УДК 629.78.01.2

ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ И СТРУКТУРА ПОЛЯ БОРТОВЫХ КВАЗИСТАТИЧЕСКИХ МИКРОУСКОРЕНИЙ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

© 2003 Ю.Н. Горелов, С.Б. Данилов[1]

Одной из основных характеристик низкоорбитального космического аппарата (КА), на борту которого проведятся научно-исследовательские и технологические эксперименты для изучения протекания физических процессов в условиях практической невесомости (плавление, кристаллизация, седиментация и т.п.), является уровень остаточных квазистатических ускорений в зонах размещения экспериментальной аппаратуры. В пределах внутреннего объема КА такие ускорения образуют векторное поле бортовых микроускорений, имеющее вполне определенную структуру. Исходя из этой структуры вводятся основные характеристики поля бортовых микроускорений в виде мгновенного положения полюса этого поля, текущих размеров и ориентации характеристического изогравиэллипсоида. Дано также описание выявленного по результатам моделирования эффекта компенсации различных составляющих поля бортовых микроускорений в случае постоянной ориентации КА относительно орбитальной системы координат.

Введение

Уникальным инструментом для проведения фундаментальных и прикладных исследований в условиях практической невесомости являются космические аппараты (КА) специального класса — микрогравитационные платформы, основная характеристика которых — уровень остаточных ускорений в зоне размещения технологических установок и экспериментального оборудования. Поскольку такие ускорения по сравнению с величиной ускорения свободного падения на поверхности Земли ($g_0 = 9,80665$ м/с^2) практически малы, то они обычно называются бортовыми микроускорениями, а их отношение к g_0, соответственно, — бортовой микроперегрузкой.

Известно [1], что при исследовании протекания различных физических процессов и при отработке космических технологий в условиях орбитального полета КА низкочастотная составляющая микроускорений, как правило, не должна превышать уровня $a^* = 10^{-6}\, g_0$. Обеспечение этого требования

[1]Горелов Юрий Николаевич, Данилов С.Б., кафедра дифференциальных уравнений и теории управления Самарского государственного университета, 443011, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.

является сложной инженерно-технической задачей и ее решение требует реализации комплекса проектно-конструкторских мероприятий. Примером тому служит разработка космических микрогравитационных платформ типа ”Фотон” и ”НИКА-Т” [2, 3]; в этих работах также изложены некоторые результаты математического моделирования бортовых полей низкочастотных микроускорений применительно к схемам полета указанных КА.

Основными источниками бортовых микроускорений для КА являются: во-первых, различные внешние силы негравитационной природы (для низкоорбитальных КА это, прежде всего, аэродинамические силы, а также управляющие воздействия исполнительных органов системы ориентации и т.п.); во-вторых, внутренние факторы, обусловленные функционированием агрегатов и служебных систем КА; в конечном счете, это непосредственно связано с подвижностью носимых масс, а также упругие колебания и вибрации конструкции КА. Частотный спектр бортовых микроускорений весьма широк, а именно: от инфранизких частот, сравнимых с частотой орбитального движения КА, до высокочастотных (сотни Гц) вибраций его конструкции. Наибольшее влияние на результаты значительного числа технологических и физических процессов (плавление, кристаллизация, седиментация и т.п.) в условиях практической невесомости оказывают низкочастотные бортовые ускорения [1], которые обусловлены, как правило, первой группой внешних возмущающих факторов.

Выбор схемы полета КА — микрогравитационной платформы, а также планирование и оперативное сопровождение проводимых в полете на его борту физических и технологических экспериментов требует знания эволюций поля бортовых микроускорений в течение всего полета КА. Решение таких задач тесно связано с изучением структуры поля бортовых квазистатических микроускорений в зависимости от параметров орбитального и вращательного движения КА и, в конечном счете, с введением соответствующих характеристик такого поля.

1. Поле бортовых квазистатических микроускорений

Рассмотрим КА, орбитальное движение которого вокруг Земли описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$\frac{d^2\mathbf{r}_C}{d\,t^2} = \mathbf{g}_C + \Delta\,\mathbf{w}_C, \tag{1}$$

где $\mathbf{r}_C$ — радиус-вектор центра масс КА, $\Delta\,\mathbf{w}_C$ — возмущающее ускорение, обусловленное внешними силами негравитационной природы; $\mathbf{g}_C = \mathbf{g}\,(\mathbf{r}_C) = -\operatorname{grad} U\,(\mathbf{r})|_{\,\mathbf{r}=\mathbf{r}_C}$ — ускорение свободного падения или напряженность силового поля ньютонианского тяготения Земли и других естественных небесных тел с потенциалом $U\,(\mathbf{r})$. В некоторой окрестности центра масс КА, включая его внутренний объем V как зону размещения полезного груза, указанный потенциал с приемлемой точностью можно аппроксимировать потенциалом точечного притягивающего центра [4]:

$$U(\mathbf{r}) = -\mu/r,$$

где μ — параметр притягивающего центра.

Тогда для любых $\mathbf{r} = \mathbf{r}_C + \boldsymbol{\rho}$ ($\boldsymbol{\rho} \in V$, $\rho/r_C \ll 1$) $\mathbf{g}(\mathbf{r}) = -\mu\mathbf{r}/r^3$, т.е. $\mathbf{g}_C = -g_C\,\mathbf{e}_r$, где $g_C = \mu/r_C^2$, $\mathbf{e}_r = \mathbf{r}_C/r_C$ — орт местной вертикали.

