)$$

Полученное соотношение показывает, что термоудар с ростом температуры поверхности покрытия на некоторое время повышает эффективную трещиностойкость покрытия, что может быть использовано как технологический прием предотвращения нарушения адгезии при экстремальных нагрузках, и наоборот, охлаждение способствует отслоению. Из (1.15) получим оценку относительного повышения эффективной трещиностойкости соединения

при термоударе по поверхности покрытия

$$\frac{K_I^{ef}(T)}{K_{I0}^{ef}} = 1 + \frac{\alpha \Delta T}{(1 - \nu)} \sqrt{\frac{6E}{qh\delta}} \left(\frac{\sqrt{at}}{\sqrt{\pi}} - \frac{at}{h} \operatorname{erf} \left(\frac{h}{2\sqrt{at}} \right) \right), \quad (1.16)$$

где K_{I0}^{ef} — исходное значение трещиностойкости.

Пример оценки относительного повышения эффективной трещиностойкости для покрытия, имеющего свойства стали, показан на рис. 2.

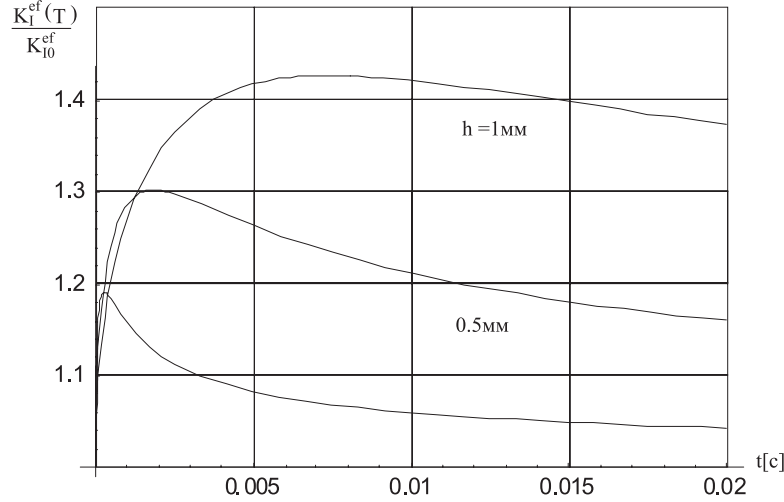


Рис. 2. Относительное изменение трещиностойкости адгезионного соединения во времени после термоудара по поверхности стального покрытия ($a = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$; $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$, $\mu = 0,3$, $\alpha \sim 12 \cdot 10^{-6} \text{ 1/град}$; $\delta \sim 10^{-5} \text{ м}$; $q \sim 10^8 \text{ Па}$; $T \sim 400^\circ\text{C}$)

Можно видеть, что максимальное изменение K_I^{ef} относится к начальному моменту, а затем происходит относительно медленное уменьшение эффекта, причем чем тоньше покрытие, тем быстрее достигается максимум влияния термоудара и тем более выражен пик эффекта.

Формула (1.15) справедлива, когда теплофизические характеристики покрытия и подложки одинаковы. Заметим, что, вообще говоря, условия теплообмена и напряженное состояние среды могут значительно изменяться из-за скачка этих характеристик на границе раздела. Полезно оценить время экспозиции, в пределах которого фронт прогрева не выходит за пределы покрытия, и формулу (1.15) можно использовать для материалов с различающимися параметрами. Воспользуемся для этого решением уравнения теплопроводности для термоудара по поверхности пространства [8]

$$\frac{\Delta T}{T_0} = \operatorname{erfc} \left(\frac{y}{2\sqrt{at}} \right). \quad (1.17)$$

Положим в (1.17) функцию $\operatorname{erf}(z) \sim 1 - z$. Тогда положение фронта про-

грева приближенно определится при $\Delta T/T_0 \sim 0$ как

$$y \sim 2\sqrt{at}.$$

Соответственно, если принять $y = h$, время достижения фронтом прогрева границы покрытия будет

$$t_{\max} \sim \frac{1}{a} \left(\frac{h}{2}\right)^2. \quad (1.18)$$

Если поверхность покрытия резко охлаждается, в (1.14) меняется знак изгибающего момента. Поэтому эффективная трещиностойкость уменьшается.

В ситуации, когда термоудар испытывает клеевой слой между покрытием и основой (например при высокочастотном нагреве клея, содержащего токопроводящие элементы, если склеиваемые тела имеют свойства изоляторов), эффект зеркально меняется — нагрев уменьшает эффективную трещиностойкость, а охлаждение увеличивает. При этом для оценки могут быть использованы полученные соотношения (1.14)–(1.16) с точностью до знака момента, вызванного термоупругими напряжениями.

