МЕХАНИКА

УДК 532.329:532.2.532

ДВУМЕРНЫЕ И НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ В ЯВЛЕНИИ ПУЗЫРЬКОВОЙ ДЕТОНАЦИИ

© 2006 И.К. Гималтдинов[1]

В двумерной постановке рассматривается взрыв завесы конечных размеров, находящейся в объеме жидкости, под воздействием импульса давления. Приведены также результаты по динамике возникновения и срыва одномерных детонационных волн в неоднородной по объемному содержанию пузырьковой системе из-за нелинейных явлений при прохождении волн давления через границу неоднородности.

1. Постановка задачи

Пусть в канале, который заполнен жидкостью, находится пузырьковая зона, ограниченная в общем случае цилиндрической поверхностью, образующая которой параллельна оси z (продольные размеры зоны значительно больше, чем поперечные размеры) (рис. 1). Рассмотрим двумерные волновые возмущения. Такие возмущения могут реализоваться, например, под действием плоского удара по жидкости, в которой находится пузырьковая зона конечных размеров, или воздействием на систему граничным давлением, неоднородным по координате y ($p = p^0(t, y)$ при $x = x_0$).

2. Основные уравнения

При описании движения пузырьковой жидкости будем полагать: в каждом элементарном объеме все пузырьки сферические и одного радиуса, вязкость и теплопроводность существенны лишь в процессе межфазного взаимодействия, и, в частности, при пульсации пузырьков отсутствуют их дробление и слипание.

На основе вышеприведенных допущений примем систему макроскопических уравнений масс, числа пузырьков, импульсов и давления в пузырьках в односко-

[1]Гималтдинов Ильяс Кадирович (iljas_g@mail.ru), кафедра прикладной математики и механики Стерлитамакской государственной педагогической академии, 453103, Россия, республика Башкортостан, г. Стерлитамак, пр. Ленина, 37.

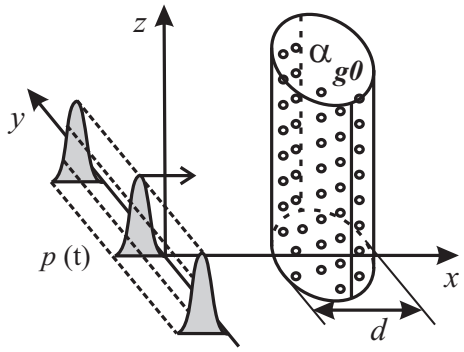

Рис. 1. Схематическое изображение расчетной области

ростном приближении [1] в форме

$$\frac{d\rho_i}{dt} + \rho_i\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) = 0 \quad (i = l, g), \quad \frac{dn}{dt} + n\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) = 0,$$
$$\rho\frac{du}{dt} + \frac{\partial p_l}{\partial x} = 0, \quad \rho\frac{dv}{dt} + \frac{\partial p_l}{\partial y} = 0, \quad \frac{dp_g}{dt} = -\frac{3\gamma p_g}{a}w - \frac{3(\gamma-1)}{a_0}q, \tag{2.1}$$
$$w = \frac{da}{dt} \quad \left(\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u\frac{\partial}{\partial x} + v\frac{\partial}{\partial y}\right),$$
$$\alpha_l + \alpha_g = 1, \ \alpha_g = \frac{4}{3}\pi a^3 n, \ \rho_i = \rho_i^0\alpha_i, \quad \rho = \rho_g + \rho_l,$$

где a — радиус пузырьков, γ — показатель адиабаты для газа, p_i — давления фаз, ρ_i^0 — истинные плотности фаз, α_i — объемные содержания фаз, q — интенсивность теплообмена, n — число пузырьков в единице объема, w — радиальная скорость пузырьков. Скорости u и v соответствуют движению по координатам x и y. Нижними индексами $i = l, g$ отмечены параметры жидкой и газовой фаз.

При описании радиального движения в соответствии с уточнением, предложенным в [2], будем полагать, что $w = w_R + w_A$, где w_R описывается уравнением Рэлея–Ламба, а w_A определяется из решения задачи о сферической разгрузке на сфере радиуса a в несущей жидкости в акустическом приближении:

$$a\frac{dw_R}{dt} + \frac{3}{2}w_R^2 + 4\nu_l\frac{w_R}{a} = \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0}, \tag{2.2}$$

$$w_A = \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0 C_l \alpha_g^{1/3}}, \tag{2.3}$$

где ν_l — вязкость жидкости.