Зная параметры орбитального и вращательного движения КА, в любой момент времени можно определить абсолютные ускорения всех точек как его конструкции, так и внутреннего объема V. Обозначая через $\boldsymbol{\rho} \in V$ радиус-вектор произвольной точки внутреннего объема относительно центра масс КА, введем в рассмотрение векторную величину $\mathbf{a}(\boldsymbol{\rho})$, равную разности между абсолютным ускорением $\mathbf{w}(\boldsymbol{\rho})$ этой точки в ее движении вместе с КА и ускорением свободного падения $\mathbf{g}(\mathbf{r}_C + \boldsymbol{\rho})$ в этой же точке. Если в указанной точке жестко закрепить идеальный (с пренебрежимо малыми размерами и нулевыми ошибками измерения) трехкомпонентный акселерометр (ньютонометр), то он и будет регистрировать покоординатно соответствующие компоненты ускорения [4]:

$$\mathbf{a}(\boldsymbol{\rho}) = \mathbf{w}(\boldsymbol{\rho}) - \mathbf{g}(\mathbf{r}_C + \boldsymbol{\rho}) \quad (\forall\boldsymbol{\rho} \in V), \tag{2}$$

которое в теории инерциальной навигации называют кажущимся ускорением [5]. Очевидно, что это ускорение и будет являться бортовым квазистатическим микроускорением в точке $\boldsymbol{\rho} \in V$ внутреннего объема абсолютно жесткого КА.

С учетом (1) и (2), бортовое микроускорение в центре масс КА ($\boldsymbol{\rho} = 0$) будет равно его ускорению от действия всех внешних сил негравитационной природы:

$$\mathbf{a}_C = \mathbf{w}_C - \mathbf{g}_C = \Delta\,\mathbf{w}_C.$$

Поскольку, по теореме Ривальса [6], абсолютное ускорение произвольной точки внутреннего объема абсолютно жесткого КА с $\boldsymbol{\rho} \in V$ будет равно

$$\mathbf{w}(\boldsymbol{\rho}) = \mathbf{w}_C + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\rho}) + \boldsymbol{\varepsilon} \times \boldsymbol{\rho},$$

где $\mathbf{w}_C = \ddot{\mathbf{r}}_C$, постольку бортовое микроускорение в этой же точке с учетом (1), (2) будет определяться по формуле

$$\mathbf{a}(\boldsymbol{\rho}) = \Delta\,\mathbf{w}_C + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\rho}) + \boldsymbol{\varepsilon} \times \boldsymbol{\rho} + \Delta\,\mathbf{a}_C(\boldsymbol{\rho}) \quad (\forall\boldsymbol{\rho} \in V), \tag{3}$$

где $\boldsymbol{\omega}$, $\boldsymbol{\varepsilon}$ — векторы мгновенной угловой скорости и мгновенного углового ускорения КА, а следующие слагаемые: $\mathbf{a}_\omega(\boldsymbol{\rho}) = \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\rho})$ — осестремительное ускорение; $\mathbf{a}_\varepsilon(\boldsymbol{\rho}) = \boldsymbol{\varepsilon} \times \boldsymbol{\rho}$ — вращательное ускорение, суть компоненты бортового микроускорения. Соответственно, в (3) $\Delta\,\mathbf{a}_C(\boldsymbol{\rho}) = \mathbf{g}_C - \mathbf{g}(\mathbf{r}_C + \boldsymbol{\rho})$ — разностное или так называемое адъювантное ускорение [2], которое в случае $\rho/r_C \ll 1$ с точностью до членов первого порядка малости вычисляется по формуле:

$$\Delta\,\mathbf{a}_C(\boldsymbol{\rho}) = \frac{\mu}{r_C^3}\,\left(\mathbf{E}_3 - 3\,\mathbf{e}_r\,\mathbf{e}_r^{\mathrm{T}}\right)\,\boldsymbol{\rho}, \tag{4}$$

где $\mathbf{E}_3$ — единичная матрица третьего порядка.

Выражение (3), рассматриваемое $\forall\boldsymbol{\rho} \in V$, задает векторное поле бортовых квазистатических микроускорений КА. Это выражение можно рассматривать с двух различных позиций [4]. Во-первых, если известны текущие кинематические характеристики орбитального и вращательного движения КА (здесь $\Delta\mathbf{w}_C$, $\boldsymbol{\omega}$, $\boldsymbol{\varepsilon}$, и $\mathbf{r}_C$) и указана некоторая точка с $\boldsymbol{\rho} \in V$, то по формуле (3) можно найти текущее значение бортового микроускорения в указанной точке. Соответствующая задача — задача моделирования бортовых квазистатических микроускорений или прямая задача ньютонометрии. Во-вторых, если известны измерения бортовых микроускорений для некоторой системы точек $\boldsymbol{\rho}_k \in V$, $\quad k = 1, 2, \ldots, n$, то соотношения, следующие из (3) для указанных точек внутреннего объема КА, суть соответствующая система алгебраических уравнений относительно $\Delta\mathbf{w}_C$, $\boldsymbol{\omega}$, $\boldsymbol{\varepsilon}$, и $\mathbf{r}_C$ отыскание которых составляет содержание обратной задачи ньютонометрии. Ее решение тесно связано с задачей восстановления поля бортовых квазистатических микроускорений КА с учетом структуры последнего, а это требует, в свою очередь, введения соответствующих характеристик такого поля.