Заметим, что в задачах механики разрушения массивных тел, когда на поверхностях трещины задано термическое воздействие, коэффициент интенсивности напряжений изменяется по-иному. В частности, при симметричном термонагружении трещин в плоской задаче теории упругости [6] повышение температуры поверхности трещин приводит к их смыканию или повышению эффективной трещиностойкости, и наоборот, понижение температуры увеличивает раскрытие и способствует продвижению разрыва. Полученный выше результат для задач отслоения покрытия не противоречит этим данным, так как эффекты влияния термонагружения вызваны различными силовыми факторами. В случае температурного воздействия только на поверхности трещины в массивных телах окружающий материал изменяет свой объем, чем провоцирует появление термоупругих напряжений, компенсирующих объемные деформации как в поперечном по отношению к плоскости трещины, так и в продольном направлениях. Поскольку в линейной механике разрушения последние не влияют на коэффициент интенсивности напряжений, его величина определяется в основном нормальной составляющей термоупругих напряжений, что и демонстрируется в решениях задач [6].

При термоупругом изгибе балки наибольшую роль играет ее продольная деформация. Если однородному термическому воздействию подвергается плоская граница или тонкий слой в неограниченном теле, то, согласно решению задач термоупругости [6, 7], при отсутствии ограничений смещений по нормали к нагружаемой поверхности (слою) напряжения в этом направлении отсутствуют ($\sigma_2 \equiv 0$). Таким образом, для трещины, размещенной в срединной плоскости упомянутого слоя, $K_I \equiv 0$. Для ограниченного тела, имеющего дополнительные связи, ситуация меняется, так как появляется взаимосвязь между продольными (вдоль трещины) напряжениями

и смещениями, в том числе в области связей. В рассмотренном варианте в роли дополнительных связей выступали связи в концевой области отслоения, размер которой зависел от смещений изгибаемой балки отслоения. Изгиб балки, как было показано, определяется продольными термоупругими напряжениями.

Упомянем вариант нагружения, в котором термические нагрузки (или эквивалентные им диффузионные силы) прикладываются только в области отслоения, включая его концевую часть. В таком случае действуют оба фактора, причем влияние поперечных напряжений сказывается только в вершине концевой области отслоения, где, строго говоря, нужно рассматривать существенно трехмерную вторую внутреннюю задачу, в которой заданы смещения от действия изгибающего момента и поперечные напряжения термоупругой задачи. В рамках балочного приближения при $h \ll L$ оценку влияния ограниченности области приложения температурного воздействия размерами отслоения можно получить, сравнивая смещение, вызванное изгибом балки в концевой области отслоения, и нормальное смещение граница полуплоскости под действием термоудара. При этом предполагается, что расстояние от внешней границы отслоения до точки, где эти смещения одинаковы (x^*), порядка размера сомкнутой под действием повышения температуры части отслоения. Рассматривается случай, когда термоудар испытывает клеевой слой в границах отслоения

$$u(x^*)_{\text{bend}} \approx u(x^*)_{\text{norm}}, \quad (1.19)$$

где $u(x^*)_{\text{bend}}$ — смещение при изгибе отслоения, $u(x^*)_{\text{norm}}$ — нормальное смещение.

Величину $u(x^*)_{\text{bend}}$ найдем, как и ранее, из уравнения изгиба балки, полагая $x \ll L$

$$u(x^*)_{\text{bend}} \approx \frac{12}{Eh^3} (x^*)^2 \left(\frac{q}{4} L^2 - \frac{M}{2} \right). \quad (1.20)$$

Оценку $u(x^*)_{\text{norm}}$ проведем, используя распределение температуры при термоударе для малых времен (1.17) в виде

$$u(x^*)_{\text{norm}} \approx \frac{\Delta T \alpha}{1 - \mu} \int_0^h \operatorname{erfc} \left(\frac{y}{2\sqrt{at}} \right) dy, \quad (1.21)$$

$$u(x^*)_{\text{norm}} \approx \frac{\Delta T \alpha}{1 - \mu} \left(\frac{2\sqrt{at}}{\sqrt{\pi}} \left(1 - e^{-\frac{h^2}{4at}} \right) + h \operatorname{erfc} \left(\frac{h}{2\sqrt{at}} \right) \right).$$

Если $\frac{h}{4at} \ll 1$, то $u(x^*)_{\text{norm}} \approx \frac{\Delta T \alpha}{1 - \mu} \frac{2\sqrt{at}}{\sqrt{\pi}}$.