Будем полагать, что жидкость является акустически сжимаемой, а газ калорически совершенным

$$p_l = p_0 + C_l^2(\rho_l^0 - \rho_{l0}^0), \quad p_g = \rho_g^0 R T_g, \tag{2.4}$$

где R — газовая постоянная. Здесь и в дальнейшем индексами 0 внизу снабжены параметры, относящиеся к начальному невозмущенному состоянию.

Тепловой поток q задается приближенным конечным соотношением

$$q = \mathrm{Nu}\lambda_g\frac{T_g - T_0}{2a}, \quad \frac{T_g}{T_0} = \frac{p_g}{p_0}\left(\frac{a}{a_0}\right)^3,$$
$$\mathrm{Nu} = \sqrt{\mathrm{Pe}}, \quad \mathrm{Pe} \geqslant 100, \quad \mathrm{Nu} = 10, \quad \mathrm{Pe} < 100,$$

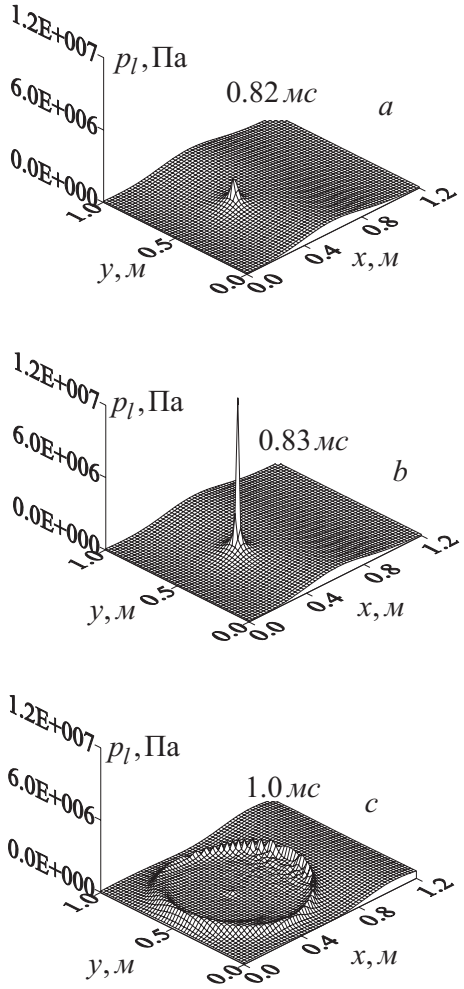

Рис. 2. Давление в жидкости при взрыве пузырьковой области, находящейся в объеме "чистой" жидкости. Параметры системы: $\Delta p_0 = 0.95$ МПа, $t_* = 1.0$ мс, $x_{01} = 0.4$ м, $y_{01} = 0.5$ м, $\alpha_{g0} = 0.02$, $a_0 = 1.5$ мм, $R = 3.5$ см. Газ в пузырьках — ацителено-кислородная стехиометрическая смесь $C_2H_2 + 2,5O_2$ со следующими параметрами: $\rho_{g0} = 1.26$ кг/м^3, $\gamma = 1.33$, $\lambda_g = 2.49$ Дж/(м·с·град), $c_{gp} = 1140$ Дж/(кг·град), $B = 10,97$ — газовая постоянная. Жидкость — смесь глицерина с водой (0.5 — объемное содержание глицерина): $\rho_{l0} = 1130$ кг/м^3, $p_0 = 10^5$ Па, $T_0 = 300$ °K, $\lambda_l = 0.4263$ Дж/(м·с·град), $c_p = 3300$ Дж/(кг·град), $\mu = 6.84 \cdot 10^{-3}$ Па·с, $C_l = 1700$ м/с

$$\mathrm{Pe} = 12(\gamma - 1)\frac{T_0}{|T_g - T_0|}\frac{a|w|}{\kappa_g}, \quad \kappa_g = \frac{\lambda_g}{C_g \rho_g^0},$$

где $T_0 = \mathrm{const}$ — температура жидкости, λ_g — теплопроводность, Nu — число Нуссельта.

