УДК 130.145

КОЛЛЕКТИВНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ НЕИДЕНТИЧНЫХ АТОМОВ В РЕЗОНАТОРЕ[1]

© 2006 Е.К. Башкиров[2]

На основе управляющего кинетического уравнения для матрицы плотности исследовано коллективное спонтанное излучение системы двух неидентичных двухуровневых атомов, резонансно взаимодействующих с модой квантового электромагнитного поля в резонаторе конечной добротности. Получены зависимости от времени среднего числа фотонов, интенсивности излучения и средних инверсий населенностей атомных уровней. в каждой из мод для случая, когда оба атома в начальный момент времени находятся в возбужденном состоянии. Показана возможность пленения излучения и субизлучательного режима эволюции системы атомов.

В последнее время при описании коллективных эффектов, возникающих при взаимодействии атомов с электромагнитным полем, особое внимание привлекает модель двух неидентичных атомов в резонаторе. В простейшем случае неидентичность атомов может быть обусловлена различием в их положениях внутри резонатора. В этом случае константы взаимодействия атомов с полем различны. Точное решение такой модели для резонатора без потерь и в случае точного резонанса частоты моды поля и атомного перехода было впервые получено для однофотонных переходов в атомах Зубайри с соавторами, [26], для двухфотонных переходов Джексом [2] и для m-фотонных переходов Зу с соавторами [3]. На основе точных решений для указанной модели были исследованы явления восстановления и затухания осцилляций Раби средних населенностей атомных уровней и среднего числа фотонов для начального когерентного [26], биномиального [25] и сжатого состояний резонаторного поля [3], статистика фотонов [3], [28] и сжатие второго порядка для поля [6], [7]. Перепутанные состояния неидентичных атомов, взаимодействующих с когерентным и тепловым полем изучались в [8–12]. Интересно рассмотреть коллективную динамику системы двух неидентичных атомов в неидеальном резонаторе, с учетом потерь фотонов из резонатора. В настоящей работе мы ограничимся исследованием спонтанного излучения системы, когда в начальный момент

[1]Представлена доктором физико-математических наук профессором В.А. Салеевым.

[2]Башкиров Евгений Константинович (bash@ssu.samara.ru), кафедра общей и теоретической физики Самарского государственного университета, 443011, Россия, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.

времени возбужден один из атомов. Динамика такой модели в случае идеального резонатора рассматривалась ранее в работе [13].

Рассмотрим систему, состоящую из двух неидентичных двухуровневых атомов с одинаковыми частотами атомных переходов $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$ и различными дипольными моментами d_1 и d_2, резонансно взаимодействующими с модой квантового электромагнитного поля в резонаторе. Гамильтониан рассматриваемой системы запишем в виде:

$$H = H_A + H_F + H_{AF};$$

$H_A = \sum_{i=1}^{2} \hbar\omega_0 R_i^z$ — гамильтониан двух свободных двухуровневых атомов; $H_F = \hbar\omega_0 a^+ a$ — гамильтониан свободного электромагнитного поля; $H_{AF} = \sum_{i=1}^{2} \hbar g_i \left(aR_i^+ + a^+ R_i^-\right)$ — гамильтониан резонансного взаимодействия между атомами и полем в дипольном приближении и приближении вращающейся волны. Здесь ω_0 — частота перехода в двухуровневом атоме, совпадающая с частотой моды поля резонатора; R_i^z — оператор полуразности населенностей в i-ом двухуровневом атоме $(i = 1, 2)$; $R_i^{(\pm)}$ — операторы перехода между уровнями; a^+ (a) — оператор рождения (уничтожения) фотона; g_i -константы взаимодействия атомов с полем.

Следуя работе [14], запишем уравнение для матрицы плотности изучаемой системы с учетом потерь фотонов из резонатора в представлении

$$W(t) = e^{i/\hbar H_{AF} t}\, \rho(t)\, e^{-i/\hbar H_{AF} t},\ \tilde{O}(t) = e^{i/\hbar H_{AF} t}\, O\, e^{-i/\hbar H_{AF} t},$$

где O — произвольный оператор атомной или полевой подсистем, в виде:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -k\,(\tilde{a}^+\tilde{a}W - 2\,\tilde{a}W\,\tilde{a}^+ + W\,\tilde{a}^+\tilde{a})\,. \tag{1}$$

Здесь $2k$ — скорость потерь фотонов из резонатора.

