

УДК 130.145

## СЖАТИЕ СВЕТА В СИСТЕМЕ ДВУХ НЕИДЕНТИЧНЫХ ДВУХУРОВНЕВЫХ АТОМОВ С ОДНОФОТОННЫМИ ПЕРЕХОДАМИ<sup>1</sup>

© 2005 Е.К. Башкиров<sup>2</sup>

Рассмотрены эффекты сжатия второго порядка и сжатия квадрата амплитуды резонаторного поля в модели двух неидентичных двухуровневых атомов, резонансно взаимодействующих с квантовым электромагнитным полем в идеальном резонаторе посредством однофотонных переходов. Рассмотрен случай, когда поле в начальный момент времени находится в когерентном состоянии, а атомы — в основном состоянии. Проанализировано влияние различия в константах диполь-фотонного взаимодействия атомов на параметры сжатия.

### Введение

В последние годы особое внимание в квантовой оптике уделяется исследованию неклассических состояний электромагнитного поля. Явления сжатия света, антигруппировка фотонов и субпуассоновская статистика света, характерные для неклассических полей, изучены как теоретически, так и экспериментально в большом количестве работ [1–3]. Неклассические состояния привлекают особое внимание не только потому, что они позволяют глубже понять природу электромагнитного поля, но и благодаря их широким возможным применениям для высокоточных оптических измерений, оптической связи, квантовых вычислений и др. [4]. В настоящей работе мы ограничимся изучением сжатия света второго и более высоких порядков в моделях типа Джейнса—Каммингса [8]. Для генерации сжатых состояний электромагнитного поля предложен целый ряд нелинейных оптических процессов, таких как параметрический усилитель, четырехволновое смешение, одноатомный источник света и многие другие [5, 6].

<sup>1</sup>Представлена доктором физико-математических наук профессором В.А. Салеевым.

<sup>2</sup>Башкиров Евгений Константинович ([bash@ssu.samara.ru](mailto:bash@ssu.samara.ru)), кафедра общей и теоретической физики Самарского государственного университета, 443011, Россия, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.

Возможность сжатия света второго порядка в модели Джейнса—Каммингса анализировалась многими авторами, начиная с работы Мейстре и Зубайри [7] (многочисленные ссылки на последующие работы можно найти в обзоре Шора и Найта [8]). Сжатие света для многофотонной модели рассматривалось впервые в работах [9, 10]. В двухатомной модели Джейнса—Каммингса сжатые состояния рассматривались для начального когерентного, вакуумного и теплового поля резонатора [11–13]. Мандель и Хонг обобщили понятие сжатия света второго порядка, введя в квантовую оптику представление о сжатии более высоких порядков [14]. Важный случай сжатия более высокого порядка, которое может быть реализовано экспериментально, а именно сжатие квадрата амплитуды поля было введено в квантовую оптику Хиллери [5]. Сжатие квадрата амплитуды поля может быть реализовано в различных нелинейных оптических процессах, например при генерациях второй гармоники. Возможность генерации сжатия квадрата амплитуды поля была показана как для одноатомной одно- и многофотонной модели Джейнса—Каммингса [15–19], так и для двухатомной модели Джейнса—Каммингса [12–21].

В последнее время при изучении коллективных эффектов атом-полевого взаимодействия повышенное внимание привлекает модель двух неидентичных атомов в резонаторе (неидентичность атомов в простейшем случае может быть обусловлена различием в их положениях внутри резонатора). Точное решение такой модели для резонатора без потерь и в случае точного резонанса частоты моды поля и атомного перехода было впервые получено для однофотонных переходов в атомах Зубайри с соавторами [22], для двухфотонных переходов Джексом [23] и для  $m$ -фотонных переходов Зу и соавторами [24]. На основе точных решений для указанной модели были исследованы явления восстановления и затухания осцилляций Раби средних населенностей атомных уровней и среднего числа фотонов для начального когерентного [22], биномиального [26] и сжатого состояний резонаторного поля [24], статистика фотонов [24, 27] и сжатие второго порядка для поля в случае  $m$ -фотонного взаимодействия атомов с полем, приготовленном первоначально в сжатом состоянии [25]. Перепутанные состояния неидентичных атомов, взаимодействующих с когерентным и тепловым полем, изучались в [28–35]. Агарвал с соавторами рассмотрел двухфотонную абсорбцию [36] и большие двухфотонные вакуумные осцилляции Раби [37] в модели двух неидентичных атомов с учетом расстройки частот поля и атома.

В настоящей работе мы рассмотрим сжатие второго порядка и сжатие квадрата амплитуды поля для системы двух неидентичных двухуровневых с различными константами диполь-фотонного взаимодействия, взаимодействующих резонансно с модой первоначально когерентного электромагнитного поля в резонаторе без потерь. Основное внимание при этом будет уделено анализу зависимости параметров сжатия от отношения констант диполь-фотонного взаимодействия атомов.