2. Основная характеристика поля бортовых микроускорений

С целью введения одной из основных характеристик поля бортовых микроускорений КА (3) текущую точку с радиусом-вектором $\boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{\rho}_*$ будем рассматривать в качестве мгновенного полюса этого поля, если в данный момент времени в этой точке бортовое микроускорение равно нулю. Очевидно, что радиус-вектор $\boldsymbol{\rho}_*$ полюса поля (3) должен удовлетворять условию $\mathbf{a}(\boldsymbol{\rho}_*) = 0$ или, что то же самое, следующему уравнению:

$$\Delta\mathbf{w}_C + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\rho}_*) + \boldsymbol{\varepsilon} \times \boldsymbol{\rho}_* + \Delta\mathbf{a}_C(\boldsymbol{\rho}_*) = 0. \qquad (5)$$

С учетом (4) уравнение (5) принимает вид

$$\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\rho}_*) + \boldsymbol{\varepsilon} \times \boldsymbol{\rho}_* + \frac{\mu}{r_C^3}\left(\mathbf{E}_3 - 3\,\mathbf{e}_r\,\mathbf{e}_r^{\mathrm{T}}\right)\,\boldsymbol{\rho}_* = -\Delta\mathbf{w}_C. \qquad (6)$$

Уравнение (6) является линейным уравнением относительно $\boldsymbol{\rho}_*$, и его решение в общем случае определяет текущее положение полюса поля (3) с точностью, которая определяется точностью вычисления $\Delta\mathbf{a}_C(\boldsymbol{\rho})$ по формуле (4).

Уравнение (6) можно также переписать в следующем виде:

$$\mathbf{P}_\rho\;\boldsymbol{\rho}_* = -\Delta\mathbf{w}_C.$$

Здесь учитывается, что $\boldsymbol{\omega}\times(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{\rho}_*) = \mathbf{P}_\omega^2\,\boldsymbol{\rho}_*$ и $\boldsymbol{\varepsilon}\times\boldsymbol{\rho}_* = \mathbf{P}_\varepsilon\,\boldsymbol{\rho}_*$, где матрицы $\mathbf{P}_\omega$ и $\mathbf{P}_\varepsilon$ устроены так:

$$\mathbf{P}_\omega = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{P}_\varepsilon = \begin{bmatrix} 0 & -\varepsilon_z & \varepsilon_y \\ \varepsilon_z & 0 & -\varepsilon_x \\ -\varepsilon_y & \varepsilon_x & 0 \end{bmatrix};$$

и, соответственно, $\mathbf{P}_\omega^2 = (\boldsymbol{\omega}\,\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}} - \mathbf{E}_3\omega^2)$.

Матрица $\mathbf{P}_\rho$ в (7) тогда имеет вид

$$\mathbf{P}_\rho = \mathbf{P}_\omega^2 + \mathbf{P}_\varepsilon + \frac{\mu}{r_C^3}\left(\mathbf{E}_3 - 3\,\mathbf{e}_r\,\mathbf{e}_r^{\mathrm{T}}\right).$$

Решая уравнение (6) в том случае, когда существует матрица $\mathbf{P}_\rho^{-1}$, получим следующее выражение для радиуса-вектора полюса поля бортовых микроускорений:

$$\boldsymbol{\rho}_* = -\mathbf{P}_\rho^{-1}\Delta\,\mathbf{w}_C. \tag{7}$$

Поскольку $\mathbf{P}_\rho = \mathbf{P}_\rho(t) = \mathbf{P}_\rho(\boldsymbol{\omega}(t), \boldsymbol{\varepsilon}(t), \mathbf{e}_r(t), \mu/r_C^3(t))$ и $\Delta\,\mathbf{w}_C = \Delta\,\mathbf{w}_C(t)$, то получаемая при этом зависимость $\boldsymbol{\rho}_* = \boldsymbol{\rho}_*(t)$ представляет собой кинематическое уравнение движения полюса поля (3) относительно центра масс КА. Текущее положение полюса поля (3) — основная его характеристика, поскольку некоторая окрестность полюса, очевидно, является областью с пониженным уровнем бортовых микроускорений. Согласно модели (4), выражение (7) определяет мгновенное положение полюса поля (3) с точностью до членов первого порядка малости, то есть с точностью до членов $o\,(\rho_*/r_C)$. Поэтому решение уравнения (6) в виде (7) можно использовать в качестве начального приближения при численном определении положения полюса для более точных моделей адъювантного ускорения; то же самое требуется и в случае плохой обусловленности матрицы $\mathbf{P}_\rho$.

3. Структура поля бортовых микроускорений. Теорема о бортовых микроускорениях

Мгновенные положения полюса поля бортовых микроускорений (3) и траектория его перемещения относительно центра масс КА — первая группа основных характеристик этого поля. Еще одна группа основных характеристик непосредственно связана со структурой поля бортовых микроускорений КА.