Из (1.19)–(1.21) получим размер (x^*)

$$x^* \approx \sqrt{\frac{2Eh^3 \Delta T \alpha \cdot \sqrt{at}}{3(1 - \mu) \sqrt{\pi} (qL^2 - 2M)}}. \quad (1.22)$$

В предельно равновесном состоянии величина удельной работы разрушения G для преодоления эффекта смыкания берегов отслоения при прогреве должна увеличиться на величину, пропорциональную отношению увеличению размера концевой области на x^* , т.е.

$$G \sim G_0 \left(1 + \frac{x^*}{L}\right) \sim G_0 \left(1 + \frac{1}{L} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{E \Delta T \alpha \sqrt{at} h^3}{(1-\mu) \sqrt{\pi} (qL^2 - 2M)}}\right). \quad (1.23)$$

Или без учета изгибающего момента в знаменателе

$$G \sim G_0 \left(1 + \left(\frac{h}{L}\right)^{3/2} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{E \Delta T \alpha \sqrt{at}}{(1-\mu) \sqrt{\pi} qL}}\right).$$

Полагая $L = L^*$, получим далее

$$G \sim G_0 \left(1 + \sqrt{\frac{2 \Delta T \alpha \sqrt{at}}{\sqrt{\pi} (1-\mu) \delta}}\right). \quad (1.24)$$

Из (1.24) можно заключить, что вариации работы разрушения при воздействии на клеевой слой не зависят от толщины покрытия и его упругих свойств.

2. Периодическое изменение температуры поверхности покрытия

Рассмотрим вариант нагружения, в котором предельное равновесие отделяемого элемента кроме механической нагрузки изгибающим моментом связано с присутствием термомеханического возбуждения, создаваемого периодическим изменением температуры. Ограничимся при этом квазистатическими режимами нагружения, далекими от резонансных частот колебания балки, моделирующей отслоение. Пусть, для определенности, задано изменение температуры внешней поверхности в виде

$$T = T_0 \cos \omega t, \quad (2.1)$$

где T_0 — амплитуда вариаций температуры, ω — частота.

Будем считать, как и ранее, что теплофизические свойства всех материалов покрытия, клея и подложки близки. В таком случае распределение температуры по толщине конструкции в основном соответствует таковому для полупространства с изменяющейся во времени температурой поверхности. Если не учитывать переходный процесс, можно воспользоваться решением, приведенным в [7]

$$T = T_0 e^{-y \sqrt{\frac{\omega}{2a}}} \cos \left(y \sqrt{\frac{\omega}{2a}} - \omega t \right), \quad (2.2)$$

где T_0 — амплитуда вариаций температуры, a — коэффициент температуропроводности.

Пользуясь прежними соотношениями (1.3), найдем дополнительный изгибающий момент M_2 , вызываемый в слое покрытия, моделируемом балкой единичной ширины толщиной h , таким изменением температуры

$$M_2 = - \int_0^h \sigma_x \left(\frac{h}{2} - y \right) dy, \quad \sigma_x = - \frac{E\alpha T}{1 - \mu}. \quad (2.3)$$

Из (2.2) и (2.3) получим

$$M_2 = \frac{E\alpha T_0}{(1 - \mu)} \frac{h}{2} \sqrt{\frac{a}{\omega}} \left[\sin \left(\omega t + \frac{\pi}{4} \right) - \frac{\sqrt{2}}{m} \sin \omega t + \right. \\ \left. + e^{-m} \left(\sin \left(\omega t - m + \frac{\pi}{4} \right) + \frac{\sqrt{2}}{m} \sin (\omega t - m) \right) \right], \quad (2.4)$$

где $m = m^* \sqrt{\omega}$, $m^* = h / \sqrt{2a}$.

На рис. 3 показан пример оценки величины M_2 для стального покрытия единичной ширины толщиной 1 мм. Можно видеть, что изгибающий момент представляет собой периодическую функцию, частота которой слегка изменяется во времени, а амплитуда варьируется при изменении частоты немонотонно.