## 1. Гамильтониан модели и решение уравнения Шредингера

Рассмотрим систему двух неидентичных двухуровневых атомов (с одинаковыми частотами атомных переходов, но различными константами диполь фотонного-взаимодействия), взаимодействующих с модой квантового электромагнитного поля в резонаторе без потерь посредством однофотонных переходов. Гамильтониан рассматриваемой модели в дипольном приближении и приближении вращающейся волны может быть записан в виде:

$$H = \hbar\omega a^+ a + \sum_{i=1}^2 \hbar\omega_0 R_i^z + \sum_{i=1}^2 \hbar g_i (R_i^+ a + R_i^- a^+), \quad (1)$$

где  $a^+$  и  $a$  — операторы рождения и уничтожения фотонов резонаторного поля, соответственно,  $R_i^z$  — оператор полуразности населенностей в  $i$ -м атоме,  $R_i^+$  и  $R_i^-$  — повышающий и понижающий операторы в  $i$ -м двухуровневом атоме,  $\omega$  и  $\omega_0$  — частоты моды поля и двухуровневого перехода в атомах,  $g_i$  — константы диполь-фотонного взаимодействия для  $i$ -го атома. Мы предполагаем наличие однофотонного резонанса между частотами поля и перехода в атомах, т.е. считаем, что выполнено условие  $\omega_0 = \omega$ .

Обозначим через  $|+\rangle$  и  $|-\rangle$  возбужденное и основное состояние изолированного атома и через  $|n\rangle$  состояние с определенным числом фотонов для электромагнитного поля. Двухатомная волновая функция тогда может быть выражена через произведение одноатомных волновых функций в виде  $|v_1, v_2\rangle = |v_1\rangle |v_2\rangle$ , где  $v_1, v_2 = +, -$ . Пусть первоначально оба атома находятся в основном состоянии, т.е. начальная двухатомная волновая функция имеет вид  $|-, -\rangle$ , а поле первоначально находится в когерентном состоянии  $|\alpha\rangle$ , которое можно представить в виде следующей суперпозиции состояний с определенным числом фотонов:

$$|\alpha\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right) \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}},$$

где  $\alpha = |\alpha| e^{i\varphi}$  и  $\bar{n} = |\alpha|^2$  — среднее начальное число фотонов в моде резонаторного поля или начальная безразмерная интенсивность резонаторного поля. Величина  $\varphi$  представляет собой фазу когерентного состояния.

Зависящая от времени волновая функция рассматриваемой модели  $|\Psi(t)\rangle$  удовлетворяет временному уравнению Шредингера

$$i\hbar |\dot{\Psi}(t)\rangle = H |\Psi(t)\rangle. \quad (2)$$

Используя явный вид гамильтониана модели (1), решение уравнения эволюции (2) можно представить в виде

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \exp[-i(n-1)\omega t] \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right) \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} \times \\ \times [C_1^{(n)}(t) |+, +; n-2\rangle + C_2^{(n)}(t) |+, -; n-1\rangle + \dots] \quad (3)$$

$$+C_3^{(n)}(t) | -, +; n-1 \rangle + C_4^{(n)}(t) | -, -; n \rangle].$$

С учетом соотношений (1)–(3) уравнения движения для коэффициентов  $C_i^n(t)$  можно записать отдельно для случаев  $n = 0$ ,  $n = 1$  и  $n \geq 2$ :

$$\dot{C}_i^{(0)} = 0 \quad (i = 1, 2, 3, 4); \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \dot{C}_1^{(1)} &= 0, \quad \dot{C}_2^{(1)} = -ig_1 C_4^{(1)}, \\ \dot{C}_3^{(1)} &= -ig_2 C_4^{(1)}, \quad \dot{C}_4^{(1)} = -i(g_1 C_2^{(1)} + g_2 C_3^{(1)}) \end{aligned} \quad (5)$$

и для  $n \geq 2$

$$\begin{aligned} \dot{C}_1^{(n)} &= -i(g_2 \sqrt{n-1} C_2^{(n)} + g_1 \sqrt{n-1} C_3^{(n)}), \\ \dot{C}_2^{(n)} &= -i(g_2 \sqrt{n-1} C_1^{(n)} + g_1 \sqrt{n} C_4^{(n)}), \\ \dot{C}_3^{(n)} &= -i(g_1 \sqrt{n-1} C_1^{(n)} + g_2 \sqrt{n} C_4^{(n)}), \\ \dot{C}_4^{(n)} &= -i(g_1 \sqrt{n} C_2^{(n)} + g_2 \sqrt{n} C_3^{(n)}). \end{aligned} \quad (6)$$

Если оба атома первоначально находятся в основном состоянии, начальные условия для уравнений (4)–(6) можно записать как:

$$C_4^{(n)}(0) = 1, \quad C_1^{(n)}(0) = C_2^{(n)}(0) = C_3^{(n)}(0) = 0 \quad (n = 0, 1, 2, \dots). \quad (7)$$

Решения уравнений (4)–(6) с начальными условиями (7) есть:

$$C_1^{(0)}(t) = C_2^{(0)}(t) = C_3^{(0)}(t) = 0, \quad C_4^{(0)}(t) = 1; \quad (8)$$

$$\begin{aligned} C_1^{(1)}(t) &= 0, \quad C_2^{(1)}(t) = \frac{-it \sin(\sqrt{1+R^2}t)}{\sqrt{1+R^2}}, \\ C_3^{(1)}(t) &= \frac{-iR \sin(\sqrt{1+R^2}t)}{\sqrt{1+R^2}}, \quad C_4^{(1)}(t) = \cos(\sqrt{1+R^2}t) \end{aligned} \quad (9)$$