Будем искать решение уравнения (1) в представлении по собственным функциям гамильтониана взаимодействия H_{AF} ("одетым" состояниям). Ограничимся рассмотрением случая спонтанного излучения системы. Тогда в начальный момент времени мода электромагнитного поля находится в вакуумном состоянии. Будем также считать, что один из атомов(например, первый) в начальный момент находится на верхнем возбужденном уровне, а другой — в основном состоянии. Для указанных начальных условий полный набор "одетых" состояний, необходимых для описания динамики системы в случае резонатора конечной добротности, и соответствующие собственные значения гамильтониана взаимодействия есть:

$$\mid \Psi_\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2(1+\alpha^2}} \left\{\mid +,-;0\rangle + \alpha \mid -,+;0\rangle \pm \sqrt{1+\alpha^2}(\mid -,-;1\rangle)\right\},$$

$$E_\pm = \pm\hbar\sqrt{g_1^2 + g_2^2};$$

$$\mid \Psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{(1+\alpha^2}} \left\{\alpha \mid +,-;0\rangle - \mid -,+;0\rangle\right\}, \qquad E_1 = 0; \tag{2}$$

$$|\,\Psi_0\rangle = |\,-,-;0\rangle, \qquad E_0 = 0,$$

где $\alpha = g_2/g_1$.

Здесь $|\,x,y;n\rangle$ — собственные функции свободного гамильтониана $H_0 = H_A + H_F$: $|\,x,y;n\rangle = |\,x\rangle_{A_1}\,|\,y\rangle_{A_2}\,|\,n\rangle_F$, где числа x,y — нумеруют атомные уровни $(x,y = +,-)$, а n — число фотонов в моде $(n = 0,1)$.

Используя полный набор "одетых" состояний (2), мы можем получить из управляющего уравнения (1) систему кинетических уравнений для матричных элементов W. Для реальных экспериментом с одноатомными мазерами имеет место соотношение $k << g_1, g_2$ (см. ссылки в работе [15]). Так, например, в экспериментах в Париже: $\omega = 321$ГГц, $g = 151$кГц. В этом случае при записи кинетических уравнений мы можем воспользоваться секулярным приближением, т.е. отбросить в правых частях уравнений быстроосциллирующие члены (с частотами кратными g_i). В результате указанные уравнения можно записать как:

$$\begin{gathered}
\langle\Psi_\pm|\dot W(t)|\Psi_\pm\rangle = -k\langle\Psi_\pm|\dot W(t)|\Psi_\pm\rangle,\\
\langle\Psi_\pm|\dot W(t)|\Psi_\mp\rangle = -k\langle\Psi_\pm|\dot W(t)|\Psi_\mp\rangle,\\
\langle\Psi_1|\dot W(t)|\Psi_1\rangle = 0, \quad \langle\Psi_1|\dot W(t)|\Psi_0\rangle = 0,\\
\langle\Psi_\pm|\dot W(t)|\Psi_1\rangle = -\frac{1}{2}k\langle\Psi_\pm|\dot W(t)|\Psi_1\rangle,\\
\langle\Psi_0|\dot W(t)|\Psi_0\rangle = k\left\{\langle\Psi_+|\dot W(t)|\Psi_+\rangle + \langle\Psi_-|\dot W(t)|\Psi_-\rangle\right\}.
\end{gathered} \tag{3}$$

Мы рассматриваем случай, когда в начальный момент времени фотонная мода находится в вакуумном состоянии, первый атом находится в возбужденном состоянии, а второй — в основном. В этом случае начальная матрица плотности системы может быть записана в виде:

$$\begin{gathered}
\rho(0) = W(0) = |+,-;0\rangle\langle+,-;0| = \\
= \frac{1}{2(1+\alpha^2}\,\{|\Psi_+\rangle\langle\Psi_+| + |\Psi_-\rangle\langle\Psi_-| + |\Psi_+\rangle\langle\Psi_-| + |\Psi_-\rangle\langle\Psi_+| + \\
+\sqrt{2}\alpha(|\Psi_+\rangle\langle\Psi_1| + |\Psi_1\rangle\langle\Psi_+| + |\Psi_-\rangle\langle\Psi_1| + |\Psi_1\rangle\langle\Psi_-|) + 2\alpha^2|\Psi_1\rangle\langle\Psi_1|\Big\}.
\end{gathered}$$