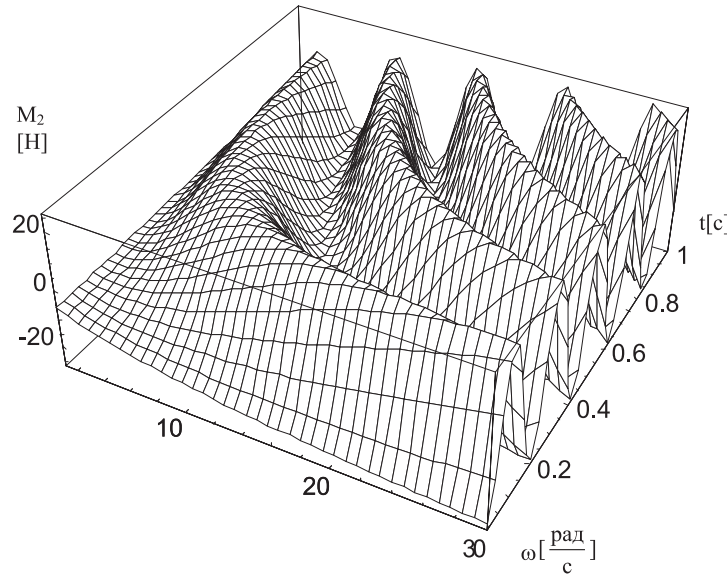


Рис. 3. Пример оценки удельного изгибающего момента при циклическом термонагружении поверхности стального покрытия ($h = 1$ мм, $T_0 = 100^\circ\text{C}$)

На рис. 4 показано для того же примера изменение амплитуды изгибающего момента при варьировании частоты термического воздействия. Максимальная амплитуда соответствует области частот, в которой максимальна разница температуры (и напряжений) на верхней и нижней поверхности

отслаиваемого покрытия. При дальнейшем росте частоты амплитуда монотонно снижается. Частота колебаний в основном определяется частотой возмущающего воздействия. Биения, создаваемые разностью фаз в сомножителях экспоненты в формуле (2.4), сказываются только на малых временах и при низких частотах термонагружения.

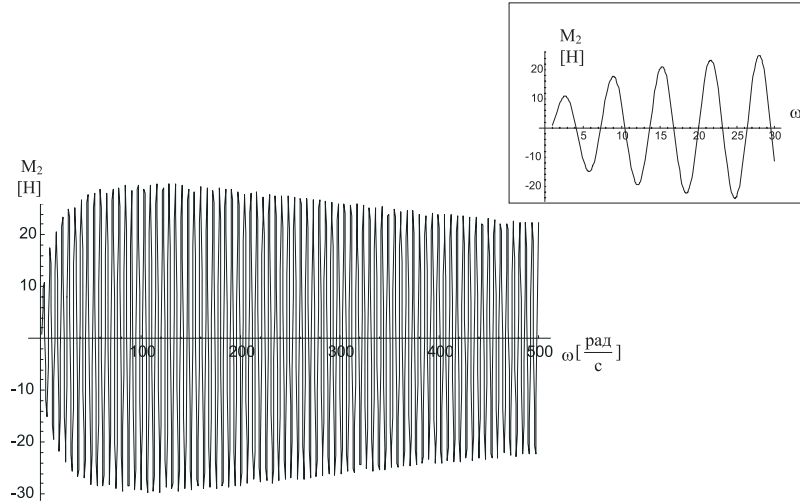


Рис. 4. Изменение амплитуды удельного изгибающего момента при увеличении частоты воздействия. На врезке показан начальный участок диапазона частот (параметры системы, как и на предыдущем рисунке, $t = 1$ с)

Применим полученный результат к оценке изменения эффективной трещиностойкости адгезионного соединения покрытия и подложки в состоянии предельного равновесия под действием некоторого статического момента M_1 и дополнительного циклического возмущения, которое будем считать источником усталостных повреждений.

Обратимся к формуле (2.4) и оценим характер периодической составляющей изгибающего момента. Найдем время, соответствующее максимуму функции $M(t)$ (амплитуду функции $M(t)$ реакции на термическое воздействие). Из (2.4) получим, полагая

$$\frac{dM(t)}{dt} = 0, \quad \omega t^* = \operatorname{arccsc} \left(-\frac{2\sqrt{e^m((m^2-2)\cos m + (m^2+2)\operatorname{ch} m - 2m(\sin m + \operatorname{sh} m))}}{(e^m m + m \cos m - (2+m)\sin m)} + 2\pi N \right). \quad (2.5)$$

Соотношение (2.5) показывает, что изгибающий момент представляет собой периодическую функцию, запаздывание которой по отношению к возмущающей функции зависит от частоты последней и свойств покрытия. Оценим в связи с этим вероятный диапазон изменения параметра m^* . Для металлических покрытий с коэффициентом температуропроводности

$a \sim 10^{-5} \text{ м}^2 \cdot \text{с}$ и толщин покрытия в диапазоне $h \sim 10^{-4} - 10^{-7} \text{ м}$ получим $m^* \sim 10^{-2} - 10^{-5} \text{ с}^{-0.5}$.