и для  $n \geq 2$

$$\begin{aligned} C_1^{(n)}(t) &= \frac{2R \sqrt{(n-1)n}}{\beta} [\cos(\lambda_+ t) - \cos(\lambda_- t)], \\ C_2^{(n)}(t) &= \frac{-4iR^2(n-1)\sqrt{n}}{\beta} \left\{ \frac{\lambda_+^2 + (1-R^2)n}{\lambda_+[\beta - (1+R^2)]} \sin(\lambda_+ t) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\lambda_-^2 + (1-R^2)n}{\lambda_-[\beta + (1+R^2)]} \sin(\lambda_- t) \right\}, \\ C_3^{(n)}(t) &= \frac{-4iR(n-1)\sqrt{n}}{\beta} \left\{ \frac{\lambda_+^2 - (1-R^2)n}{\lambda_+[\beta - (1+R^2)]} \sin(\lambda_+ t) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\lambda_-^2 - (1-R^2)n}{\lambda_-[\beta + (1+R^2)]} \sin(\lambda_- t) \right\}, \\ C_4^{(n)}(t) &= \frac{8R^2(n-1)n}{\beta} \left[ \frac{\cos(\lambda_+ t)}{\beta - (1+R^2)} + \frac{\cos(\lambda_- t)}{\beta + (1+R^2)} \right], \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} \lambda_{\pm} &= \sqrt{(1+R^2)(2n-1) \pm \beta/\sqrt{2}}, \\ \beta &= \sqrt{(2n-1)^2(1+R^2)^2 - 4(n-1)n(1-R^2)^2}, \quad R = g_2/g_1. \end{aligned}$$

## 2. Вычисление параметров сжатия второго порядка и сжатия квадрата амплитуды поля

Для того чтобы исследовать сжатие второго порядка для моды резонаторного поля, введем медленно меняющиеся квадратурные компоненты поля  $X_1, X_2$

$$X_1 = \frac{1}{2}(ae^{i\omega t} + a^+ e^{-i\omega t}),$$

$$X_2 = \frac{1}{2i}(ae^{i\omega t} - a^+ e^{-i\omega t}).$$

Операторы квадратурных компонент удовлетворяют коммутационному соотношению вида:

$$[X_1, X_2] = i/2.$$

Соответственно соотношение неопределенностей для дисперсий квадратурных компонент может быть записано как

$$(\Delta X_1)^2 (\Delta X_2)^2 \geq 1/16,$$

где дисперсии квадратурных компонент определяются стандартным образом:  $(\Delta X_i)^2 = \langle X_i^2 \rangle - \langle X_i \rangle^2$  ( $i = 1, 2$ ). Сжатие второго порядка для квадратурных компонент электромагнитного поля имеет место, если для одной из дисперсий выполняется неравенство

$$(\Delta X_i)^2 < 1/4 \quad (i = 1 \text{ или } 2).$$

Условие сжатия для квадратурных компонент удобнее записать в виде:  $S_i < 0$ , где параметр сжатия для  $i$ -й квадратурной компоненты есть:

$$S_i = \frac{(\Delta X_i)^2 - 1/4}{1/4} = 4(\Delta X_i)^2 - 1 \quad (i = 1, 2).$$

Значение параметра  $S_i = -1$  соответствует 100% сжатию в  $i$ -й квадратурной компоненте.

В терминах фотонных операторов рождения и уничтожения мы можем переписать выражения для параметров сжатия:

$$S_1 = 2\langle a^+ a \rangle + 2\text{Re}\langle a^2 e^{2i\omega t} \rangle - 4(\text{Re}\langle a e^{i\omega t} \rangle)^2, \quad (11)$$

$$S_2 = 2\langle a^+ a \rangle - 2\text{Re}\langle a^2 e^{2i\omega t} \rangle - 4(\text{Im}\langle a e^{i\omega t} \rangle)^2. \quad (12)$$

Используя формулу (3), вычислим для рассматриваемой модели средние входящие в формулы (11), (12):

$$\langle a^+ a \rangle = \bar{n} - \left[ 2 \sum_{n=2}^{\infty} p_n |C_1^{(n)}|^2 + \sum_{n=1}^{\infty} p_n (|C_2^{(n)}|^2 + |C_3^{(n)}|^2) \right] = A_0,$$

$$e^{i\omega t} \langle a \rangle = \alpha \left\{ \sum_{n=2}^{\infty} p_n (C_1^{(n)})^* C_1^{(n+1)} \sqrt{\frac{n-1}{n+1}} + \sum_{n=1}^{\infty} p_n [(C_2^{(n)})^* C_2^{(n+1)} + (C_3^{(n)})^* C_3^{(n+1)}] \sqrt{\frac{n}{n+1}} + \sum_{n=0}^{\infty} p_n (C_4^{(n)})^* C_4^{(n+1)} \right\} = \alpha A_1,$$

$$e^{2i\omega t} \langle a^2 \rangle = \alpha^2 \left\{ \sum_{n=2}^{\infty} p_n (C_1^{(n)})^* C_1^{(n+2)} \sqrt{\frac{(n-1)n}{(n+1)(n+2)}} + \sum_{n=1}^{\infty} p_n [(C_2^{(n)})^* C_2^{(n+2)} + (C_3^{(n)})^* C_3^{(n+2)}] \sqrt{\frac{n}{n+2}} + \sum_{n=0}^{\infty} p_n (C_4^{(n)})^* C_4^{(n+2)} \right\} = \alpha^2 A_2. \quad (13)$$

Параметр  $\alpha$  для начального когерентного поля определяется через среднее начальное число фотонов в моде  $\alpha = \sqrt{\bar{n}} \exp i\varphi$ . Фазу начального когерентного состояния будем везде ниже для простоты полагать равной нулю, т.е.  $\varphi = 0$ .