Итак, пусть в некоторый момент времени для какой-либо точки $\boldsymbol{\rho} \in V$ принято: $\mathbf{r} = \mathbf{r}_C + \boldsymbol{\rho} = \mathbf{r}_* + \Delta\,\boldsymbol{\rho}$ или $\boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{\rho}_* + \Delta\,\boldsymbol{\rho}$, где $\Delta\,\boldsymbol{\rho}$ — радиус-вектор этой точки поля относительно мгновенного положения его полюса. Следовательно,

$$\mathbf{a}(\boldsymbol{\rho}_* + \Delta\,\boldsymbol{\rho}) = \Delta\,\mathbf{w}_C + \boldsymbol{\omega}\times[\,\boldsymbol{\omega}\times(\boldsymbol{\rho}_* + \Delta\,\boldsymbol{\rho})] + \boldsymbol{\varepsilon}\times(\boldsymbol{\rho}_* + \Delta\,\boldsymbol{\rho}) + \Delta\,\mathbf{a}_C(\boldsymbol{\rho}_* + \Delta\,\boldsymbol{\rho}),$$

где $\Delta\,\mathbf{a}_C(\boldsymbol{\rho}_* + \Delta\,\boldsymbol{\rho}) = \Delta\,\mathbf{a}_*(\Delta\,\boldsymbol{\rho}) + \Delta\,\mathbf{a}_C(\boldsymbol{\rho}_*)$.

Поскольку здесь $\Delta\,\mathbf{a}_C(\boldsymbol{\rho}_*)$ — адъювантное ускорение полюса поля относительно центра масс КА и, соответственно, $\Delta\,\mathbf{a}_*(\Delta\,\boldsymbol{\rho})$ — адъювантное ускорение данной точки относительно полюса, то окончательно получим

$$\mathbf{a}(\Delta\,\boldsymbol{\rho}) = \boldsymbol{\omega}\times(\boldsymbol{\omega}\times\Delta\,\boldsymbol{\rho}) + \boldsymbol{\varepsilon}\times\Delta\,\boldsymbol{\rho} + \Delta\,\mathbf{a}_*(\Delta\,\boldsymbol{\rho}) \quad (\,\forall\boldsymbol{\rho} \in V_*). \tag{8}$$

С учетом предполагаемой малости величины $\Delta\rho/r_*$ и с точностью до членов первого порядка малости $o\,(\Delta\,\rho/r_*)$ выражение для $\Delta\,\mathbf{a}_*(\Delta\,\boldsymbol{\rho})$ будет иметь вид:

$$\Delta\,\mathbf{a}_*(\Delta\,\boldsymbol{\rho}) = \frac{\mu}{r_*^3}\left(\mathbf{E}_3 - 3\,\mathbf{e}_*\,\mathbf{e}_*^{\mathrm{T}}\right)\,\Delta\,\boldsymbol{\rho},$$

где $\mathbf{e}_* = \mathbf{r}_*/r_*$ — орт местной вертикали в полюсе поля.

Тогда выражение (8) может быть переписано так:

$$\mathbf{a}\,(\Delta\,\boldsymbol{\rho}) = \mathbf{P}_*\Delta\,\boldsymbol{\rho}, \quad \forall\boldsymbol{\rho} \in V_*, \tag{9}$$

где $\mathbf{P}_* = \mathbf{P}_\omega^2 + \mathbf{P}_\varepsilon + \dfrac{\mu}{r_*^3}\left(\mathbf{E}_3 - 3\,\mathbf{e}_*\,\mathbf{e}_*^{\mathrm{T}}\right)$.

Наряду с (9) рассмотрим также соответствующее скалярное поле

$$a^2(\Delta\,\boldsymbol{\rho}) = \Delta\,\boldsymbol{\rho}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}_*\Delta\,\boldsymbol{\rho}, \quad \forall\Delta\,\boldsymbol{\rho} \in V_*, \tag{10}$$

где $\mathbf{A}_* = \mathbf{P}_*^{\mathrm{T}}\mathbf{P}_*$ и $\mathbf{P}_* = \mathbf{P}_*(t) = \mathbf{P}_*(\boldsymbol{\omega}(t), \boldsymbol{\varepsilon}(t), \mathbf{e}_*(t),\ \mu/r_*^3(t))$. Дальнейшие преобразования связаны с приведением к каноническому виду квадратичной формы (10) с неотрицательно определенной матрицей $\mathbf{A}_*$, что достигается решением задачи на собственные значения: $\mathbf{A}_*\mathbf{s}_k = \lambda_k\mathbf{s}_k,\quad k = 1,2,3,$ где $\lambda_k = \lambda_k(\mathbf{A}_*) \geqslant 0$ — собственные числа матрицы $\mathbf{A}_*$, а $\mathbf{s}_k$ — ее нормированные собственные векторы. Ортогонально подобное преобразование с матрицей $\mathbf{S} = [\mathbf{s}_1|\mathbf{s}_2|\mathbf{s}_3](\mathbf{S}^{\mathrm{T}} = \mathbf{S}^{-1})$ приводит матрицу $\mathbf{A}_*$ к диагональному виду: $\mathbf{S}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}_*\mathbf{S} = \boldsymbol{\Lambda} = \mathrm{diag}\,\{\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3\}$. Следовательно, скалярное поле (10) приводится к каноническому виду с помощью линейного преобразования координат $\boldsymbol{\xi} = \mathbf{S}^{\mathrm{T}}\Delta\,\boldsymbol{\rho}$, а именно вместо (10) получим

$$a^2(\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Lambda}\,\boldsymbol{\xi}, \quad \forall\,\boldsymbol{\xi} \in \tilde{V}_*. \tag{11}$$

Отсюда видно, что каноническая структура невырожденного ($|\boldsymbol{\rho}_*| < \infty$) скалярного поля бортовых микроускорений характеризуется эллипсоидальными изоквантами или изогравиэллипсоидами. Один из таких изогравиэллипсоидов, например, при $a = a^* = 10^{-6}g_0$, внутри которого $|\mathbf{a}| \leqslant 10^{-6}g_0$, можно рассматривать в качестве характеристического изогравиэллипсоида — G^*. Тогда значения $l_k = a^*\lambda_k^{-1/2}(\mathbf{A}_*),\quad k = 1,2,3,$ суть размеры соответствующих полуосей этого изогравиэллипсоида. Очевидно, что при $\lambda_k(\mathbf{A}_*) \to 0$ размер k-й полуоси характеристического изогравиэллипсоида неограниченно возрастает, и он вырождается в эллиптический цилиндр.