Подставляя (2.5) в (2.4), получим взаимосвязь между амплитудой изгибающего момента и параметрами системы. Это функция только параметра m . Ввиду громоздкости выражения, она показана графически на рис. 5.

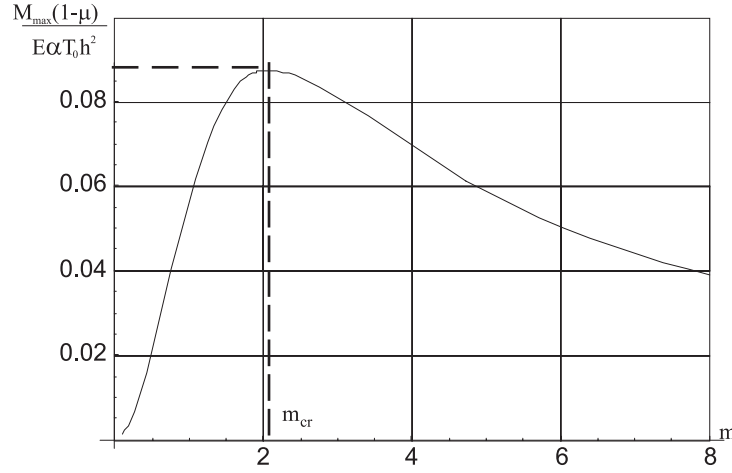


Рис. 5. Взаимосвязь между амплитудой изгибающего момента и параметром m

Максимальная амплитуда изгибающего момента наблюдается при фиксированном значении безразмерного параметра $m(m_{\text{cr}} = 2.05)$. При этом величина безразмерной характеристики максимального изгибающего момента также фиксированна

$$\frac{M_{\max}(1-\mu)}{E\alpha T_0 h^2} \approx 0.087. \quad (2.6)$$

Отсюда для рассматриваемого варианта нагружения

$$m = m_{\text{cr}} = \frac{h \sqrt{\omega_{\text{cr}}}}{\sqrt{2a}}. \quad (2.7)$$

Найдем из (2.7) связь критической частоты возмущения, при которой изгибающий момент в покрытии достигает абсолютного максимума, с параметрами покрытия

$$\omega_{\text{cr}} = 2a \left(\frac{m_{\text{cr}}}{h} \right)^2; \quad m_{\text{cr}} \approx 2. \quad (2.8)$$

Критическая частота зависит только от толщины покрытия и коэффициента температуропроводности материала покрытия.

В большей части возможного диапазона параметров результат вычислений по формулам (2.4), (2.5) представляет собой гладкую слабоменяющуюся функцию своих параметров. Это делает возможным замену ее простыми приближенными выражениями в характерных областях параметров (m , ω).

В частности, для (2.5) при $m < 2$ может быть использована линейная функция параметра m :

$$t^*\omega \approx \left(km + \frac{3}{4}\pi\right); \quad k \approx 0.47. \quad (2.9)$$

Если $m > 4$, удобна гипербола вида:

$$t^*\omega \approx \left(m^{-1} + \frac{3}{4}\pi\right). \quad (2.10)$$

Для изгибающего момента аналогичным образом с точностью до 3% (в диапазоне $m > 0,1$) функция $M_{\max} = f(m)$, соответствующая кривой на рис. 5, может быть представлена в удобном для практических приложений виде

$$\frac{M_{\max}(1 - \mu)}{E\alpha T_0 h^2} \approx 0.35 \left(\frac{m^2}{4.05 + m^2 + m^3} \right). \quad (2.11)$$

Суммируя приведенные оценки, отметим, что изгибающий момент, возникающий в покрытии при периодическом (синусоидальном) изменении температуры поверхности, также представляет собой периодическую функцию времени той же частоты с постоянным запаздыванием (формула (2.5)). Форма функции близка к синусоидальной, а максимальное значение (амплитуда) есть немонотонная функция единственного параметра m . Учитывая это обстоятельство и (2.11), для дальнейших оценок представим функцию удельного изгибающего момента, вызванного периодическим температурным воздействием в покрытии, в простейшем виде

$$\begin{aligned} M(T) &\approx A(m) \frac{E\alpha T_0 h^2}{(1 - \mu)} \sin(\omega(t + t^*)); \\ A(m) &\approx 0.35 \left(\frac{m^2}{4.05 + m^2 + m^3} \right). \end{aligned} \quad (2.12)$$

Для определения влияния возмущения на эффективную сопротивляемость отслоению тонкого покрытия в условиях усталостного разрушения при многократном термическом воздействии эффект запаздывания изгибающего момента в каждом цикле нагружения несущественен.