Тогда для параметров сжатия второго порядка  $S_1$  и  $S_2$  мы можем записать:

$$S_1 = 2A_0 + 2\bar{n}A_2 - 4\bar{n}A_1^2, \quad (14)$$

$$S_2 = 2A_0 - 2\bar{n}A_2. \quad (15)$$

Для того чтобы исследовать сжатие квадрата амплитуды поля, введем операторы

$$Y_1 = \frac{1}{2}(a^2 e^{2i\omega t} + a^{+2} e^{-2i\omega t}),$$

$$Y_2 = \frac{1}{2i}(a^2 e^{2i\omega t} - a^{+2} e^{-2i\omega t}).$$

Величины  $Y_1$  и  $Y_2$  соответствуют действительной и мнимой части квадрата амплитуды поля и удовлетворяют коммутационному соотношению вида:

$$[Y_1, Y_2] = i(2n + 1),$$

где  $n = a^+ a$ .

Соотношение неопределенностей для этих двух операторов тогда имеет вид:

$$(\Delta Y_1)^2 (\Delta Y_2)^2 \geq \langle n + 1/2 \rangle^2.$$

Сжатие квадрата амплитуды поля в компоненте  $Y_1$  существует, если выполняется условие

$$(\Delta Y_1)^2 < \langle n + 1/2 \rangle$$

и аналогично для компоненты  $Y_2$ .

Тогда параметры, характеризующие сжатие квадрата амплитуды поля, удобно определить следующим образом:

$$Q_i = \frac{(\Delta Y_i)^2 - \langle n + 1/2 \rangle}{\langle n + 1/2 \rangle} = \langle n + 1/2 \rangle^{-1} ((\Delta Y_i)^2 - 1).$$

Сжатие квадрата амплитуды поля имеет место, если выполнено условие  $Q_i < 0$  для  $i = 1$  или  $i = 2$ . Значение параметра  $Q_i = -1$  соответствует 100% сжатию квадрата амплитуды поля в  $i$ -й компоненте. В терминах фотонных операторов рождения и уничтожения мы можем записать параметры сжатия квадрата амплитуды поля в виде [20]:

$$Q_1 = \frac{1}{4} \langle n + 1/2 \rangle^{-1} \left[ 2\langle a^{+2} a^2 \rangle + 2\text{Re}\langle a^4 e^{4i\omega t} \rangle - 4(\text{Re}\langle a^2 e^{2i\omega t} \rangle)^2 \right], \quad (16)$$

$$Q_2 = \frac{1}{4} \langle n + 1/2 \rangle^{-1} \left[ 2 \langle a^{+2} a^2 \rangle - 2 \operatorname{Re} \langle a^4 e^{4i\omega t} \rangle - 4 (\operatorname{Im} \langle a^2 e^{2i\omega t} \rangle)^2 \right]. \quad (17)$$

Из формулы (3) мы имеем, что

$$\begin{aligned} \langle a^{+2} a^2 \rangle &= \sum_{n=4}^{\infty} p_n (n-2)(n-3) |C_1^{(n)}|^2 + \sum_{n=3}^{\infty} p_n (n-1)(n-2) [|C_2^{(n)}|^2 + |C_3^{(n)}|^2] + \\ &\quad + \sum_{n=2}^{\infty} p_n |C_4^{(n)}|^2 = A_3, \\ e^{4i\omega t} \langle a^2 \rangle &= \alpha^2 \left\{ \sum_{n=2}^{\infty} p_n (C_1^{(n)})^* C_1^{(n+4)} \sqrt{\frac{(n-1)n}{(n+3)(n+4)}} + \sum_{n=1}^{\infty} p_n [(C_2^{(n)})^* C_2^{(n+4)} + \right. \\ &\quad \left. + (C_3^{(n)})^* C_3^{(n+4)}] \sqrt{\frac{n}{n+4}} + \sum_{n=0}^{\infty} p_n (C_4^{(n)})^* C_4^{(n+24)} \right\} = \alpha^2 4A_4. \end{aligned} \quad (18)$$

С учетом соотношений (13), (16)–(18) мы можем переписать параметры сжатия квадрата амплитуды поля  $Q_1$  и  $Q_2$  как

$$Q_1 = \frac{1}{4} \langle n + 1/2 \rangle^{-1} \left[ 2A_3 + 2\bar{n}^2 A_4 - 4\bar{n}^2 A_2^2 \right], \quad (19)$$

$$Q_2 = \frac{1}{4} \langle n + 1/2 \rangle^{-1} \left[ 2A_3 - 2\bar{n}^2 A_4 \right]. \quad (20)$$

Перейдем теперь к обсуждению результатов численных расчетов для параметров сжатия второго порядка и квадрата амплитуды поля.