Принятая система уравнений позволяет адекватно описывать динамику волн с достаточно "крутыми" участками, когда сжатие пузырьков определяется не только эффектами радиальной инерции несущей жидкости, но и акустической разгрузкой

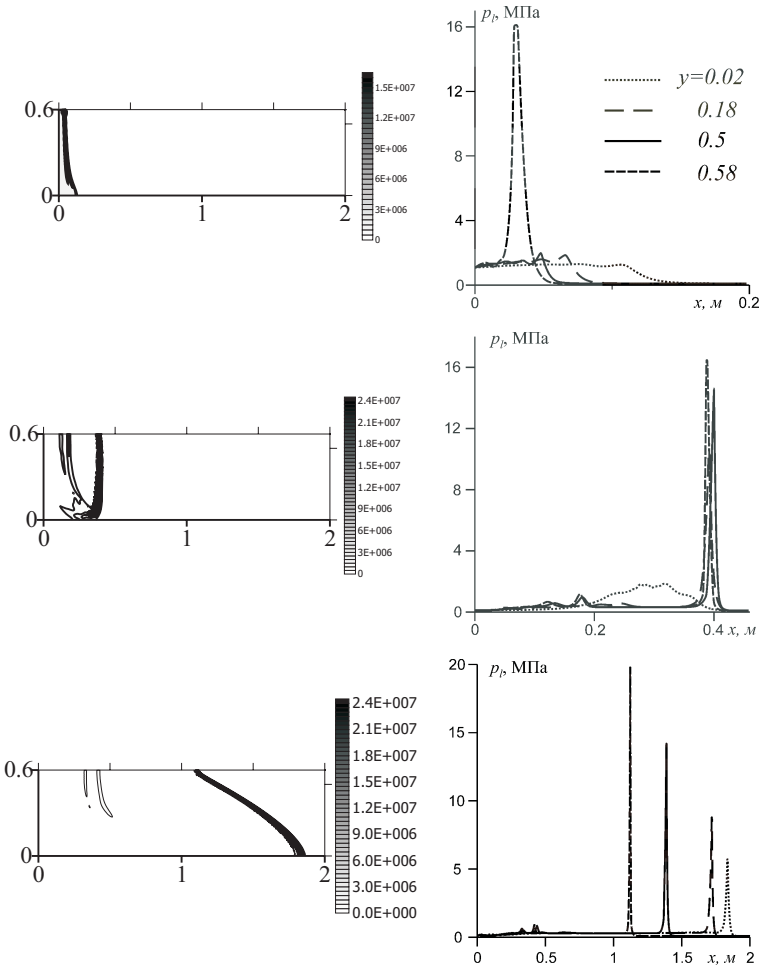

Рис. 3. Профиль детонационной волны в неоднородной по объемному содержанию газа пузырьковой жидкости. Параметры системы: $\Delta p_0 = 0.95$ МПа, $t_* = 0.5$ мс, $\alpha_{g0}^{(1)} = 0.005$, $\alpha_{g0}^{(2)} = 0.08$, $a_0 = 1.5$ мм. Остальные параметры такие же, как на рис. 2

на пузырьках, и, следовательно, сжимаемостью жидкости. Кроме того, из этой математической модели в частном случае при $\alpha_g = 0$ следует волновое уравнение для акустически сжимаемой жидкости. При исследовании взаимодействия волн в "чистой" жидкости с пузырьковой областью это обстоятельство, в свою очередь, позволяет использовать сквозные методы расчета.