Рассмотрим в этом приближении влияние вариации температуры на условия предельного равновесия элемента отслоения в двух основных вариантах — при докритическом подрастании в режиме многоциклового усталости и при закритическом росте. Будем иметь в виду такой уровень воздействия, при котором эффективная трещиностойкость соединения обеспечивается в основном квазистатическим пластическим разрывом в концевой области в рамках рассмотренной выше модели типа Дагдейла, а колебания температуры смещают ее уровень и являются вспомогательным инструментом регулирования режима отслоения. В этом случае первый вариант задачи может быть представлен как многоцикловая усталость при несимметричном цикле, когда нагрузка не меняет знак за период одного цикла. В связи с предполагающейся малостью дополнительного изгибающего момента раз-

меры концевой области будем считать постоянными ($L \sim L^*$). Сказанное дает возможность применить полуэмпирическое соотношение (закон Париса), связывающее рост трещины за один цикл нагружения с размахом колебаний коэффициента интенсивности напряжений в вершине трещины ΔK_1

$$\frac{d\ell}{dN} = C(\Delta K_1)^n. \quad (2.13)$$

где n , C — эмпирические константы.

Поскольку, согласно (1.15), величина ΔK_1 определяется уровнем дополнительного изгибающего момента M_2 , в случае периодического воздействия из (1.15) и (2.12) получим для слоя покрытия единичной ширины

$$\Delta K_1 = 2A^*(m) \sqrt{\frac{6}{h^3}}; \quad A^*(m) = A(m) \frac{E\alpha T_0 h^2}{(1-\mu)}. \quad (2.14)$$

Соответственно скорость движения отслоения при постоянной частоте возмущения

$$\frac{d\ell}{dt} = \frac{d\ell}{dN} \frac{\omega}{2\pi} = \frac{C\omega}{2\pi} \left(2A^*(m) \sqrt{\frac{6}{h^3}} \right)^n; \quad m = \frac{h\sqrt{\omega}}{\sqrt{2a}}. \quad (2.15)$$

В (2.13)–(2.15), как обычно, предполагается, что максимальная величина коэффициента интенсивности напряжений от внешнего механического нагружения и температурного воздействия меньше, чем статическая трещиностойкость соединения. Таким образом, периодическое нагревание поверхности покрытия при докритическом уровне нагрузок за счет усталости материала уменьшает эффективную трещиностойкость (напомним, что термоудар по поверхности покрытия временно увеличивает ее). Максимальное изменение эффективной трещиностойкости соединения можно оценить по формуле (2.14). Таким образом, периодическое изменение температуры поверхности покрытия позволяет регулировать скорость развития отслоения при докритических нагрузках.

Периодическое термоупругое возмущение напряженного состояния конструкции способно контролировать скорость распространения отслоения и в случае частичного нарушения предельного равновесия. Качественную картину такой ситуации поясним следующим примером.

Пусть конструкция соединения находится в состоянии статического предельного равновесия. Будем подвергать внешнюю поверхность покрытия периодическому повышению температуры и понижению ее до начального уровня. Согласно предыдущему, на фазе нестационарного повышения температуры из-за появления изгибающего момента, препятствующего отслоению, эффективная трещиностойкость соединения повышается, в то время как на фазе понижения температуры происходит обратное явление. Если теперь увеличить внешнюю механическую нагрузку, то есть перевести систему в закритическое состояние по отношению к исходному уровню трещиностойкости, обнаружится, что на части цикла термонагружения (при понижении температуры поверхности) трещина отслоения оказывается перегруженной, то есть она может развиваться в неустойчивом режиме, а в

другой части (при повышении температуры) она тормозится. Тем самым появляется возможность посредством колебаний температуры контролировать скорость развития отслоения в субкритическом режиме, поскольку чередование периодов ускорения и остановки роста трещины является управляемым процессом.

Рассмотрим ситуацию роста трещины отслоения в таком сценарии при упруго-хрупком начале динамического развития. Воспользуемся показанной в работе [9] в виде простого соотношения взаимосвязью между скоростью движения трещины в режиме динамического развития и ее закритической длиной. Отметим, что это соотношение было получено на основе анализа смещений берегов трещины нормального разрыва при однородном растяжении плоскости с трещиной и относится к ситуации начала движения при длинах трещины, незначительно превышающих критический размер, при котором происходит ее страгивание

$$\frac{d\ell}{dt} = V_{\max} \left(1 - \frac{\ell_{\text{cr}}}{\ell} \right), \quad (2.16)$$

где $V_{\max}$ — максимальная скорость движения разрыва, ℓ_{cr} — критический размер разрыва, $\ell > \ell_{\text{cr}}$ — текущий размер разрыва. (другой упоминаемый вид взаимосвязи $\frac{d\ell}{dt} = V_{\max} \sqrt{1 - \frac{\ell_{\text{cr}}}{\ell}}$ (по [9])).

