

УДК 621.396.67

О ПРИМЕНЕНИИ ТОКОВОГО МЕТОДА ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ ПОЛЯ, РАССЕЯННОГО НА ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩИХ ТЕЛАХ С БОЛЬШИМИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ РАЗМЕРАМИ¹

© 2006 М.А.Бузова²

Рассматривается подход к анализу рассеяния электромагнитных волн на электрически протяженных проводниках, основанный на применении токового метода. Применительно к частной задаче описываются расчетная методика и алгоритм; приводятся численные результаты.

1. Предварительные сведения

Рассматриваемая здесь задача рассеяния электромагнитных волн на проводниках (рассеивателях) относится к классу внешних задач электродинамики. Из числа методов математической физики, способных в принципе обеспечить сколь угодно высокую точность, для решения внешних задач наилучшим образом подходят методы интегральных уравнений (ИУ). Однако применение этих методов при исследовании электрически протяженных рассеивателей не всегда возможно. Причина — быстрый рост вычислительных затрат по мере увеличения размеров.

Например, при размерах рассеивателя 10×8 м и длине волны $\lambda = 2$ м (частота 150 МГц) для достижения более или менее приемлемой точности расчетов потребуется 2000 разбиений (обычно считается, что при дискретизации линейный размер λ должен иметь не менее 10 разбиений [1, 2]). При этом размер матрицы системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), получающейся из ИУ, будет 2000×2000 . При таком размере матрицы решение СЛАУ на процессоре Pentium 4 при тактовой частоте 3,4 ГГц требует 2 мин. 50 сек. времени счета, что вполне приемлемо. Между тем с увеличением частоты, скажем, вчетверо, число разбиений и размер матрицы возрастут в 16 раз. Число мультипликативных операций при решении СЛАУ возрастает как куб размера матрицы (числа неизвестных или числа

¹Представлена кандидатом физико-математических наук профессором В.В.Зайцевым.

²Бузова Мария Александровна (bma@soniir.samara.ru), ФГУП Самарский отраслевой НИИ радио, 443011, Россия, г. Самара, ул. Сов. Армии, 217.

уравнений) [3, 4], следовательно, время счета во втором примере составит 193 часа 25 мин., что делает возможность применения метода ИУ практически нереальной. Следует также иметь в виду, что во втором примере потребуется более 15,26 Гбайт оперативной памяти для области данных (при двойной точности), а также то обстоятельство, что пока речь шла об одном прогоне программы, тогда как при практических расчетах требуется несколько раз решать электродинамическую задачу.

Приведенные примеры убедительно показывают, что, несмотря на интенсивное развитие методов математической физики, по-прежнему востребованными остаются и различные приближенные подходы, имеющие принципиальные ограничения по точности расчетов, но требующие несоизмеримо меньших вычислительных ресурсов. Среди них отдельно следует выделить токовый метод [5]. В нем сочетаются принципы методов ИУ и геометрической оптики (ГО). Поле в точке наблюдения определяется как суперпозиция стороннего поля и поля излучения тока, наведенного на поверхности рассеивателя. При этом наведенный ток определяется не решением ИУ, а приближенно — в предположении, что отражение падающей волны происходит по законам ГО. Вектор плотности тока в любой точке поверхности определяется по формуле $\vec{j}_S = 2[\vec{n} \times \vec{H}^0]$, где $\vec{n}$ — орт нормали, $\vec{H}^0$ — стороннее магнитное поле. Зная закон распределения тока на рассеивателе, можно найти поле в любой точке пространства и электрические характеристики системы в целом. Для этого необходимо проинтегрировать по всей поверхности рассеивателя выражение для напряженности поля, которое создает элемент поверхности рассеивателя.

2. Основные результаты

В данной работе рассматривается применение токового метода к частной задаче дифракции на тонком металлическом листе прямоугольной формы, имеющем весьма значительные электрические размеры и расположенном над некоторой полупроводящей подстилающей поверхностью. Электродинамическая модель рассеивателя схематично показана на рис. 1. Рассеиватель облучается антенной вертикальной поляризации с заданной диаграммой направленности (ДН) $F(\theta, \varphi)$ и находится в ее волновой зоне. Вся система расположена над подстилающей поверхностью.