Тогда ненулевые элементы матрицы плотности $W(0)$ есть:

$$\begin{gathered}
\langle\Psi_\pm|W(0)|\Psi_\pm\rangle = \langle\Psi_\pm|W(0)|\Psi_\mp\rangle = \frac{1}{2(1+\alpha^2)},\\
\langle\Psi_\pm|W(0)|\Psi_1\rangle = \frac{\alpha}{\sqrt{2}}(1+\alpha^2), \quad \langle\Psi_1|W(0)|\Psi_1\rangle = \frac{\alpha^2}{(1+\alpha^2)}.
\end{gathered} \tag{4}$$

Соответственно, ненулевые решения системы уравнений (3) с начальными условиями (4) запишем как:

$$\langle\Psi_\pm|W(t)|\Psi_\mp\rangle = \langle\Psi_\pm|W(t)|\Psi_\pm\rangle = \frac{1}{2(1+\alpha^2)}\exp(-kt),$$

$$\langle\Psi_1|W(t)|\Psi_1\rangle = \frac{\alpha^2}{(1+\alpha^2)}, \quad \langle\Psi_\pm|W(t)|\Psi_1\rangle = \frac{\alpha}{\sqrt{2}(1+\alpha^2)}\exp(-\frac{1}{2}kt),$$

$$\langle\Psi_0|W(t)|\Psi_0\rangle = \frac{1}{(1+\alpha^2)}(1-\exp(-kt)). \tag{5}$$

Используя решения (5), мы можем найти среднее значение любой наблюдаемой величины. В частности для среднего числа фотонов в моде, относительной интенсивности излучения (скорости изменения среднего числа фотонов $I(t) = \langle\dot{N}(t)\rangle$) и средних полуразностей населенностей для каждого из атомов имеем:

$$\langle N(t)\rangle = \frac{1}{1+\alpha^2}\exp(-kt)\sin^2(\sqrt{1+\alpha^2}g_1t), \tag{6}$$

$$I(t) = \frac{g_1}{\sqrt{1+\alpha^2}}\exp(-kt)\sin(2\sqrt{1+\alpha^2}g_1t), \tag{7}$$

$$\begin{aligned}\langle R_1^z(t)\rangle = {} & \frac{1}{2(1+\alpha^2)^2}\exp(-kt)\{\cos(2(\sqrt{1+\alpha^2}g_1t)-\alpha^2\}+ \\ & +\frac{2\alpha^2}{(1+\alpha^2))}\exp(-\frac{1}{2}kt)\cos((\sqrt{1+\alpha^2}g_1t)+ \\ & +\frac{\alpha^2(\alpha^2-1)}{2(1+\alpha^2)^2}-\frac{1}{2(1+\alpha^2)}\{1-\exp(-kt)\},\end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}\langle R_2^z(t)\rangle = {} & \frac{1}{2(1+\alpha^2)^2}\exp(-kt)\{\alpha^2\cos(2(\sqrt{1+\alpha^2}g_1t)-1\}- \\ & -\frac{2\alpha^2}{(1+\alpha^2))}\exp(-\frac{1}{2}kt)\cos((\sqrt{1+\alpha^2}g_1t)- \\ & -\frac{\alpha^2(\alpha^2-1)}{2(1+\alpha^2)^2}-\frac{1}{2(1+\alpha^2)}\{1-\exp(-kt)\}.\end{aligned} \tag{9}$$

Интересно сравнить выражения (6)–(9) с соответствующими формулами для изолированного первоначально возбужденного атома. Так, полагая в (7) $\alpha = 0$, находим интенсивность излучения изолированного атома:

$$I^{(single)}(t) = g_1\exp(-kt)\sin(2g_1t). \tag{10}$$

Из формул (7) и (10) мы можем получить отношение максимальных значений интенсивности излучения системы и изолированного атома:

$$\frac{(I)_{max}}{(I^{(single)})_{max}} = \frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2}}.$$

Последняя формула показывает, как невозбужденный атом уменьшает интенсивность излучения системы, что свидетельствует о пленении излучения в рассматриваемой системе. В частности для одинаковых атомов ($\alpha = 1$) интенсивность излучения уменьшается в два раза по сравнению с интенсивностью изолированного атома. Аналогичный вывод можно также сделать на основе анализа поведения среднего числа фотонов. Для максимального значения среднего числа фотонов из формулы (6) получаем:

$\langle N_{max}\rangle = 1/(1+\alpha^2)$. Это означает, что в любой момент времени часть энергии возбуждения остается в атомной подсистеме. При $\alpha \to \infty$ интенсивность $I \to 0$ и среднее число фотонов в системе $N \to 0$, т.е. в этом случае имеет место полное пленение излучение. Такой результат указывает на коллективный характер поведения рассматриваемой системы. Мы можем говорить в этом случае о субизлучательном режиме излучения системы атомов, в отличие от сверхизлучательного режима эволюции двух неидентичных атомов при их одновременном начальном возбуждении [26].