3. Метод численного расчета

Для численного анализа задачи об эволюции волн в жидкости при наличии в ней пузырьковой области удобнее пользоваться системой уравнений, приведенной в разд. 2, записанной в лагранжевых переменных. Это, в частности, связано с тем, что в лагранжевых координатах пузырьковая область неподвижна. Из уравнений (2.1) после некоторых преобразований можно получить следующую систему

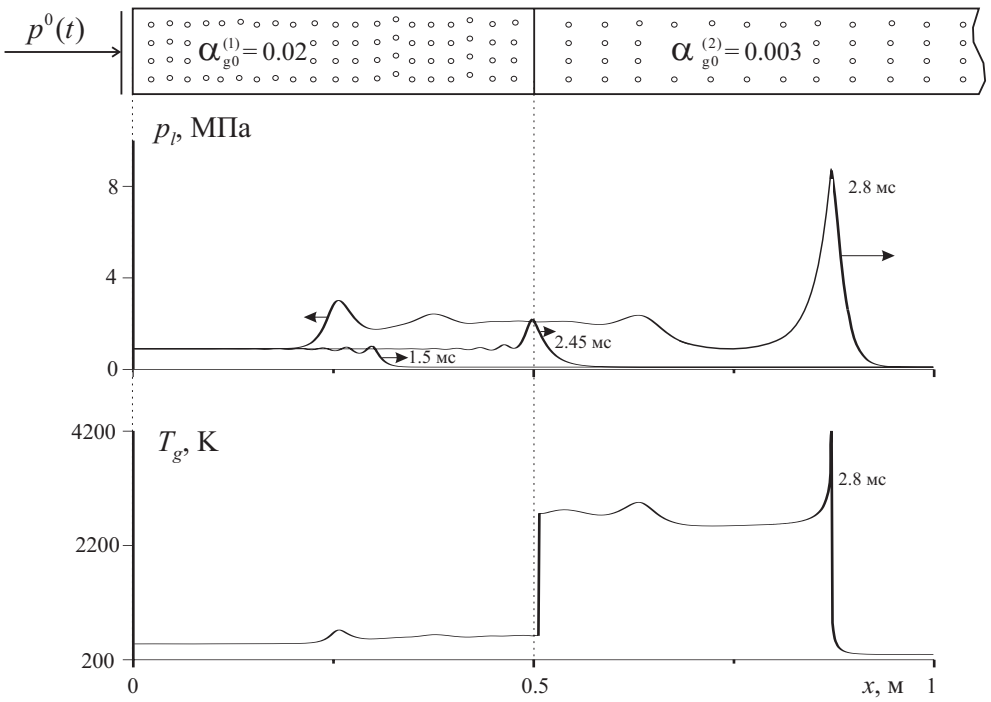

Рис. 4. Возникновение детонационного солитона. Параметры системы: жидкость — водоглицериновый раствор (с объемной концентрацией глицерина 0.5), газ — ацетилено-кислородная стехиометрическая смесь ($C_2H_2 + 2.5O_2$), $a_0 = 2$ мм, $\Delta p_0 = 0.8$ МПа, $x_{01} = 0.5$ м, $\alpha_{g0}^{(1)} = 0.02$, $\alpha_{g0}^{(2)} = 0.003$, $T_* = 1000$ K, $\Delta T = 3200$ °K

в лагранжевых переменных:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho J}\left(\frac{\partial p_l}{\partial x_0}\frac{\partial y}{\partial y_0} - \frac{\partial p_l}{\partial y_0}\frac{\partial y}{\partial x_0}\right), \quad \frac{\partial x}{\partial t} = u,\\
&\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho J}\left(\frac{\partial p_l}{\partial y_0}\frac{\partial x}{\partial x_0} - \frac{\partial p_l}{\partial x_0}\frac{\partial x}{\partial y_0}\right), \quad \frac{\partial y}{\partial t} = v,\\
&\frac{\partial p_l}{\partial t} = \frac{C_l^2\rho_l^0}{1-\alpha_g}\left[\frac{3\alpha_g}{a}w + \left(\frac{\alpha_g}{J} + \frac{\rho_{l0}}{J^2\rho_l^0}\right)\frac{\partial J}{\partial t}\right],\\
&\frac{\partial \alpha_g}{\partial t} = \frac{3\alpha_g}{a}w - \frac{\alpha_g}{J}\frac{\partial J}{\partial t}, \quad \frac{\partial p_g}{\partial t} = -\frac{3\gamma p_g}{a}w - \frac{3(\gamma-1)}{a}q,\\
&\frac{\partial a}{\partial t} = w = w_R + w_A,\\
&\frac{\partial w_R}{\partial t} = \left[\frac{p_g - p_l}{\rho_l^0} - \frac{3}{2}w_R^2 - 4\nu_l\frac{w_R}{a}\right]\frac{1}{a}, \quad w_A = \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0 C_l \alpha_g^{1/3}},\\
&\left(J = \frac{\partial x}{\partial x_0}\frac{\partial y}{\partial y_0} - \frac{\partial x}{\partial y_0}\frac{\partial y}{\partial x_0}, \quad \frac{\partial J}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial x_0}\frac{\partial y}{\partial y_0} - \frac{\partial u}{\partial y_0}\frac{\partial y}{\partial x_0} + \frac{\partial x}{\partial x_0}\frac{\partial v}{\partial y_0} - \frac{\partial x}{\partial y_0}\frac{\partial w}{\partial x_0}\right),
\end{aligned}
\tag{3.1}
$$