При использовании токового метода задача решается в два этапа: 1) нахождение токов, наведенных на элементах освещенной части поверхности рассеивателя; 2) расчет поля излучения наведенных токов $\vec{H}^S$ (поле рассеяния) и окончательного поля — суперпозиции стороннего поля $\vec{H}^0$ и поля рассеяния $\vec{H}^S$.

Для расчета наведенных токов поверхность рассеивателя разбивается на поверхностные сегменты прямоугольной формы. Для этого используется следующая система дискретизации. Каждая горизонтальная сторона

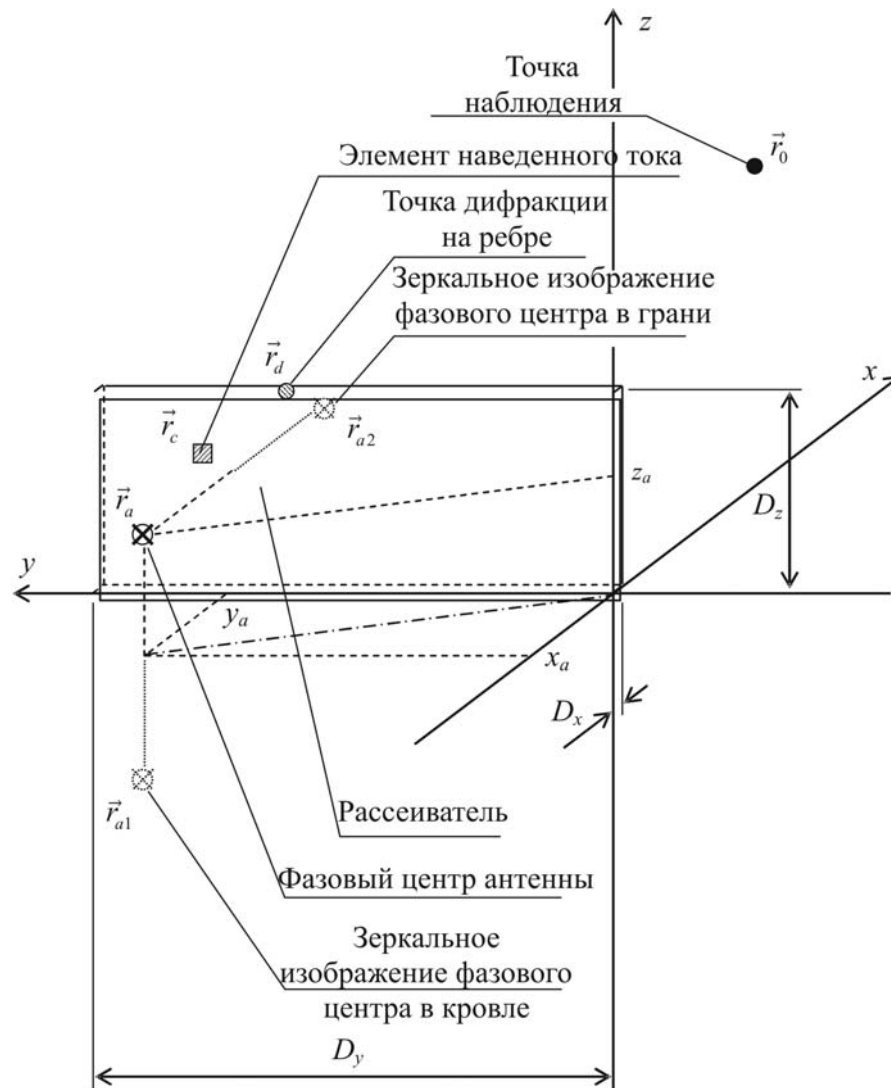


Рис. 1. $\vec{r}_a$ — радиус-вектор фазового центра антенны; $\vec{r}_{a1}$ — радиус-вектор зеркального изображения фазового центра антенны в плоскости подстилающей поверхности; $\vec{r}_{a2}$ — радиус-вектор зеркального изображения фазового центра антенны в плоскости рассеивателя; $\vec{r}_s$ — радиус-вектор точки локализации наведенного тока; $\vec{r}_d$ — радиус-вектор точки дифракции на ребре; $\vec{r}_0$ — радиус-вектор точки наблюдения

