УДК 621.373.826

СВЯЗЬ ПРОДОЛЬНОЙ И ПОПЕРЕЧНОЙ РАЗРЕШАЮЩИХ СПОСОБНОСТЕЙ КВАЗИВЫРОЖДЕННОГО ЧЕТЫРЕХВОЛНОВОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ИЗЛУЧЕНИЯ

© 2005 В.В. Ивахник, В.И. Никонов[1]

Для квазивырожденного четырехволнового преобразователя излучения получены приближенные выражения для продольной и поперечной разрешающих способностей. Показано, что отношение продольной к квадрату поперечной разрешающим способностям четырехволнового преобразователя излучения является постоянной величиной, не зависящей от положения плоскости фокусировки сигнальной волны.

Интерес к изучению невырожденных четырехволновых преобразователей излучения обусловлен, прежде всего, возможностью получения с их помощью волны с обращенным волновым фронтом с одновременным изменением частоты излучения. Для использования четырехволновых преобразователей излучения в оптических системах коррекции фазовых искажений необходимо знать, насколько точно комплексная амплитуда генерируемой объектной волны соответствует сопряженной комплексной амплитуде сигнальной волны.

В приближении заданного поля по накачкам система уравнений, описывающая четырехволновое взаимодействие, линеаризуется относительно комплексных амплитуд сигнальной и объектной волн. Поэтому в качестве полной характеристики четырехволнового преобразователя излучения как оптической системы, состоящей из участка свободного пространства толщиной z_3, нелинейной среды, в которой распространяются две волны накачки, и участка свободного пространства толщиной z_4, может выступать функция размытия точки (ФРТ), являющаяся откликом оптической системы на точечный сигнал [1]. Ширина модуля ФРТ определяет поперечную разрешающую способность оптической системы.

В работах [2–4] достаточно подробно исследована зависимость поперечной разрешающей способности четырехволнового преобразователя излучения от характеристик нелинейной среды, параметров волны накачки.

[1]Ивахник Валерий Владимирович (ivakhnik@ssu.samara.ru), Никонов Владимир Иванович (nikonov@ssu.samara.ru), кафедра оптики и спектроскопии Самарского государственного университета, 443011, Россия, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.

В настоящей работе анализируется связь продольной и поперечной разрешающих способностей квазивырожденного четырехволнового преобразователя излучения.

Пусть в среде с керровской нелинейностью, расположенной между плоскостями $z = 0$ и $z = \ell$, распространяются навстречу друг другу две волны накачки с комплексными амплитудами A_1 и A_2, частотами ω_1 и ω_2 и сигнальная волна с комплексной амплитудой A_3 и частотой ω_1. В результате квазивырожденного четырехволнового взаимодействия $\omega_1 + \omega_2 - \omega_1 = \omega_2$ генерируется объектная волна с комплексной амплитудой A_4, с обращенным по отношению к сигнальной волне волновым фронтом.

Для волн накачки произвольной пространственной структуры без учета их самовоздействия при малом коэффициенте отражения в параксиальном приближении Фурье-образ комплексной амплитуды объектной волны $A_4(\vec{\kappa}_4, z_4)$ в плоскости, расположенной на расстоянии z_4 от передней грани нелинейной среды (плоскость фокусировки объектной волны), связан с Фурье-образом комплексной амплитуды сигнальной волны $A_3(\vec{\kappa}_3, z_3)$ в плоскости, расположенной на расстоянии z_3 от передней грани нелинейной среды (плоскость фокусировки сигнальной волны), соотношением [1]

$$A_4\left(\vec{\kappa}_4, z_3, z_4\right) = ig\int\limits_0^{\ell} dz \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} d\vec{\kappa}_1 d\vec{\kappa}_2 A_1\left(\vec{\kappa}_1, z=0\right) A_2\left(\vec{\kappa}_2, z=0\right)\times$$

$$\times A_3^*(\vec{\kappa}_1 + \vec{\kappa}_2 - \vec{\kappa}_4, z=0)\exp\left\{-i\frac{\left(\vec{\kappa}_1 + \vec{\kappa}_2 - \vec{\kappa}_4\right)^2}{2k_3}z_3 + i\frac{\kappa_4^2}{2k_4}z_4\right\}\exp\left\{-i\Delta z\right\}. \qquad (1)$$

Здесь $A_m(\vec{\kappa}_m, z=0)$ — Фурье-образы комплексных амплитуд волн накачки на передней грани нелинейного слоя; $\vec{\kappa}_m\left\{\kappa_{mx}, \kappa_{my}\right\}$ — поперечные составляющие волнового вектора $\vec{k}_m$ соответственно; g — коэффициент нелинейной связи; $\Delta = (\vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}_3 - \vec{k}_4)_z$ — проекция волновой расстройки на ось Z; $m = 1, 4$. Выражение (1) записано при условии, что проекция волновой расстройки на оси X и Y равна нулю: $\vec{\kappa}_1 + \vec{\kappa}_2 - \vec{\kappa}_3 = \vec{\kappa}_4$.