Перейдем к безразмерным параметрам. Положим $n = \frac{\ell - \ell_{\text{cr}}}{\ell_{\text{cr}}}$. Тогда получим из (2.16)

$$\frac{dn}{dt} = \frac{V_{\max}}{\ell_{\text{cr}}} \left(\frac{n}{1+n} \right). \quad (2.17)$$

Решение этого уравнения (при условии ($n = 0$) в момент страгивания отслоения ($t = 0$)) приводит к трансцендентному уравнению

$$\ln(ne^n + 1) = \frac{V_{\max}}{\ell_{\text{cr}}} t. \quad (2.18)$$

Найдем приращение относительной длины разрыва за время, в течение которого система находится в неравновесном (закритическом) состоянии для одного цикла температурного воздействия. Определим это время, используя полученное ранее представление эффективного цикла колебаний изгибающего момента при периодическом тепловом воздействии на поверхность покрытия. Обозначим ΔM — добавочное механическое воздействие (внешний изгибающий момент), при котором система выходит из состояния предельного статического равновесия. Тогда при наложении колебаний температуры поверхности время нахождения системы в закритическом состоянии будет

$$t = \frac{2}{\omega} \arccos \left(\frac{A^*(\omega) - \Delta M}{A^*(\omega)} \right), \quad \Delta M < A^*(\omega). \quad (2.19)$$

Относительная скорость развития отслоения, осредненная по продолжи-

тельности цикла, оценивается соотношением

$$\bar{V}(\omega) = \frac{n\omega}{2\pi}. \quad (2.20)$$

Соотношения (2.19)–(2.21) определяют вид взаимосвязи скорости движения отслоения в субкритическом режиме и параметров колебания температуры при неизменных параметрах внешнего воздействия.

Величина $\bar{V}(\omega)$ — немонотонная функция частоты, что может быть использовано в технологических целях. Пример этой функции для варианта нагружения, в котором превышение нагрузки сверх критического уровня является фиксированной долей амплитуды дополнительного изгибающего момента ($\Delta M/A^*(\omega) = \text{const}$), показан на рис. 6.

Более простая форма записи получается для асимптотики, в которой относительные приращения длины отслоения за цикл термонагружения малы ($n \ll 1$), что соответствует весьма малым отклонениям нагрузки от состояния статического предельного равновесия системы и высоким частотам возмущения. В этом случае получим вместо (2.18)

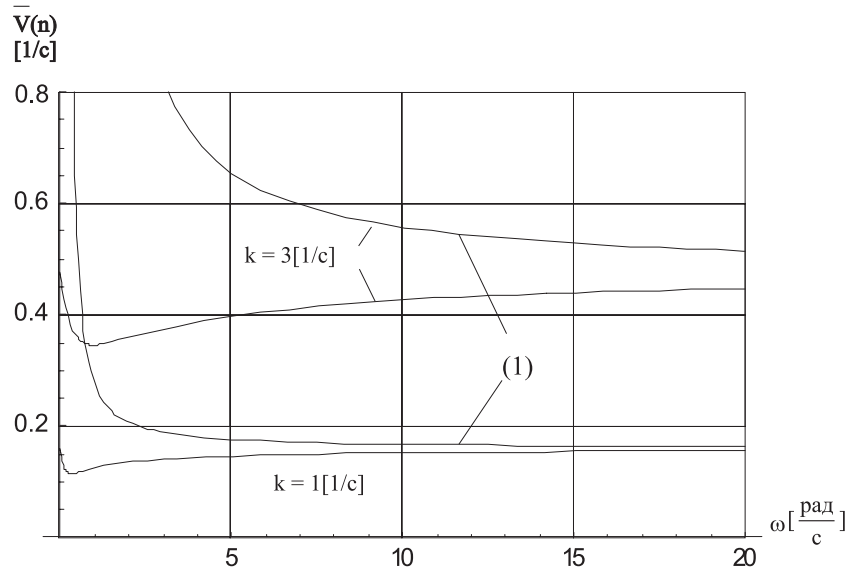


Рис. 6. Взаимосвязь относительной скорости развития отслоения в закритической области и частоты термонагружения $k = \frac{2V_{\max}}{\ell_{cr}} \arccos\left(1 - \frac{\Delta M}{A^*(\omega)}\right)$. (1) — расчет по формуле (2.22)