прямоугольника разбивается на N_y электрически коротких отрезков, каждая вертикальная сторона — на N_z таких отрезков. Используется двойная нумерация поверхностных сегментов. Первый номер есть номер разбиения

по ординате (от 1 до N_y), второй — по аппликате (от 1 до N_z). Наведенный источник считается локализованным в центре поверхностного сегмента. Радиус-вектор центра kn -го сегмента определяется по формуле:

$$\vec{r}_{kn} = \vec{y}_0 \frac{k-0,5}{N_y} D_y + \vec{z}_0 \frac{n-0,5}{N_z} D_z. \quad (2.1)$$

Каждый поверхностный сегмент (источник, локализованный на сегменте), рассматривается как элементарный вибратор. Поскольку стороннее поле имеет только азимутальную компоненту магнитного поля (антенна вертикальной поляризации), вектор-проекция этого поля на грань рассеивателя будет иметь только y -компоненту. Следовательно, наведенный ток будет иметь только z -компоненту, и элементарный вибратор является вертикальным. Размеры поверхностного сегмента используются для определения параметров элементарного вибратора: горизонтальный размер, будучи умноженным на плотность поверхностного тока (в А/м), дает ток элементарного вибратора (в А); вертикальный размер определяет длину, т.е. дипольный момент [1, 6].

Стороннее поле в точке наблюдения определяется по формуле:

$$\vec{H}^0 = \vec{\varphi}_0 \frac{1}{6\pi} \left(\frac{1}{|\vec{r}_a - \vec{r}_0|^2} + \frac{i\beta}{|\vec{r}_a - \vec{r}_0|} \right) \exp(-i\beta |\vec{r}_a - \vec{r}_0|) F(\theta, \varphi) D, \quad (2.2)$$

где $\vec{\varphi}_0$ — азимутальный орт в сферической системе, связанной с фазовым центром антенны;

$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$ — волновое число;

θ, φ — угловые сферические координаты точки наблюдения $\vec{r}_0$ в сферической системе, связанной с фазовым центром антенны;

D — коэффициент направленного действия антенны.

При расчете поля в центрах сегментов в (2.2) вместо $\vec{r}_0$ подставляются радиус-векторы центров поверхностных сегментов $\vec{r}_{kn}$. Плотность наведенного тока (z -компонента) в kn -м сегменте определяется по формуле:

$$j_{kn} = -\vec{y}_0 \vec{H}_{kn}^0, \quad (2.3)$$

после чего находится ток соответствующего элементарного вибратора:

$$I_{kn} = j_{kn} D_y / N_y. \quad (2.4)$$

Длина элементарного вибратора при этом берется равной D_z/N_z , что соответствует кусочно-постоянной аппроксимации функции плотности наведенного поверхностного тока [1, 6].

Поле рассеяния определяется по формуле:

$$\vec{H}^S = \frac{D_z}{4\pi N_z} \sum_{k=1}^{N_y} \sum_{n=1}^{N_z} \vec{\varphi}_0^{(kn)} I_{kn} \left(\frac{1}{|\vec{r}_{kn} - \vec{r}_0|^2} + \frac{i\beta}{|\vec{r}_{kn} - \vec{r}_0|} \right) \times$$

$$\times \exp(-i\beta |\vec{r}_{kn} - \vec{r}_0|) \sin \theta^{(kn)}, \quad (2.5)$$

где $\vec{\varphi}_0^{(kn)}$ — азимутальный орт в сферической системе, связанной с kn -м элементарным вибратором;

$\theta^{(kn)}$ — полярное расстояние в сферической системе, связанной с kn -м элементарным вибратором.