Положение в пространстве осей симметрии характеристического изогравиэллипсоида задается ортами $\mathbf{s}_k,\quad k = 1,2,3$. Поэтому, используя то же самое преобразование координат — $\boldsymbol{\xi} = \mathbf{S}^{\mathrm{T}}\Delta\,\boldsymbol{\rho}$ и для векторного поля бортовых микроускорений (8), последнее также нетрудно привести к виду, отвечающему канонической структуре скалярного поля (11). Для этого следует ввести преобразования: $\mathbf{a}\,(\boldsymbol{\xi}) = \mathbf{S}^{\mathrm{T}}\mathbf{a}\,(\Delta\,\boldsymbol{\rho}),\quad \tilde{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega},\quad \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varepsilon},\quad \tilde{\mathbf{e}}_* = \mathbf{S}^{\mathrm{T}}\mathbf{e}_*$, с учетом которых получаем из (8) уравнение векторного поля бортовых микроускорений КА, отвечающего канонической форме скалярного поля (11):

$$\tilde{\mathbf{a}}\,(\boldsymbol{\xi}) = \tilde{\boldsymbol{\omega}} \times (\,\tilde{\boldsymbol{\omega}} \times \boldsymbol{\xi}) + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} \times \boldsymbol{\xi} + \frac{\mu}{r_*^3}\left(\mathbf{E}_3 - 3\,\tilde{\mathbf{e}}_*\,\tilde{\mathbf{e}}_*^{\mathrm{T}}\right)\,\boldsymbol{\xi}, \quad \forall\,\boldsymbol{\xi} \in \tilde{V}_*.$$

С учетом выявленной структуры векторного поля (8), можно ввести в рассмотрение еще одну группу характеристик поля бортовых микроускорений КА, которые определяются исходя из текущих размеров и ориентации в пространстве (относительно орбитальной или связанной с КА системы координат) изогравиэллипсоида — G^*. Очевидно, что условие $V \subseteq G^*(t), \quad \forall t \in T$, где $G^*(t)$ — область, ограниченная текущим характеристическим изогравиэллипсоидом, есть одно из необходимых условий нормального функционирования КА, относящегося к классу микрогравитационных платформ, на каком-либо заданном временном интервале T. Отметим, что выполнение такого условия гарантируется не только конструктивными особенностями, но и выбором схемы полета КА, режимов управления, его ориентацией.

Выявленная структура поля бортовых квазистатических микроускорений играет важную роль не только в обеспечении выполнения соответствующих условий в рабочих зонах КА, но и в решении обратной задачи ньютонометрии, связанной с восстановлением значений микроускорений в любых точках внутреннего объема КА по измерениям размещенных на борту акселерометров [4]. В этой связи также следует отметить практическое значение знания структуры поля бортовых микроускорений, которая обусловливает наличие взаимосвязи между бортовыми микроускорениями в различных точках внутреннего объема КА.

Действительно, рассмотрим пару различных точек $\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2 \in V$ в случае абсолютно жесткого КА, микроускорения в которых, с учетом (3), будут равны

$$\mathbf{a}(\boldsymbol{\rho}_k) = \Delta\,\mathbf{w}_C + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\rho}_k) + \boldsymbol{\varepsilon} \times \boldsymbol{\rho}_k + \Delta\,\mathbf{a}_C(\boldsymbol{\rho}_k),$$

где $\Delta\,\mathbf{a}_C(\boldsymbol{\rho}_k) = \Delta\,\mathbf{a}(\mathbf{r}_C + \boldsymbol{\rho}) = \mathbf{g}_C - \mathbf{g}(\mathbf{r}_C + \boldsymbol{\rho}_k), \quad k = 1, 2.$

Отсюда сразу же следует

$$\mathbf{a}(\boldsymbol{\rho}_2) = \mathbf{a}(\boldsymbol{\rho}_1) + \boldsymbol{\omega} \times [\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\rho}_2 - \boldsymbol{\rho}_1)] + \boldsymbol{\varepsilon} \times (\boldsymbol{\rho}_2 - \boldsymbol{\rho}_1) + \Delta\,\mathbf{a}_{12}(\boldsymbol{\rho}_2 - \boldsymbol{\rho}_1), \qquad (12)$$