$$n = \exp\left(\frac{V_{\max}}{\ell_{cr}} t\right) - 1 \quad (2.21)$$

и, соответственно, используя (2.19) и (2.20), найдем

$$\bar{V}(\omega) = \frac{\omega}{2\pi} \left(\exp\left(\frac{2V_{\max}}{\ell_{cr}\omega} \arccos\left(\frac{A^*(\omega) - \Delta M}{A^*(\omega)}\right)\right) - 1 \right). \quad (2.22)$$

При больших частотах воздействия, как видно на рис. 6, функции $\bar{V}(\omega)$, найденные по соотношениям (2.19)–(2.21), и формуле для малых относительных приращений длины отслоения (2.22) имеют одну асимптотику.

Заключение

Рассмотрен сценарий механики адгезионного разрушения деталей с покрытиями, когда толщина покрытия h много меньше других характерных размеров отслоения, что обеспечивает возможность применения балочного приближения, точность которого тем выше, чем больше отношение длины балки к ее толщине. Для демонстрации подхода использована задача об отщеплении балки постоянной толщины на краю полуплоскости под действием внешнего момента, приложенного к ее свободному торцу, сил сцепления в концевой зоне (модель типа Дагдейла) и влияния нестационарных температурных воздействий — термоудара по внешней поверхности или в области склейки и периодического изменения температуры поверхности. Показано, что эффективное сопротивление распространению отслоения может быть временно повышено или понижено за счет термоупругих напряжений, вводимых посредством резкого изменения температуры поверхности или клеевого слоя. В случае периодического теплового воздействия можно получить инструмент контроля скорости распространения отслоения как в режиме докритического подрастания, так и в закритическом режиме, что может иметь технологические приложения. Приведены примеры расчета параметров модели применительно к стальному покрытию.

Работа содержит результаты исследований, выполняемых при поддержке Проектов РФФИ 05-01-00191 и 05-08-18207.

Литература

- [1] Гольдштейн, Р.В. Балочное приближение в задачах отслоения тонких покрытий / Р.В. Гольдштейн, Н.М. Осипенко // Изв. РАН. МТТ. – 2003. – №5. – С. 154–163.
- [2] Слепая, Л.И. Механика трещин / Л.И. Слепая. – Л.: Судостроение, 1990. – 296 с.
- [3] Ентов, В.М. О балочном приближении в теории трещин / В.М. Ентов, Р.Л. Салганик // Изв. АН СССР. Механика. – 1965. – №5. – С. 95–102.
- [4] Черепанов, Г.П. Механика разрушения композиционных материалов / Г.П. Черепанов. – М.: Наука, 1983. – 296 с.
- [5] Хеллан, К. Введение в механику разрушения / К. Хеллан. – М.: Мир, 1998. – 364 с.
- [6] Черепанов, Г.П. Механика хрупкого разрушения / Г.П. Черепанов. – М.: Наука, 1974. – 640 с.

- [7] Паркус, Г. Неустановившиеся температурные напряжения / Г. Паркус. – М.: Физматгиз, 1963. – 252 с.
- [8] Новацкий, В. Вопросы термоупругости / В. Новацкий. – М.: Изд-во АН СССР, 1962.
- [9] Партон, В.З. Механика упругопластического разрушения / В.З. Партон, Е.М. Морозов. – М.: Наука, 1974. – 416 с.

Поступила в редакцию 2/V/2007;
в окончательном варианте — 2/V/2007.

LAMINATION OF COATINGS UNDER THERMOELASTIC STRESSES (BEAM APPROXIMATION)

© 2007 R.V. Goldstein, N.M. Osipenko²

The beam approximation is used in the fracture mechanics problems on lamination of thin elastic coatings taking into account bonds on the border of joint and the effect of transitional temperatures.

Edge zone of the laminating is modelled by an elastic beam loaded by external bending moment and the force factors due to bonds of the ground. Estimations of changes of effective crack growth resistance of adhesive junction for various conditions are found. The obtained results can be applied to technology of selection of adhesive junction parameters providing its effective adhesive crack growth resistance.

Paper received 2/V/2007.
Paper accepted 2/V/2007.

²Goldstein Robert Veniaminovich, Osipenko Nikolay Mikhailovich, Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy of Sciences, Moscow, 119526, Russia.