Азимутальный орт $\vec{\varphi}_0$ (в системе антенны) определяется по формуле:

$$\vec{\varphi}_0 = \frac{[\vec{z}_0 \times (\vec{r}_a - \vec{r}_0)]}{|[\vec{z}_0 \times (\vec{r}_a - \vec{r}_0)]|}, \quad (2.6)$$

где $\vec{z}_0$ — орт оси аппликат базовой системы.

Угловые сферические координаты точки наблюдения $\vec{r}_0$ в сферической системе, связанной с антенной, определяются с помощью формул:

$$\theta = \arccos \left(\vec{z}_0 \frac{\vec{r}_a - \vec{r}_0}{|\vec{r}_a - \vec{r}_0|} \right), \quad \varphi = \arccos \left(\vec{x}_0 \frac{\vec{r}_a - \vec{r}_0}{|\vec{r}_a - \vec{r}_0|} \right), \quad (2.7)$$

где $\vec{x}_0$ — орт оси абсцисс базовой системы.

При расчете поля рассеяния в формулы (2.6), (2.7) вместо $\vec{r}_a$ подставляются радиус-векторы центров поверхностных сегментов $\vec{r}_{kn}$.

В общем случае поле определяется с учетом влияния подстилающей поверхности в рамках двухлучевой модели распространения на приповерхностной трассе [7, 8].

В рамках данной работы на основе изложенной методики разработан алгоритм решения задачи дифракции, реализованный на ЭВМ в виде программы ПЛАКАТ. Одна реализация алгоритма (один прогон программы) обеспечивает расчет поля в какой-то одной точке наблюдения. Решение предусматривает вариантность — с расчетом наведенных токов и без этого расчета. Первый вариант выполняется во всех случаях, когда имеет место изменение каких-либо исходных данных, кроме координат точки наблюдения. Если же токи уже рассчитаны, а из исходных данных изменяется только положение точки наблюдения (например, при расчете ДН), следует выполнять второй вариант. Такое построение алгоритма позволяет при многократных расчетах без изменения параметров системы почти вдвое сократить вычислительные затраты при реализации токового метода. С целью обоснования достоверности получаемых результатов в алгоритме предусмотрено тестирование путем решения задачи методом ГО и сопоставления с решением, получаемым токовым методом. Известно, что метод ГО является строгим в задаче о падении плоской волны на плоский бесконечный экран. По этой причине в качестве тестовой рассматривалась задача (см. рис. 2) о падении плоской волны на достаточно протяженный экран (размеры экрана $D_y = D_z = 5$ м при длине волны 0,333 м; электрические размеры — $15 \times 15 \lambda$). Поле определялось на расчетном контуре, представляющем собой отрезок длиной 5 м (15λ), расположенный перед экраном,

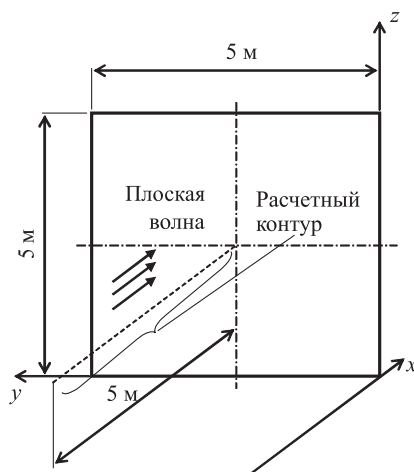


Рис. 2. Нормальное падении плоской волны на экран

ориентированный перпендикулярно к его плоскости и одним концом совпадающий с его центром. Режим падения плоской волны моделировался путем отнесения антенны на достаточно большое расстояние (1000 м). В задаче использовался режим нормального падения (фазовый центр антенны расположен на продолжении расчетного контура), что обеспечило удобство и наглядность при анализе интерференционной картины.