При квазивырожденном четырехволновом взаимодействии проекция волновой расстройки на ось Z есть

$$\Delta = \frac{\kappa_4^2}{2}\left(\frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2}\right) - \frac{\vec{\kappa}_4(\vec{\kappa}_1 + \vec{\kappa}_2) - \vec{\kappa}_1\vec{\kappa}_2}{k_1} + \frac{\kappa_2^2}{2}\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right). \qquad (2)$$

В случае плоских волн накачки $A_j(\vec{\kappa}_j, z=0) = A_{j0}\delta(\vec{\kappa}_j - \vec{\kappa}_{j0})$, распространяющихся навстречу друг другу $\vec{\kappa}_{10} + \vec{\kappa}_{20} = 0$, выражение для проекции волновой расстройки принимает вид

$$\Delta = \frac{(\kappa_4^2 - \kappa_{20}^2)}{2}\left(\frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2}\right). \qquad (3)$$

Для плоских волн накачки выражение, связывающее Фурье-образы объектной и сигнальной, комплексных амплитуд, есть

$$A_4(\vec{\kappa}_4, z_3, z_4) = igA_3^*(-\vec{\kappa}_4, z_3)\exp\left\{i\left[\frac{\kappa_4^2}{2}\left(\frac{z_4}{k_2} - \frac{z_3}{k_1}\right) - \frac{\Delta\ell}{2}\right]\right\}\sin c\left(\frac{\Delta\ell}{2}\right). \qquad (4)$$

Отношение Фурье-образов комплексных амплитуд объектной и сигнальной назовем коэффициентом преобразования

$$K(\vec{\kappa}_4, z_3, z_4) = \frac{A_4(\vec{\kappa}_4, z_3, z_4)}{A_3^*(-\vec{\kappa}_4, z_3)}. \qquad (5)$$

Из выражения (4) коэффициент преобразования квазивырожденного четырехволнового преобразователя излучения есть

$$K(\vec{\kappa}_4, z_3, z_4) = ig\exp\left\{i\left[\frac{\kappa_4^2}{2}\left(\frac{z_4}{k_2} - \frac{z_3}{k_1}\right) - \frac{\Delta\ell}{2}\right]\right\}\sin c\left(\frac{\Delta\ell}{2}\right). \qquad (6)$$

Функция размытия точки является Фурье-образом коэффициента преобразования. Для плоских волн накачки, распространяющихся строго вдоль оси Z ($\vec{\kappa}_{20} = 0$), из (6) с учетом (3) с точностью до постоянного множителя выражение для ФРТ имеет вид

$$\Gamma(\vec{\rho} - \vec{\rho}_0, z_3, z_4) = \int\limits_0^\ell dz \exp\left\{-i\frac{(\vec{\rho} - \vec{\rho}_0)^2}{2}\left[\frac{z_4}{k_2} - \frac{z_3}{k_1} - z\left(\frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2}\right)\right]^{-1}\right\}\times$$

$$\times\left[\frac{z_4}{k_2} - \frac{z_3}{k_1} - z\left(\frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2}\right)\right]^{-1}. \qquad (7)$$

Здесь $\vec{\rho}_0$ — вектор, задающий положение точки в плоскости фокусировки сигнальной волны.

Численный анализ (7) показывает, что модуль ФРТ спадает с ростом поперечной координаты. При фиксированном положении плоскости фокусировки сигнальной волны по мере приближения плоскости фокусировки объектной волны к участку пространства, ограниченному плоскостями $z' = \frac{k_2}{k_1}z_3$ и $z'' = \frac{k_2}{k_1}z_3 + \ell\left(\frac{k_2}{k_1} - 1\right)$, происходит монотонное уменьшение ширины модуля ФРТ, определяемой на уровне $1/e$ от максимального значения модуля ФРТ.

При фиксированном положении плоскости фокусировки сигнальной волны плоскость оптимальной фокусировки объектной волны, в которой ширина модуля функции размытия точки минимальна, а изменение фазы на ширине модуля ФРТ незначительно [4], расположена между плоскостями z' и z''.

К сожалению, определение положения плоскости оптимальной фокусировки и значения поперечной разрешающей способности в этой плоскости с использованием выражения для ФРТ (7) невозможно из-за возникающей в подынтегральном выражении неопределенности вида "бесконечность".