где x_0 и y_0 — лагранжевы переменные, в качестве которых берутся начальные эйлеровы координаты, J — якобиан перехода от лагранжевых к эйлеровым переменным.

Система (3.1) решается численно по явной схеме. Причем не требуется вводить искусственную вязкость, поскольку приведенные уравнения из-за учета межфаз-

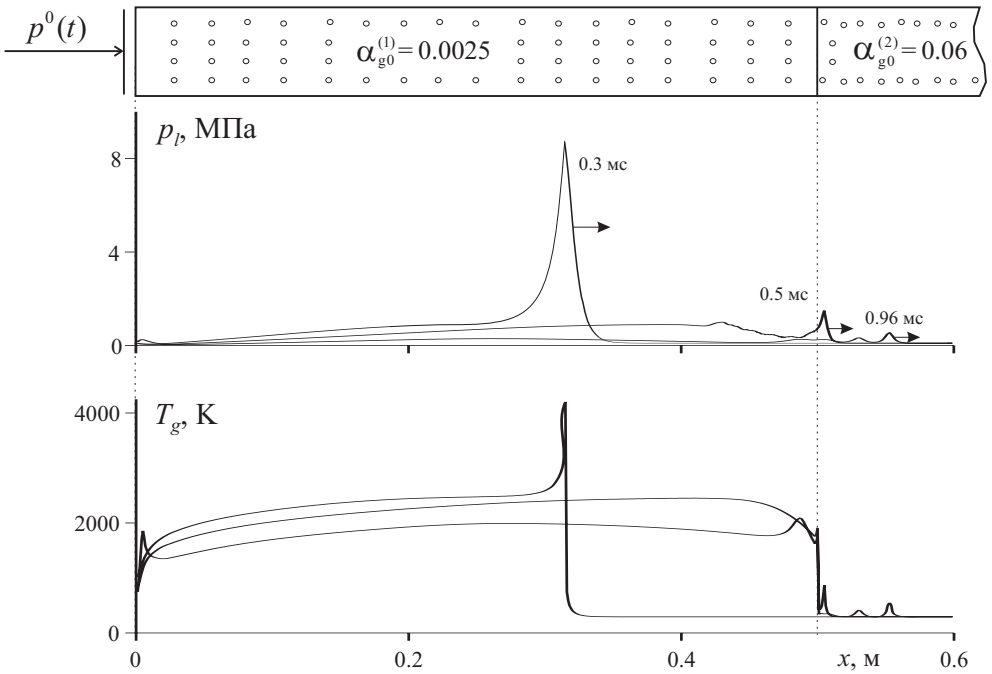

Рис. 5. Срыв детонационной волны. Параметры системы: $\Delta p_0 = 2.0$ МПа, $t_* = 0.02$ мс, $x_{01} = 0.5$ м, $\alpha_{g0}^{(1)} = 0.0025$, $\alpha_{g0}^{(2)} = 0.06$, $a_0 = 1$ мм. Остальные параметры такие же, как на рис. 4

ного теплообмена и акустической разгрузки являются системой с естественной диссипацией.