Результаты тестирования показали, что на расстояниях от экрана не более 6λ оба метода дают интерференционную картину с относительным отклонением не более 10%. С увеличением расстояния отклонение растет, так как начинает проявляться ограниченность размеров экрана. В непосредственной близости от экрана ($\lambda/2$ и меньше) отклонение также возрастает, поскольку здесь начинает проявляться дискретный характер модели экрана. На рис. 3 в качестве примера приведены графики распределения в непосредственной близости от экрана модуля вектора магнитного поля, соответствующего ГО-решению и полученного токовым методом. Видно, что уже первый узел интерференционной картины устанавливается достаточно точно (на расстоянии 0,093 м, тогда как должно быть $\lambda/4 = 0,083$ м, т.е. погрешность по расстоянию составляет 12%). С увеличением расстояния интерференционная картина быстро приближается к ГО-решению.

Кроме этого, для дополнительной апробации предложенного подхода в алгоритм была включена возможность решения задачи методом геометрической теории дифракции, а также сопоставления двух получаемых решений. Разработанный алгоритм и программа ПЛАКАТ были применены в задаче оценки затеняющего действия рекламной крышной установки (РКУ) на систему антенн сотовой связи, размещенной на крыше здания. Крыша, таким образом, выполняет роль подстилающей поверхности. Взаимное расположение антенн и рекламной крышной установки показано на рис. 4.

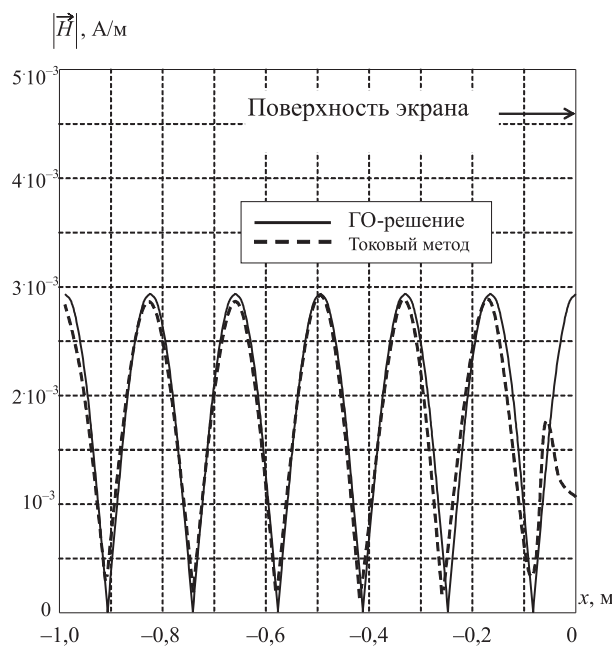


Рис. 3. Графики распределения модуля вектора магнитного поля в непосредственной близости от экрана

Антенны описывались своими паспортными ДН. При решении задачи рассчитывались ДН антенн в горизонтальной и вертикальной плоскостях с учетом влияния РКУ при различных вариантах расположения антенн относительно РКУ.

В качестве примера рассмотрим результаты расчета для одной из антенн, работающей на частоте 870 МГц (МТС-Телеком21 (VP7331.04)). Координаты ее фазового центра: $x_a = -5$ м; $y_a = 15,755$ м; $z_a = 3,15$ м; размеры РКУ: $D_x = 0,36$ м; $D_y = 21,38$ м; $D_z = 5,45$ м.

На рис.5 приведены графики величины ослабления поля антенны при ее штатном положении. На рис. 6, а сплошной линией представлены соответствующие ДН. Для сравнения штриховой кривой представлены результаты, полученные методом геометрической теории дифракции. Наблюдается достаточно малое расхождение двух результатов, что свидетельствует о работоспособности предложенной методики.

Результаты расчетов, представленные на рис. 5 и рис. 6, а показывают, что РКУ оказывает весьма сильное затеняющее действие на антенну: фактически произошла инверсия свойств направленности. Кроме того, снижение уровня поля в рабочем секторе составляет 10...18 дБ, превышая в некоторых направлениях 30 дБ.