где $\Delta\,\mathbf{a}_{12}(\boldsymbol{\rho}_2 - \boldsymbol{\rho}_1) = \mathbf{g}(\mathbf{r}_C + \boldsymbol{\rho}_1) - \mathbf{g}(\mathbf{r}_C + \boldsymbol{\rho}_2)$ — адъювантное ускорение точки с радиусом-вектором $\boldsymbol{\rho}_2 \in V$ относительно точки с радиусом-вектором $\boldsymbol{\rho}_1 \in V$. Соответственно, $\mathbf{a}_\omega(\boldsymbol{\rho}_2 - \boldsymbol{\rho}_1) = \boldsymbol{\omega} \times [\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\rho}_2 - \boldsymbol{\rho}_1)]$ и $\mathbf{a}_\varepsilon(\boldsymbol{\rho}_2 - \boldsymbol{\rho}_1) = \boldsymbol{\varepsilon} \times (\boldsymbol{\rho}_2 - \boldsymbol{\rho}_1)$ суть осестремительное и вращательное микроускорения точки с радиусом-вектором $\boldsymbol{\rho}_2 \in V$ в ее вращательном движении вместе с КА, который рассматривается как абсолютно твердое тело, относительно точки с радиусом-вектором $\boldsymbol{\rho}_1 \in V$. Таким образом, с помощью формулы (12) устанавливается взаимосвязь между бортовыми микроускорениями в различных точках внутреннего объема КА ($\forall\,\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2 \in V$). Соотношение (12) выражает собой теорему о бортовых квазистатических микроускорениях КА, а именно микроускорение в точке M_2 с $\boldsymbol{\rho}_2 \in V$ равно геометрической сумме микроускорения в точке M_1 с $\boldsymbol{\rho}_1 \in V$, осестремительного, вращательного и адъювантного микроускорений точки M_2 в ее движении относительно точки M_1.

4. Эффект компенсации адъювантных и осестремительных микроускорений

В процессе математического моделирования схем полета для КА ”НИКА-Т” с использованием солнечносинхронной орбиты и расчета бортовых квазистатических микроускорений был выявлен эффект взаимной компенсации адъювантной и осестремительной составляющих бортовых микроускорений в случае постоянной ориентации КА в орбитальной системе координат [7]. Указанный эффект имеет существенное практическое значение, поскольку в силу своей природы адъювантные микроускорения являются неустранимой компонентой бортовых микроускорений. Использование указанного эффекта приводит к существенному снижению уровня бортовых микроускорений на околокруговых орбитах с высотой полета более 400–500 км, когда влияние аэродинамических ускорений, обусловленных сопротивлением верхних слоев атмосферы, становится малым в сравнении с остальными факторами. Например, когда для КА (с высотой полета до нескольких сотен километров) $|\Delta\mathbf{a}_C(\boldsymbol{\rho})|_{\rho=1\text{м}} \approx (1,2\div 2,8)10^{-7}g_0$, а аэродинамические ускорения будут не менее чем на порядок меньше указанных [2, 3, 7].

Эффект компенсации адъювантной и осестремительной составляющих заключается в возникновении такой устойчивой области $\Delta\mathbf{V} \subseteq V$, в которой векторная сумма составляющих $\delta\mathbf{a}(\boldsymbol{\rho}) = \Delta\mathbf{a}_C(\boldsymbol{\rho}) + \mathbf{a}_\omega(\boldsymbol{\rho})$ оказывается существенно ограниченной по абсолютной величине в том случае, когда КА имеет постоянную ориентацию в орбитальной системе координат — $C\,\mathbf{e}_\tau\,\mathbf{e}_n\,\mathbf{e}_r$. При этом $|\delta\mathbf{a}(\boldsymbol{\rho})| \leqslant \delta a_0$, $\forall\boldsymbol{\rho} \in \Delta\mathbf{V}$, где $\delta a_0 \leqslant a^*$ — практически малая величина. Для описания механизма компенсации необходимо принять следующее: во-первых, пусть абсолютная угловая скорость КА равна $\boldsymbol{\omega} = \omega_0\,\mathbf{e}_n$, где $\mathbf{e}_n$ — вектор нормали к плоскости орбиты КА, а ω_0 — угловая скорость его орбитального движения; во-вторых, для радиуса-вектора произвольной точки $\boldsymbol{\rho} \in V$ примем следующее разложение по осям орбитального трехгранника $\boldsymbol{\rho} = x\,\mathbf{e}_\tau + y\,\mathbf{e}_n + z\,\mathbf{e}_r$. Тогда выражение для $\delta\mathbf{a}(\boldsymbol{\rho})$ примет следующий вид:

$$\delta\mathbf{a}(\boldsymbol{\rho}) = x\left(\frac{\mu}{r_C^3} - \omega_0^2\right)\mathbf{e}_\tau + y\,\frac{\mu}{r_C^3}\,\mathbf{e}_n - z\left(\omega_0^2 + 2\frac{\mu}{r_C^3}\right)\mathbf{e}_r. \tag{13}$$

Поскольку для эллиптической орбиты $\mu\big/r_C^3 = k_e\omega_0^2$, где $k_e = 1/(1 + e\cos\vartheta)$, e — эксцентриситет, ϑ — угол истинной аномалии, то выражение (13) приводится к такому виду:

$$\delta\mathbf{a}(\boldsymbol{\rho}) = x\,(k_e - 1)\,\omega_0^2\,\mathbf{e}_\tau + y\,k_e\omega_0^2\,\mathbf{e}_n - z\,(2k_e + 1)\,\omega_0^2\,\mathbf{e}_r. \tag{14}$$