### 3. Численные расчеты и обсуждение результатов

Используя выражения (11)–(20), мы можем вычислить параметры сжатия второго порядка  $S_i$  и сжатия квадрата амплитуды поля  $Q_i$  для различных значений начального среднего числа фотонов в когерентной моде поля  $\bar{n}$  и различных значений отношения констант диполь-фотонного взаимодействия двух атомов  $R$ .

На рис. 1,а показано длинновременное поведение параметров  $S_1$  и  $S_2$  для модели с  $\bar{n} = 0.2$  и  $R = 0.5$ . Для малых начальных интенсивностей когерентного поля  $\bar{n}$  сразу для  $t > 0$  параметр  $S_1$  принимает отрицательное значение, что свидетельствует о наличии сжатия второго порядка для первой из квадратурных компонент в самом начале эволюции системы. На этих же временах второй параметр  $S_2$  принимает положительные значения, что свидетельствует об отсутствии сжатия во второй компоненте.

С течением времени оба параметра  $S_1$  и  $S_2$  осциллируют, меняя свой знак. При этом максимальная степень сжатия в последующие моменты времени может быть больше, нежели степень сжатия в начале эволюции. Такое поведение системы аналогично поведению двух идентичных атомов, исследованному ранее в работах [7,11]. С увеличением  $\bar{n}$  степень сжатия в обеих

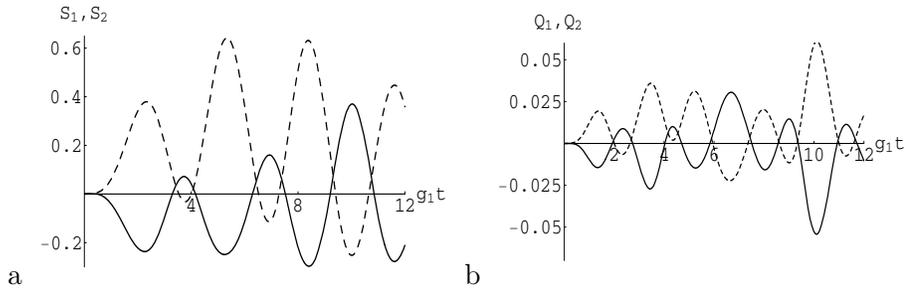


Рис. 1. Длинновременное поведение параметров сжатия : а —  $S_1$  (сплошная линия) и  $S_2$  (пунктирная линия) для модели с  $\bar{n} = 0.2$  и  $R = 0.5$ , б —  $Q_1$  (сплошная линия) и  $Q_2$  (точечная линия) для модели с  $\bar{n} = 0.8$  и  $R = 0.5$

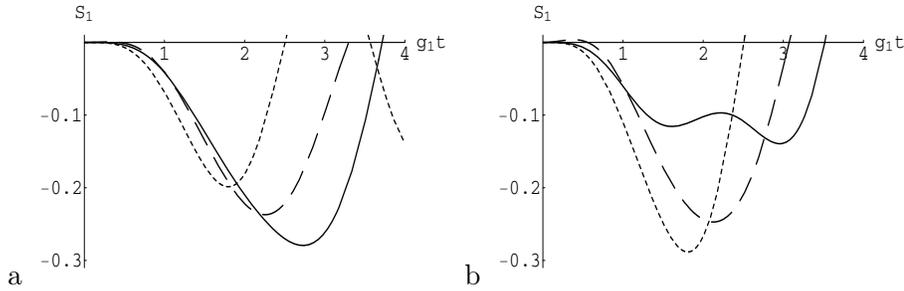


Рис. 2. Коротковременное поведение параметра сжатия  $S_1$  для модели : а —  $\bar{n} = 0.2$ , б —  $\bar{n} = 0.4$  и  $R = 0$  (сплошная линия),  $0.5$  (штриховая линия) и  $1$  (точечная линия)

компонентах и интервал времени между двумя последовательными сжатиями уменьшается.

На рис. 2 и 3 представлено коротковременное поведение параметра сжатия второго порядка  $S_1$  (в области первого сжатия) для различных малых начальных безразмерных интенсивностей когерентного поля  $\bar{n}$  и различных значений параметра  $R$ . Очевидно, что для случая  $R = 0$  мы имеем дело с одиночным атомом, а случай  $R = 1$  соответствует двум идентичным атомам. Для достаточно малых начальных интенсивностей когерентного поля  $\bar{n}$  (скажем, в случае  $0 \leq \bar{n} \leq 0.3$ ) степень первого сжатия возрастает с уменьшением параметра  $R$  (так, при уменьшении параметра  $R$  от 1 до 0 максимально достижимая степень первого сжатия возрастает от 20 до 27% для  $\bar{n} = 0.2$ ). Для начальных интенсивностей когерентного поля  $\bar{n}$  вблизи значения 0.3 максимальная степень сжатия практически не зависит от величины  $R$ . Однако для больших интенсивностей (скажем, для  $\bar{n} > 0.3$ ) зависимость степени сжатия от  $R$  становится убывающей (при уменьшении  $R$ ). Так, например, для случая  $\bar{n} = 0.4$  уменьшения параметра  $R$  от 1 до 0 сопровождается уменьшением максимальной степени сжатия второго по-