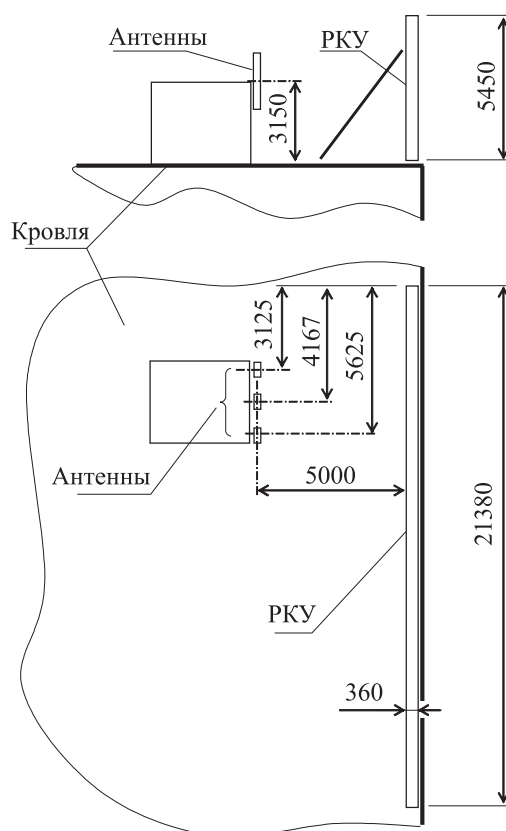


Рис. 4. Взаимное расположение антенн и рекламной крышной установки

Выводы

С целью разработки рекомендаций по ослаблению затеняющего действия были произведены расчеты при другом положении антенны относительно РКУ — $z_a = 6,45$ м. Соответствующие ДН приведены на рис. 6, б. Видно, что увеличение высоты подвеса весьма благоприятно сказывается на форме ДН. Тем не менее и в этом случае антенну нельзя эксплуатировать в системах сотовой радиосвязи из-за наличия весьма значительных задних лепестков. Расчеты показывают, что совпадение с паспортными ДН с графической точностью достигается при высоте фазовых центров антенн 9...10 м от уровня кровли или при их размещении непосредственно на РКУ.

Проведенные исследования показали работоспособность и эффективность токового метода при решении задач дифракции на рассеивателях, имеющих весьма значительные электрические размеры.