Отсюда поверхность равного уровня для заданной величины $|\delta\mathbf{a}(\boldsymbol{\rho})|$ — изогравиэллипсоид, уравнение которого в орбитальных осях имеет вид:

$$x^2\big/p_x^2 + y^2\big/p_y^2 + z^2\big/p_z^2 = 1, \tag{15}$$

а полуоси этого изогравиэллипсоида вычисляются по формулам:

$$p_x = \frac{\delta a}{|k_e - 1|\omega_0^2}, \quad p_y = \frac{\delta a}{k_e\omega_0^2}, \quad p_z = \frac{\delta a}{(2k_e + 1)\,\omega_0^2}. \tag{16}$$

Для круговых орбит, когда $k_e = 1$, взаимная компенсация составляющих $\Delta\mathbf{a}_C(\boldsymbol{\rho})$ и $\mathbf{a}_\omega(\boldsymbol{\rho})$ вдоль оси $\mathbf{e}_\tau$ оказывается полной, а изогравиэллипсоид (15) вырождается в эллиптический цилиндр, поскольку при $k_e \to 1$ $p_x \to \infty$. Размеры этого цилиндра характеризуются отношением размеров поперечного сечения $p_y/p_z = 3$. Например, для круговой орбиты с высотой полета $h = 400$ км и $\delta a_0 = 10^{-7} g_0$ получим $p_y \approx 0{,}78$ м, $p_z \approx 0{,}26$ м.

Покажем здесь также, что при движении КА по эллиптической орбите в режиме его постоянной ориентации относительно орбитальной системы координат в общем случае существует устойчивая область (в осях $C\,\mathbf{e}_\tau\,\mathbf{e}_n\,\mathbf{e}_r$) с пониженным уровнем квазистатических микроускорений, обусловленная рассмотренным эффектом компенсации. Для этого помимо $\mathbf{a}_\omega(\boldsymbol{\rho})$ и $\Delta\,\mathbf{a}_C(\boldsymbol{\rho})$ учтем в выражении (3) еще и вращательную компоненту микроускорения $\mathbf{a}_\varepsilon(\boldsymbol{\rho}) = \boldsymbol{\varepsilon} \times \boldsymbol{\rho}$.

Итак, абсолютное угловое ускорение КА при указанных выше условиях будет равно: $\boldsymbol{\varepsilon} = \varepsilon_0\,\mathbf{e}_n$, где $\varepsilon_0 = -\,2\,e k_e \omega_0^2 \sin\vartheta$, а разложение компоненты $\mathbf{a}_\varepsilon(\boldsymbol{\rho})$ в осях орбитального трехгранника таково: $\mathbf{a}_\varepsilon(\boldsymbol{\rho}) = z\,\varepsilon_0\,\mathbf{e}_\tau - x\,\varepsilon_0\,\mathbf{e}_r$.

Поэтому для микроускорения $\mathbf{a}(\boldsymbol{\rho}) = \delta\,\mathbf{a}(\boldsymbol{\rho}) + \mathbf{a}_\varepsilon(\boldsymbol{\rho})$ получим следующее выражение:

$$\mathbf{a}(\boldsymbol{\rho}) = [x(k_e - 1) + 2\,z\,e\,k_e \sin\vartheta]\,\omega_0^2\,\mathbf{e}_\tau + y\,k_e\omega_0^2\,\mathbf{e}_n - [z(2k_e + 1) + 2\,x\,e\,k_e \sin\vartheta]\,\omega_0^2\,\mathbf{e}_r.$$

Таким образом,

$$\left(\frac{\mathbf{a}(\boldsymbol{\rho})}{\omega_0^2}\right)^2 = x^2[(k_e-1)^2 + 4\,e^2k_e^2\sin^2\vartheta] + z^2[(2\,k_e+1)^2 + 4\,e^2k_e^2\sin^2\vartheta] + \\ +\ 12\,x\,z\,e\,k_e^2 \sin\vartheta + y^2k_e^2.$$

Отсюда видно, что характеристический изогравиэллипсоид будет совершать периодические колебания вокруг своей средней оси, которая во все время движения КА будет совпадать с нормалью к плоскости его орбиты или, что то же самое, с ортом $\mathbf{e}_n$. При этом угол отклонения α большой оси изогравиэллипсоида от трансверсали — $\mathbf{e}_\tau$ (соответственно, для малой оси изогравиэллипсоида от местной вертикали — $\mathbf{e}_r$) можно вычислить по формуле:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{4\,e\,k_e \sin\vartheta}{k_e + 2}. \tag{17}$$

Согласно (17), на восходящем участке орбиты КА ($0 \leqslant \vartheta \leqslant \pi$) изогравиэллипсоид поворачивается вокруг орта $\mathbf{e}_n$ против часовой стрелки на угол α; его максимум достигается при угле истинной аномалии, который определяется из условия: $\cos\vartheta^* = -2e/3$. При $\vartheta = \pi$, как и при $\vartheta = 0$, оси изогравиэллипсоида совмещаются с соответствующими ортами орбитального трехгранника. Далее, на нисходящем участке орбиты КА ($\pi \leqslant \vartheta \leqslant 2\pi$), изогравиэллипсоид поворачивается вокруг орта $\mathbf{e}_n$ по часовой стрелке и максимум угла его отклонения $\alpha = \alpha^*$ достигается при угле истинной аномалии $\vartheta = 2\pi - \vartheta^*$. Поскольку $\sin\vartheta^* = \sqrt{9 - 4e^2}/3$, постольку из (17) следует, что $\operatorname{tg} 2\alpha^* = 4\,e/\sqrt{9 - 4e^2}$. Например, при $e = 0{,}01$ получим $\alpha^* \approx 23'$, а при $e = 0{,}1$ — $\alpha^* \approx 3{,}8^{\circ}$ и $e = 0{,}5$ — $\alpha^* \approx 5{,}0^{\circ}$, то есть для орбит с умеренными значениями эксцентриситета изогравиэллипсоид (который при $\vartheta = \pi/2$ и $\vartheta = 3\pi/2$ вырождается в эллиптический цилиндр) будет совершать малые колебания вокруг нормали к плоскости орбиты КА. Поскольку полюс поля бортовых микроускорений в рассматриваемом случае совпадает с центром масс КА, то в его окрестности во все время полета будет существовать устойчивая область, внутри которой $a(\boldsymbol{\rho}) \leqslant a^*$.