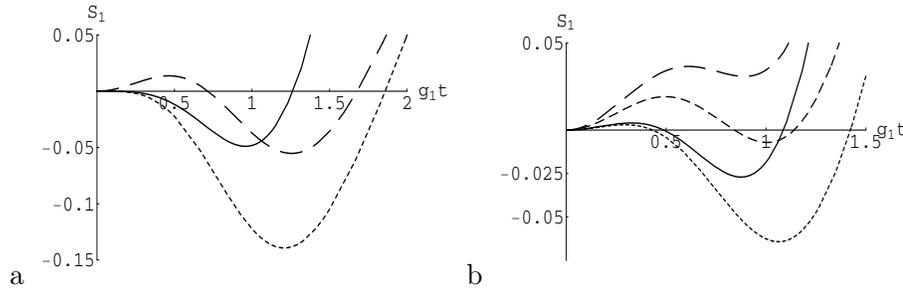


Рис. 3. Коротковременное поведение параметра сжатия  $S_1$  для модели: а —  $\bar{n} = 0.8$  и  $R = 0$  (сплошная линия), 0.5 (штриховая линия) и 1 (точечная линия), б —  $\bar{n} = 1.0$  и  $R = 0.1$  (сплошная линия), 0.3 (штриховая линия), 0.5 (штрих-пунктирная линия) и 0.7 (точечная линия)

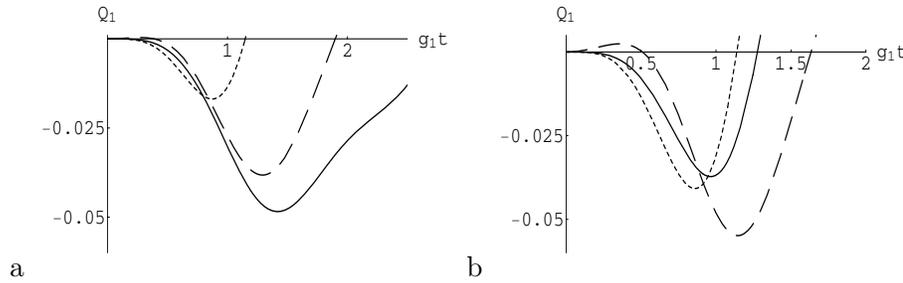


Рис. 4. Коротковременное поведение параметра сжатия  $Q_1$  для модели: а —  $\bar{n} = 0.4$ , б —  $\bar{n} = 0.8$  и  $R = 0$  (сплошная линия), 0.5 (штриховая линия) и 1 (точечная линия)

рядка с 28 до 18%. Заметим, что в действительности для очень малых времен параметр  $S_1$  для модели двух неидентичных атомов принимает положительное значение (нет сжатия), в отличие от случая двух идентичных атомов или изолированного атома. Таким образом, в рассматриваемой модели сжатие для обеих квадратурных компонент наблюдается с некоторым запаздыванием. Такая особенность в поведении  $S_1$  для неидентичных атомов хорошо видна на рисунках 3,а,б и проявляется тем ярче, чем больше значение начальной интенсивности когерентного поля. На рис. 3,а показано коротковременное (в области первого сжатия) поведение параметра сжатия  $S_1$  для модели с  $\bar{n} = 0.8$  и различных значений параметра  $R$ . Для  $\bar{n} > 0.8$  зависимость степени сжатия в первой квадратурной компоненте от  $R$  носит немонотонный характер. Заметим, что для больших начальных интенсивностей когерентного поля параметр  $S_1$  демонстрирует малое сжатие, которое исчезает при увеличении начальной интенсивности  $\bar{n}$  быстрее для промежуточных значений параметра  $R$  (см. рис. 3,б). На рисунке 1,б показано длинновременное поведение параметров сжатия квадрата амплитуд поля  $Q_1$  и  $Q_2$  для  $\bar{n} = 0.2$  и  $R = 0.5$ . Указанные параметры для малых начальных ин-

тенсивностей когерентного поля ведут себя аналогично параметрам сжатия второго порядка  $S_1$  и  $S_2$ , однако степень сжатия для квадрата амплитуды поля меньше, нежели для самих квадратурных компонент. Максимальная степень сжатия обеих компонент квадрата амплитуды поля уменьшается с увеличением параметра  $R$ . Однако зависимость  $Q_1$  и  $Q_2$  от начальной интенсивности поля  $\bar{n}$  имеет значительно более сложный характер, нежели зависимость параметров сжатия второго порядка  $S_1$  и  $S_2$ , однако для больших начальных интенсивностей  $\bar{n}$  сжатие квадрата амплитуд поля мало для обеих компонент.