Приведем принцип построения разностной схемы, которая принята для решения данной задачи. Для аппроксимации дифференциальных уравнений используем равномерную шахматную сетку

$$(x_{0i}, y_{0j}, t_k), \quad (x_{0i+1/2}, y_{0j+1/2}, t_k),$$
$$x_{0i+1} = x_{0i} + h_{x_0}, \quad x_{0i+1/2} = x_{0i} + 0,5h_{x_0}, \quad i = 0, 1, ..N_1 - 1,$$
$$y_{0j+1} = y_{0j} + h_{y_0}, \quad y_{0j+1/2} = y_{0j} + 0,5h_{y_0}, \quad j = 0, 1, ..N_2 - 1,$$
$$x_{00} = 0, \quad x_{0N_1} = M_1,$$
$$y_{00} = 0, \quad y_{0N_2} = M_2,$$
$$t_{k+1} = t_k + \tau, \quad t_k = k\tau, \quad k = 0, 1, 2...,$$

где h_{x_0}, h_{y_0} и τ — соответственно шаги по координатам X, Y и по времени. К узлам сетки (x_{0i}, y_{0j}, t_k) будем относить сеточные функции скоростей u_{ij}^k, v_{ij}^k и эйлеровых переменных x_{ij}^k и y_{ij}^k, к "полуцелым" точкам $(x_{0i+1/2}, y_{0j+1/2}, t_k)$ — сеточные функции всех остальных параметров. Такая аппроксимация обеспечивает устойчивость решения волновых задач в однофазных системах (жидкостях и газах) конечно-разностным методом [3].

Расчетная область полагается прямоугольной и на ее границах ($x_0 = 0$, $x_0 = L_x$, $0 < y_0 < L_y$; $y_0 = 0$, $y_0 = L_y$, $0 < x_0 < L_x$) в расчетах приняты условия, как на жесткой стенке. Расчетная область взята достаточно широкой, так, чтобы вторичные сигналы, образованные отражением от "стенки" области, в период взаимодействия волнового импульса с завесой не сказывались.

4. Результаты численных расчетов

На рис. 2 иллюстрируются результаты численного эксперимента по эволюции волнового импульса, заданного в виде

$$p^0(t,y) = p_0 + \Delta p_0 \exp\left[\psi(t_*)\right], \quad \psi(m) = -\left(\frac{t - m/2}{m/6}\right)^2, \tag{4.1}$$

в воде, содержащей пузырьковую завесу (рис.1). Пузырьковая область задается в виде цилиндра с радиусом R, с центром в точке с координатой (x_{01}, y_{01}) и объемным содержанием α_{g0}.

На рис. 2 приведены профили давления в жидкости, соответствующие различным моментам времени. При распространении импульсных сигналов в жидкости, содержащей пузырьковую зону конечных размеров, как это показано в [4], внутри завесы в определенные моменты времени возможны "башнеобразные" профили давления и температуры пузырьков с достаточно высокими пиковыми значениями. Здесь рассмотрена ситуация, когда такое пиковое значение температуры газа внутри пузырьков с горячим газом достигает температуры воспламенения, и в последующем развивается процесс детонации. На рис. 2, a приведено распределение давления в жидкости в момент времени $t = 0.82$ мс. Видно, что в области, где находится завеса, произошло увеличение амплитуды давления в жидкости. К этому моменту времени максимальная температура газа в пузырьках еще не достигла температуры воспламенения. При дальнейшем распространении импульса пиковая температура газа достигает температуры воспламенения, и в завесе возникает детонационная волна, рис. 2, b. Далее происходит переход детонационной волны в "чистую" жидкость. При этом в "чистой" жидкости достигается максимальное давление $p_m = 13.2$ МПа как следствие перехода из акустический более мягкой среды в жесткую. На рис. 2, c представлено распределение давления в жидкости в момент 1.0 мс, когда взрывная волна из завесы вышла в зону "чистой" жидкости. Максимальное значение давления в зоне взрыва (в завесе) уменьшилось до значения $p_m = 0.6$ МПа.