В этой связи отметим следующее. Поскольку в орбитальной системе координат характеристический изогравиэллипсоид при малых значениях e совершает малые колебания вокруг нормали к плоскости орбиты КА, постольку дополнительный учет компоненты микроускорения $\Delta \mathbf{w}_C$ приводит лишь к соответствующему смещению полюса поля (3) в направлении, противоположном направлению полета КА. Выявленная устойчивость ориентации изогравиэллипсоидов — малые колебания вокруг нормали к плоскости орбиты — обеспечивает пониженный уровень бортовых микроускорений в пределах внутреннего объема КА. В [8, 9] было показано, что при рассмотрении углового ускорения КА в качестве управляющего параметра можно решить следующую задачу оптимального управления: на некотором интервале движения КА $T = [t_0, t_1]$ в заданной точке минимизировать функционал $J = \int\limits_{t_0}^{t_1} a^2(\boldsymbol{\rho})\,dt$. При $t_1 - t_0 \to 0$ эта задача сводится к синтезу локально оптимального управления [10], которое по результатам моделирования для КА типа "Фотон" допустимо только на интервалах до нескольких десятков секунд. В общем случае на интервалах, сравнимых и больших периодов обращения КА по орбите, оптимальное управление, которое было получено методом динамического программирования, реализуется в виде соответствующих видов компенсации отдельных компонент бортового микроускорения (3) в выбранной точке внутреннего объема КА.

Литература

[1] Исследования в области космической технологии / В.С. Авдуевский, И.Д. Воронов, В.М. Ковтуненко и др. // Зарубежная радиоэлектроника. 1992. №12. С. 128–136.

[2] Агарков В.Ф., Горелов Ю.Н., Данилов С.Б. Математическое моделирование остаточных бортовых микроускорений для космических аппаратов "Фотон" и "НИКА-Т": Сб. тр. VII Всероссийского научно-технического семинара по управлению движением и навигации. Самара, 1996. Т. 1. С. 7–11.

[3] The Basics of Methodology of Space Automatic Microgravity Platforms Design. Mathematical Simulation of Microgravity Fields / V.F. Agarkov, V.D. Kozlov, Y.N. Gorelov, S.B. Danilov // Microgravity Measurement Group Meeting. No. 15 (Seattle, May 2, 1996). P. 1–11.

[4] Девянин Е.А. Об определении параметров движения спутника с помощью ньютонометров. М.: Ин-т механики МГУ, 1970. 35 с.

[5] Ишлинский А.Ю. Механика относительного движения и силы инерции. М.: Наука, 1981. 191 с.

[6] Маркеев А.П. Теоретическая механика. М.: Наука, 1990. 416 с.

[7] Данилов С.Б. Об эффекте взаимной компенсации адъювантной и осестремительной составляющих бортовых ускорений микрогравитационной платформы // Управление движением и навигация летательных аппаратов: Сб. тр. VII Всероссийского научно-технического семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов / Самарский филиал Академии космонавтики. Самара, 1998. С. 21–23.

[8] Горелов Ю.Н., Данилов С.Б. Моделирование бортовых микроускорений и оптимальное управление ими // "Понтрягинские чтения – X": Тез. докл. Воронеж: ВГУ, 1999. С. 72.

[9] Данилов С.Б. Системный анализ, управление и обработка информации: Автореферат дис. ... канд. техн. наук по специальности 05.13.01. СПб: СПбГААП, 2001.

[10] Моисеев Н.Н. Численные методы в теории оптимальных систем. М.: Наука, 1971. 480 с.

Поступила в редакцию 11/*XII*/2003;
в окончательном варианте — 11/*XII*/2003.

BASIC CHARACTERISTICS AND STRUCTURE OF INTRINSIC QUASISTATIC MICROACCELERATIONS OF A SATELLITE

 Y.N. Gorelov, S.B. Danilov[2]

The residual quasistatic intrinsic to a spaceship field of microaccelerations are a principal characteristics of an exploited satellite intended to carry out physical experiments such as melting, crystallization, sedimentation, etc. The structure of microaccelerations vector field is analyzed in order to determine characteristics of microaccelerations field in terms of location of instantaneous pole, dimensions and orientation of the isograviellipsoids. In the case of constant orientation of the satellite with respect to the orbital co-ordinate system the effect of compensation of different microaccelerations components is described.

Paper received 11/*XII*/2003;
Paper accepted 11/*XII*/2003.

[2]Yuri Nickolaevich Gorelov (gorelov@ssu.samara.ru), S.B. Danilov, Dept. of the Differential Equations and Theory of Control, Samara State University, Samara, 443011, Russia.