На рис. 4,а,b и 5 показано коротковременное поведение параметра  $Q_1$  (в области первого пика сжатия квадрата амплитуды поля для первой компоненты) для различных значений начальной интенсивности когерентного поля  $\bar{n}$  и различных значений параметра  $R$ . Для малых начальных интенсивностей  $\bar{n}$  (скажем, для случая  $0 \leq \bar{n} \leq 0.7$ ) степень первого сжатия квадрата амплитуды поля возрастает с уменьшением  $R$  (так при уменьшении  $R$  от 1 до 0 максимально достижимая степень сжатия квадрата амплитуды поля возрастает с 0.5 до 1.5% для модели с  $\bar{n} = 0.4$ ). Для  $\bar{n} > 0.7$  зависимость степени сжатия от  $R$  имеет немонотонный характер. В частности, для случая  $\bar{n} = 0.8$  максимальное сжатие квадрата амплитуды поля равно 6% для  $R = 0.5$ . Аналогично сжатию второго порядка первое сжатие квадрата амплитуды поля появляется с некоторой задержкой для  $0 < R < 1$  и с увеличением начальной интенсивности поля степень сжатия квадрата амплитуды поля уменьшается быстрее для промежуточных значений параметра  $R$ .

## Заключение

Таким образом, в настоящей работе мы рассмотрели эффекты сжатия второго порядка и сжатия квадрата амплитуды резонаторного поля в модели двух неидентичных двухуровневых атомов, резонансно взаимодействующих с квантовым полем в идеальном резонаторе посредством однофотонных переходов. Рассмотрен случай, когда атомы в начальный момент времени находятся в основном состоянии, а поле в когерентном состоянии. Как и для модели с идентичными атомами, в случае первоначально возбужденных неидентичных атомов эффекты сжатия отсутствуют. На основе точного решения, зависящего от времени уравнения Шредингера, в работе исследовано длинно- и коротковременное поведение параметров сжатия второго порядка и параметров сжатия квадрата амплитуды поля. Проанализировано влияние различия в константах диполь-фотонного взаимодействия двух атомов на параметры сжатия. Исследование сжатия второго порядка и сжатия квадрата амплитуды поля в случае многофотонных переходов в атомах, других начальных состояний поля (в частности теплового), а так-

же учет потерь энергии из резонатора будут являться предметом наших последующих работ.

Автор благодарит профессора В.Л. Дербова за консультации.

Работа поддержана грантом РФФИ № 04-02-16932а.

## Литература

- [1] Walls D.F. Evidence for the quantum nature of light // *Nature*. 1979. V. 280. P. 451–454.
- [2] Walls D.F. Squeezed states of light // *Nature*. 1983. V. 306. P. 141–146.
- [3] Kolobov M.I. The spartial behaviour of nonclassical light // *Rev. Mod. Phys.* 1999. V. 71. No 5. P. 1539–1589.
- [4] Scully M.O., Zubairy M.S. *Quantum Optics*. Cambridge University Press, 2003. 512 p.
- [5] Zaheer Kh., Zubaity M.S. Squeezed states of the radiation field // *Adv. Atom. Molec. Opt. Phys.* 1990. V. 28. P. 143–235.
- [6] Mandel L., Wolf E. *Optical coherence and quantum optics*. Cambridge University Press, 1995. 896 p.
- [7] Meystre P., Zubairy M.S. Squeezed states in the Jaynes-Cummings model // *Phys. Lett. A*. 1982. V. 89. No 8. P. 390–392.
- [8] Shore B.W., Knight P.L. The Jaynes—Cummings model // *J. Mod. Opt.* 1993. V. 40. No 7. P. 1195–1238.
- [9] Shumovsky A.S., Fam Le Kien, Aliskenderov E.I. Squeezing in the multiphoton Jaynes-Cummings model // *Phys. Lett. A*. 1987. V. 124. P.351–354.
- [10] Gerry C.C., Moyer P.J. Squeezing and higher-order squeezing in one- and two-photon Jaynes-Cumming models // *Phys. Rev. A*. 1988. V. 38. No. 11. P. 5665–5669.
- [11] Fam Le Kien, Kadantseva E.P., Shumovsky A.S. Light squeezing in the two-atom one-mode model with multi-photon transitions // *Physica C*. 1988. V. 150. P. 445–456.
- [12] Mir M.R. Second-order and amplitude-squared squeezing of the two two-level atoms with superposition state preparation // *Intern. Journ. Mod. Phys.* 1993. V. B7. No. 26. P. 4439–4450.
- [13] Mir M.R. Photon statistics and squeezing in the two-atom thermal Jaynes-Cummings model // *Intern. Journ. Mod. Phys. B*. 1998. V. 12. No. 26. P. 2743–2755.
- [14] Hong C.K., Mandel L. Generation of higher-order squeezing of quantum electromagnetic fields // *Phys. Rev. A*. 1985. V. 32. No. 2. P. 974–982.
- [15] Yang X., Zheng X. Squeezing of the square of the field amplitude in the multiphoton Jaynes-Cumming model // *Phys. Lett. A*. 1989. V. 138. No. 8. P. 409–411.