Рассмотрим динамику волны в пузырьковой жидкости, когда объемное содержание газа в канале линейно меняется в поперечном направлении к направлению распространения волны от значения $\alpha_{g0}^{(1)}$ до $\alpha_{g0}^{(2)}$. Импульс на границе $x_0 = 0$ задается выражением (4.1). При распространении импульсных сигналов в пузырьковой жидкости с таким объемным содержанием происходит фокусировка импульса, и вследствие этого повышается амплитуда давления у этой границы по сравнению с амплитудой первоначального импульса. Здесь показана ситуация, когда при таком усилении амплитуды волны давления у границы с большим объемным содержанием газа достигается температура воспламенения, что в последующем приводит к развитию процесса детонации в пузырьковой жидкости. На рис. 3 приведены система изобар и эпюры давления по координате x при различных значениях координаты y в одни и те же моменты времени. Видно, что к моменту времени 0.62 мс (рис. 3, a) у границы с большим объемным содержанием температура газа внутри пузырьков достигает значения T_*, и начинается процесс детонации. Из рис. 3, b, соответствующего моменту 1.62 мс следует, что воспламенение газа в пузырьках распространяется на всю ширину расчетной области. рис. 3, c показывает, что детонационная волна распространяется по всей области расчета с максимальной амплитудой 24 МПа, которое достигается у стенки с большим объемным содержанием газа

Рассмотрим эволюцию волны типа "ступенька" в неоднородной по объемному содержанию газа пузырьковой жидкости, образующейся, когда на границе $x_0 = 0$ задается давление в виде ступеньки $p_0 + \Delta p$ и поддерживается во все время процесса (рис.4). Область расчета разделена на две зоны с разными объемными содержаниями $\alpha_{g0}^{(1)}$, $\alpha_{g0}^{(2)}$.

На рис. 4 представлены эпюры давления в жидкости и температуры газа в моменты времени, которые указаны на кривых. При распространении волны давления по пузырьковой жидкости происходит инерционное сжатие пузырьков. Если амплитуда исходной волны мала настолько, что температура газа в пузырьках в волне меньше температуры воспламенения горючей смеси T_*, то газ внутри пузырьков не воспламеняется. В этом случае имеем общую картину распространения волны давления, характерную для газожидкостных пузырьковых сред. Такую картину на рис. 4 иллюстрирует кривая, соответствующая моменту времени 1.5 мс, распространяющаяся в зоне 1. Далее эта волна переходит границу между зонами 1 и 2. При переходе ступенчатой волны из зоны с большим объемным содержанием в зону с меньшим объемным содержанием на границе между этими зонами реализуется условие, аналогичное условию отражения от твердой стенки. Поэтому из-за эффектов нелинейности амплитуды отраженной и проходящей волн могут в несколько раз превышать амплитуду первоначальной волны. При этом для представленного примера в зоне 2 достигается температура воспламенения T_*. В результате этого происходят воспламенение газа в пузырьках и последующее распространение детонационной волны во второй зоне.

На рис. 5 представлены результаты расчета, когда сформировавшаяся под воздействием "$\prod$"-образного импульса амплитудой Δp и временной протяженностью t_* детонационная волна проходит из зоны с объемным содержанием пузырьков $\alpha_{g0}^{(1)} = 2.5 \cdot 10^{-3}$ в зону с $\alpha_{g0}^{(2)} = 0,06$. Представлены эпюры давления в жидкости и температуры газа внутри пузырьков, цифры у кривых соответствуют моментам времени. Видно, что в зоне 1 параметры смеси и инициирующей волны такие, что на переднем фронте "$\prod$"-образного импульса температура газа в пузырьках достигает значения T_* и образуется детонационная волна. При прохождении границы между зонами 1 и 2 детонационная волна "срывается", т.е. в зоне 2 детонационная волна отсутствует, и распространение волны происходит, как в неактивной (содержащей пузырьки с негорючим газом) газожидкостной среде. Это связано с тем, что зона 2 акустически "мягче", чем зона 1, и при переходе детонационной волны реализуется условие, аналогичное условию отражения от свободной поверхности, и детонационная волна проникает в зону 2 с меньшей амплитудой, частично отражаясь как волна разгрузки, поэтому амплитуда детонационной волны в зоне 2 не способна к сжатию пузырьков до температуры T_*, и детонационная волна "срывается".