Литература

[1] Interaction of two two-level atoms with single-mode quantized radiation field / M.S. Iqbal [et al.] // J. Opt. Soc. Am. B. 1988. – V. 5. – No 6. – P. 1312–1316.

[2] Jex, I. Interaction of two two-level atoms with two-photon transitions with a cavity radiation field // Quantum Opt. – 1990. – V. 2. – P. 443–451.

[3] Xu, L. Interaction of two-level atoms with a single-mode squeezed field / L. Xu, Z. Zhang, J.-L. Chai // J.Opt. Soc. Am. B. – V. 8. – No 5. – P. 1157–1162.

[4] Sharma, M.P. Photon-distribution effects on the dynamics of two nonidentical two-level atoms / Sharma M.P., Cardimona D.A., Gavrielidies A. // J.Opt. Soc. Am. B. – 1989. – V. 6. – № 10. – P. 1942–1945.

[5] Ashraf, I. Co-operative atomic interactions in one- and two-photon micromasers / I. Ashraf, A.H. Toor // J. Opt. B.: Quant. Semiclass. Opt. – 2000. – V. 2. – P. 772–779.

[6] Zhang, Z. Squeezing in the N-photon interaction of two atoms with squeezed light / Z. Zhang, L. Xu, J.-L. Chai // Phys. Lett. – 1990. – V. A151. – No 1,2. – P. 65–68.

[7] Bashkirov, E.K. Squeezing and amplitude-squared squeezing effects on the dynamics of two nonidentical two-level atoms / E.K. Bashkirov // LANL ArXiv:quant-physics/0506122.

[8] Zhou, L. Entanglement of two atoms through different couplings and thermal noise / L. Zhou, X.X. Yi, H.S. Song, Y.Q. Quo // J. Opt. B.: Quant. Semiclass. Opt. – 2004. – V. 6. – P. 378–382.

[9] Kudryavtsev, I.K. Cooperativity and entanglement of atom-field states / I.K. Kudryavtsev, P.L. Knight // J. Mod. Opt. – 1993. – V. 40. – № 8. – P. 1605–1630.

[10] Ficek, Z. Entangled states and collective nonclassical effects in two-atom systems / Z. Ficek, R. Tanas // Phys. Reports. – 2002. – V. 372. – P. 369–443.

[11] Tanas, R. Stationary two-atom entanglement induced by nonclassical two-photon correlations / R. Tanas, Z. Ficek // J. Opt. B: Quantum Semiclass.Opt. – 2004. – V. 6. – P. S610–S617.

[12] Башкиров, Е.К. Эволюция нелинейной атомной энтропии и перепутанные состояния в модели двух неидентичных атомов, взаимодействующих с когерентным электромагнитным полем / Е.К. Башкиров // Физика волновых процессов и и радиотехнические системы. – 2005. – Т. 8. – №4. – С. 62–65.

[13] Tittonen, I. Effect of a phase step on the two-level atoms in a cavity / I. Tittonen, S. Stenholm, I. Jex // Opt. Commun. – 1996. – V. 124. – P. 271–276.

[14] Башкиров, Е.К. // Известия РАН. Серия физическая. – 2000. – Т. 70. 043807(1–8).

[15] Jaynes-Cummings-model with damping at resonance / A. Lindner [et al.] // Eur. Phys. J. – 2001. – V. D17. – P. 99–112.

Поступила в редакцию 13/I/2006;
в окончательном варианте — 13/I/2006.

COLLECTIVE RADIATION OF TWO NONIDENTICAL ATOMS IN A CAVITY[3]

© 2006 E.K. Bashkirov[4]

The collective spontaneous radiation of the system of two nonidentical atoms interacting with one-mode quantum electromagnetic field in finite-Q cavity is considered on the basis of the master equation for the density matrix. The time dependencies of the mean photon number, intensity and mean inversion populations are obtained. The possibility of the radiation trapping and subradiance in the two-atom system is shown.

Paper received 13/I/2006.
Paper accepted 13/I/2006.

[3]Communicated by Dr. Sci. (Phys. & Math.) Prof. V.A. Saleev.

[4]Bashkirov Eugene Konstantinovich (bash@ssu.samara.ru), Dept. of General and Theoretical Physics, Samara State University, Samara, 443011, Russia.