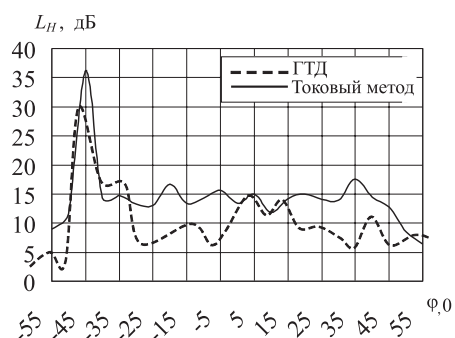


Рис. 5. Графики величины ослабления поля

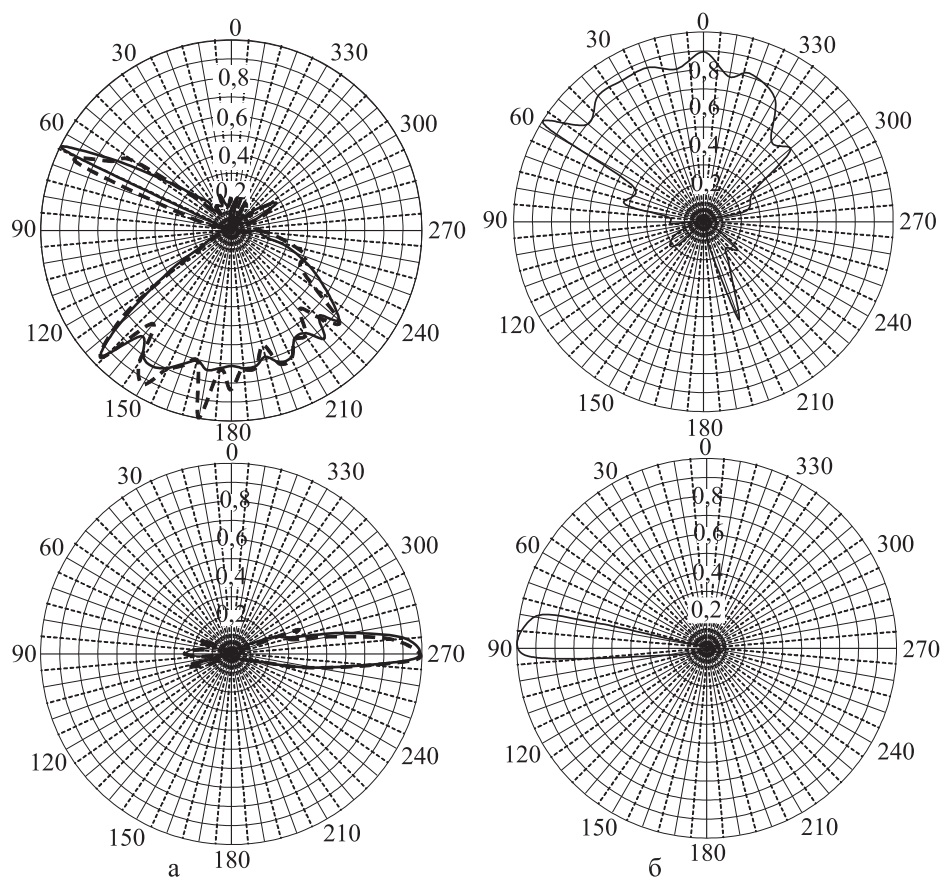


Рис. 6. Диаграммы направленности антенны МТС-Телеком21 при различных ее положениях

Литература

- [1] Никольский, В.В. Электродинамика и распространение радиоволн / В.В. Никольский, Т.И. Никольская. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1989.
- [2] Электродинамические методы анализа проволочных антенн / А.Л. Бузов [и др.]; под ред. В.В. Юдина. – М.: Радио и связь, 2000.
- [3] Инженерные расчеты на ЭВМ: Справочное пособие / под ред. В.А. Троицкого. – Л.: Машиностроение. Ленингр. отделение, 1979.
- [4] Мак-Кракен, Д. Численные методы и программирование на Фортране / Д. Мак-Кракен, У. Дорн; пер. с англ. под ред. Б.М. Наймарка. – М.: Мир, 1977.
- [5] Антенно-фидерные устройства и распространение радиоволн: учебник для вузов / Г.А. Ерохин [и др.]; под ред. Г.А. Ерохина. – 2-е изд., испр. – М.: Горячая линия-Телеком, 2004.
- [6] Марков, Г.Т. Возбуждение электромагнитных волн / Г.Т. Марков, А.Ф. Чаплин. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 1983.
- [7] Альперт, Я.Л. Распространение радиоволн / Я.Л. Альперт, В.Л. Гинзбург, Е.Л. Фейнберг. – М.: Гос. изд-во технико-теоретической лит., 1953.
- [8] Долуханов, М.П. Распространение радиоволн / М.П. Долуханов. – М.: Связь, 1972.

Поступила в редакцию 10/II/2006;
в окончательном варианте — 16/V/2006.

AN APPLICATION OF THE ELECTRIC CURRENT METHOD FOR DETERMINATION OF FIELD SCATTERED ON IDEALLY CONDUCTOR BODIES WITH HIGH ELECTRICAL DIMENSIONS³

© 2006 М.А. Buzova⁴

The method of analysis of electromagnetic waves dispersion on the electrical lengthy conductors is considered. This method is based on the electric current method. The resolving method and the algorithm for a special problems are discussed. Some of numerical results are given.

Paper received 10/II/2006.

Paper accepted 16/V/2006.

³Communicated by Ph.D., Cand. Sci. (Phys. & Math.) Prof. V.V. Zaitsev.

⁴Buzova Mariya Alexandrovna, FSUE Samara Radio Research Institute, Samara, 443011, Russia.