5. Выводы

Исследована динамика одномерных и двумерных детонационных волн в пузырьковой жидкости. Изучена динамика детонационных волн при прохождении зон, различающихся объемным содержанием пузырьков. По результатам исследований могут быть сделаны следующие выводы:

1. При переходе волны типа "ступенька" из зоны с большим объемным содержанием в зону с меньшим объемным содержанием на границе между этими зонами происходит нелинейное отражение, из-за которого амплитуды проходящей

и отраженной волн значительно превышают амплитуду первоначальной волны. При этом в обеих зонах вблизи границы может быть достигнута температура воспламенения и, как следствие, зарождение и распространение от границы неоднородности волны детонации в обоих направлениях. В зоне с большим объемным содержанием амплитуда детонационной волны в несколько раз превышает амплитуду детонационной волны, распространяющейся в зоне с меньшим объемным содержанием. Это связано с тем, что, во-первых, в первой зоне более калорийная пузырьковая смесь, и, во-вторых, к моменту зарождения детонации в первой зоне произошло ее предварительное поджатие.

2. Детонационная волна при прохождении через границу из зоны с меньшим объемным содержанием в зону с большим объемным содержанием может срываться, то есть детонационная волна и следующая за ней ударная волна при прохождении через эту границу не способны инициировать детонацию в зоне с более высоким объемным содержанием газа (являющейся, вообще говоря, более калорийным взрывчатым веществом). Это связано с тем, что вторая зона акустически значительно более мягкая среда, чем первая зона, и в процессе взаимодействия детонационной волны (а также последующей за ним ударной волны) с границей между зонами неоднородностей эта граница для первой зоны аналогична свободной поверхности.

3. При распространении волны сжатия по чистой жидкости, содержащей пузырьковую зону конечных размеров с пузырьками содержащими горючий газ, в случае, когда временная протяженность импульса большая, в завесе возникают башнеобразные профили давления и температуры с достаточно высокими пиковыми значениями. Если амплитуда исходного импульса достаточна для инициирования воспламенения, то происходит взрыв пузырьковой завесы. Такое воздействие на пузырьковую завесу через окружающую "чистую" жидкость, сопровождаемое двумерными и нелинейными эффектами, существенно снижает амплитуду инициирующего воздействия, способного возбудить детонацию.

4. При воздействии импульсом давления по пузырьковой жидкости, объемное содержание газа в которой плавно меняется в направлении, поперечном к направлению распространения волны, происходит ее фокусировка к границе с большим объемным содержанием. Причем амплитуда трансформированной волны может превышать амплитуду инициирующей ударной волны до полутора раз. В дальнейшем это обстоятельство способствует воспламенению пузырьков и развитию детонации во всем объеме. Таким образом, поперечная неоднородность объемного содержания газа приводит также к снижению амплитуды инициирующего импульса, способного возбудить детонацию.

Литература

[1] Нигматулин, Р.И. Динамика многофазных сред / Р.И. Нигматулин. М.: Наука, 1987. Ч. 1. 464 с.; Ч. 2. 360 с.

[2] Нигматулин, Р.И. Проявление сжимаемости несущей фазы при распространении волн в пузырьковой среде / Р.И. Нигматулин, В.Ш. Шагапов, Н.К. Вахитова // Докл. АН СССР. 1989. Т. 304. №5. С. 1077–1081.

[3] Самарский, А.А. Разностные методы решения задач газовой динамики / А.А. Самарский, Ю.П. Попов. М.: Наука, 1980. 352 с.

[4] Двумерные волны давления в жидкости, содержащей пузырьковую зону. / Р.И. Нигматулин [и др.] //Доклады РАН. 2001. Т. 378. №6. С. 763–768

Поступила в редакцию 10/*VI*/2005;
в окончательном варианте — 10/*VI*/2005.

TWO-DIMENSIONAL AND NON-LINEAR EFFECTS IN THE BUBBLE DETONATION

© 2005 I.K. Gimaltdinov[2]

Explosion of screen of a finite size in a volume of fluid under pressure impulse is studied in two-dimensional formulation. Results on dynamics of origin and collapse of one-dimensional detonation waves in an inhomogeneous volume bubble fraction system due to non-linear effects of pressure waves propagation through the boundary of inhomogeneity are presented.

Paper received 10/*VI*/2005.
Paper accepted 10/*VI*/2005.

[2]Gimaltdinov Ilyas Kadirovich (iljas_g@mail.ru), Dept. of Applied Mathematics and Mechanics, Sterlitamak State Teacher Training Academy, Sterlitamak, 453103, Russia.