Положение плоскости оптимальной фокусировки определим из условия независимости фазы коэффициента преобразования от поперечной составляющей волнового вектора сигнальной волны

$$z_{4opt} = k_2 \left\{ \frac{z_3}{k_1} - \frac{\ell}{2} \left[\frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} \right] \right\}. \tag{8}$$

Для нахождения поперечной разрешающей способности в плоскости оптимальной фокусировки воспользуемся приближенным выражением для коэффициента преобразования. Для этого заменим функцию $\sin c\left(\frac{\Delta\ell}{2}\right)$ в выражении для коэффициента преобразования гауссовой функцией $\exp\left\{-\frac{\kappa_4^2}{b^2}\right\}$, ширина которой определяется ближайшим к точке максимума нулем функции $\sin c\left(\frac{\Delta\ell}{2}\right)$:

$$b = \left[\frac{2\pi}{\ell} \left(\frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} \right)^{-1} \right]^{\frac{1}{2}}.$$

С учетом сделанной замены выражение для коэффициента преобразования квазивырожденного четырехволнового преобразователя излучения примет вид

$$K(\vec{\kappa}_4, z_3, z_4) = ig \exp\left\{ -\kappa_4^2 \left[\frac{1}{b^2} - \frac{i}{2k_2}\Delta z \right] \right\}. \tag{9}$$

Здесь $\Delta z = z_4 - z_{4opt}$ — отстройка плоскости фокусировки объектной волны от плоскости оптимальной фокусировки.

Осуществив преобразование Фурье (9), получим с точностью до постоянного множителя приближенное выражение для ФРТ

$$\Gamma(\vec{\rho} - \vec{\rho}_0, z_3, z_4) = \exp\left\{ -\frac{(\vec{\rho} - \vec{\rho}_0)^2}{4} \left[\frac{1}{b^2} - i\left(\frac{\Delta z}{2k_2}\right)^2 \right] \left[\frac{1}{b^4} + \left(\frac{\Delta z}{2k_2}\right)^2 \right]^{-1} \right\}. \tag{10}$$

В плоскости оптимальной фокусировки поперечная разрешающая способность четырехволнового преобразователя излучения связана с толщиной нелинейной среды и волновыми векторами k_1и k_2 соотношением

$$\delta\rho = \frac{2}{b} = \left[\frac{2\ell}{\pi} \left(\frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} \right) \right]^{\frac{1}{2}}. \tag{11}$$

Продольная разрешающая способность четырехволнового преобразователя излучения определяется как отрезок прямой δz вдоль оси Z, на концах которого полуширина функции размытия точки в 2 раза больше полуширины ФРТ в плоскости оптимальной фокусировки [4].

Из анализа (10) следует, что продольная разрешающая способность квазивырожденного четырехволнового преобразователя излучения есть

$$\delta z = \frac{2\sqrt{3}\ell}{\pi} \left(\frac{k_2}{k_1} - 1 \right). \tag{12}$$

Отношение продольной к квадрату поперечной разрешающим способностям четырехволнового преобразователя излучения не зависит от положения плоскости фокусировки сигнальной волны и равно

$$\frac{\delta z}{k_2\,(\delta\rho)^2} = \sqrt{3}. \tag{13}$$

Постоянство отношения продольной к квадрату поперечной разрешающих способностей хорошо согласуется с аналогичным результатом для вырожденного четырехволнового преобразователя излучения с гауссовыми волнами накачки [3].

Приведем оценки продольной и поперечной разрешаюших способностей. В качестве нелинейной среды возьмем среду толщиной $\ell = 1$ см с показателем преломления $n = 1.5$. Пусть длины сигнальной и объектной волн равны $\lambda_1 = 0.69$ мкм, $\lambda_2 = 0.53$ мкм. Тогда, используя (11) и (12), в плоскости оптимальной фокусировки получим $\delta\rho \approx 10$ мкм, $\delta z \approx 3.3$ мм.

Литература

[1] Воронин Э.С., Ивахник В.В., Петникова В.М. и др. Квантовая электроника. 1979. Т. 6. №9. С. 2009.

[1] Ивахник В.В. Известия вузов. Физика. 1984. №9. С. 115.

[2] Ивахник В.В., Некрасова Г.Э. Оптика и спектроскопия. 1989. Т. 66. Вып. 6. С. 1369.

[3] Ивахник В.В., Никонов В.И. Оптика и спектроскопия. 1991. Т. 71. Вып. 5. С. 847.

[4] Воронин Э.С., Стрижевский В.А. УФН. 1979. Т. 127. Вып. 1. С. 99.

Поступила в редакцию 17/*VI*/2005;
в окончательном варианте — 17/*VI*/2005.

CORRELATION OF LONGITUDINAL AND CROSS RESOLUTIONS OF THE QUASI-DEGENERATE FOUR-WAVE RADIATION CONVERTER

© 2005 V.V. Ivakhnik, V.I. Nikonov[2]

Approximate expressions for longitudinal and cross resolutions of the quasi-degenerate four-wave converter of radiation are obtained. It is shown that the ratio of longitudinal to squared crosses resolutions of the quasi-degenerate four-wave converter of radiation has a stationary value. It is also independent on position of optimal focus plane of the signal wave.

Paper received 17/*VI*/2005.
Paper accepted 17/*VI*/2005.

[2]Ivakhnik Valerij Vladimirovich (ivakhnik@ssu.samara.ru), Nikonov Vladimir Ivanovich (nikonov@ssu.samara.ru), Dept. of Optics and Spectroscopy, Samara State University, Samara, 443011, Russia.