- [16] Yang X., Zheng X. Amplitude-squared squeezed states in the Jaynes-Cumming model // J. Phys. B. 1989. V. 22. P. 693-698.
- [17] Mahran M.H., Obada A.-S.F. Amplitude-squared squeezing of the Jaynes-Cummings model // Phys. Rev. A. 1989. V. 40. No 8. P. 4476-4480.
- [18] Mahran M.H., Obada A.-S.F. Amplitude-squared squeezing in the multiphoton Jaynes-Cummings model // Phys. Rev. A. 1990. V. 42. No 3. P. 1718-1724.
- [19] Mir M.A. Amplitude-squared squeezing in the multiphoton Jaynes-Cumming model: Effects of the atomic coherent states and detuning // Phys. Rev. A. 1993. V. 47. No. 5. P. 4384-4391.
- [20] Bashkirov E.K., Shumovsky A.S. Squeezing of the square of the field amplitude in the two-atom one-mode model with multiphoton transitions // Intern. Journ. Mod. Phys. 1990. V. B4. No. 9. P. 1579-1587;
- [21] Башкиров Е.К. и др. Сжатие света в двухатомной одномодовой модели // Фотонное эхо и проблемы когерентной оптики: Труды IV Международного симпозиума по фотонному эхо / Под ред. В.А.Катулина и др. Самара:Изд-во СамГУ, 1990. С. 109-121.
- [22] Iqbal M.S., Mahmood S., Razmi M.S.K. etc. Interaction of two two-level atoms with single-mode quantized radiation field // J. Opt. Soc. Am. B. 1988. V. 5. No. 6. P. 1312-1316.
- [23] Jex I. Interaction of two two-level atoms with two-photon transitions with a cavity radiation field // Quantum Opt. 1990. V. 2. P. 443-451.
- [24] Xu L., Zhang Z., Chai J.-L. Interaction of two-level atoms with a single-mode squeezed field // J. Opt. Soc. Am. B. V. 8. No. 5. P. 1157-1162.
- [25] Zhang Z., Xu L., Chai J.-L. Squeezing in the N-photon interaction of two atoms with squeezed light // Phys. Lett. 1990. V. A151. No. 1,2. P. 65-68.
- [26] Sharma M.P., Cardimona D.A., Gavrielidies A. Photon-distribution effects on the dynamics of two nonidentical two-level atoms // J. Opt. Soc. Am. B. 1989. V. 6. No. 10. P. 1942-1945.
- [27] Ashraf I., Toor A.H. Co-operative atomic interactions in one- and two-photon micromasers // J. Opt. B.: Quant. Semiclass. Opt. 2000. V. 2. P. 772-779.
- [28] Zhou L., Yi X.X., Song H.S., Quo Y.Q. Entanglement of two atoms through different couplings and thermal noise // J. Opt. B.: Quant. Semiclass. Opt. 2004. V. 6. P. 378-382.
- [29] Kudryavtsev I.K., Knight P.L. Cooperativity and entanglement of atom-field states // J. Mod. Opt. 1993. V. 40. No. 8. P. 1605-1630.
- [30] Kudryavtsev I.K., Knight P.L. Atomic entanglement and Bell's inequality violation // J. Mod. Opt. 1993. V. 40. No. 9. P. 1673-1679.
- [31] Kim M.S., Agarwal G.S. Study of atomic entanglement through the evolution of the field in cavity QED // J. Mod. Opt. 1999. V. 46. No. 9. P. 1673-1679.

- [32] Ficek Z., Tanas R. Entangled states and collective nonclassical effects in two-atom systems // Phys. Reports. 2002. V. 372. P.369–443.
- [33] Tanas R., Ficek Z. Stationary two-atom entanglement induced by nonclassical two-photon correlations // J. Opt. B: Quantum Semiclass.Opt. 2004. V. 6. P. S610–S617.
- [34] Tanas R., Ficek Z. Entangling two atoms via spontaneous emission // J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. 2004. V. 6. P. S90–S97.
- [35] Bashkirov E.K. On evolution of the purity of two nonidentical two-level atoms interacting with one-mode coherent field // LANL arXiv. Quant-physics-0506009.
- [36] Kim M.S., Agarwal G.S. Cavity-induced two-photon absorption in unidentical atoms // Phys. Rev. A. 1998. V. A57. No. 4. P. 3059–3064.
- [37] Pathak P.K., Agarwal G.S. Large two-atom two-photon vacuum Rabi oscillations in a high-quality cavity // Phys. Rev. A. 2004. V. 70. 043807(1–8).

Поступила в редакцию 29/VIII/2005;  
в окончательном варианте — 19/XII/2005.

## LIGHT SQUEEZING IN THE SYSTEM OF TWO NONIDENTICAL TWO-LEVEL ATOMS WITH ONE-PHOTON TRANSITIONS<sup>3</sup>

© 2005 E.K. Bashkirov<sup>4</sup>

Second-order squeezing and squeezing of the square of the field amplitude for two nonidentical two-level atoms interacting resonantly with quantum electromagnetic field in lossless cavity is studied assuming the field to be initially in the coherent state and both atoms to be in the ground state. The time-dependent squeezing parameters are calculated. The effect of the relative differences in two coupling constants on the squeezing parameters is analyzed.

Paper received 29/XI/2005.

Paper accepted 19/XII/2005.

---

<sup>3</sup>Communicated by Dr. Sci. (Phys. & Math.) Prof. V.V. Saleev.

<sup>4</sup>Bashkirov Eugene Konstantinovich ([bash@ssu.samara.ru](mailto:bash@ssu.samara.ru)), Dept. of General and Theoretical Physics, Samara State University, Samara, 443011, Russia.