

РЕЛЯТИВИСТСКИЕ ЭФФЕКТЫ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ СТРУКТУРЕ ρ -МЕЗОНА¹

© 2003 А.Ф. Крутов,² В.Е. Троицкий³

Произведен релятивистский расчет электромагнитных формфакторов и статических характеристик ρ -мезона. Расчет выполнен в рамках мгновенной формы релятивистской гамильтоновой динамики с различными модельными волновыми функциями. Вычисления проводились в импульсном приближении с учетом условий лоренц-ковариантности и закона сохранения для оператора электромагнитного тока.

Введение

В работах [1, 2] был развит релятивистский подход для описания электрослабых свойств составных систем в рамках мгновенной формы релятивистской гамильтоновой динамики (РГД) (детальное описание РГД можно найти в обзоре [3], а основные необходимые для нас формулы, на которые мы будем ссылаться, приведены в [1, 2]).

В работе [1] развитый формализм был применен для реалистических расчетов электрослабых свойств пиона как составной кварк-антикварковой системы. Для различных модельных волновых функций внутреннего движения кварков в пионе были вычислены электромагнитный формфактор пиона, а также константа лептонного распада пиона. При расчетах использовался стандартный набор параметров составной кварковой модели, который включает аномальные магнитные моменты и среднеквадратичные радиусы конститuentных кварков. Результаты расчетов хорошо согласуются с экспериментом.

Целью настоящей работы является релятивистский расчет электромагнитных свойств более сложной составной системы — ρ -мезона. Мы будем предполагать, что ρ -мезон состоит из двух кварков со спином $1/2$, полным моментом количества движения и спином, равными единице, и нулевым орбитальным моментом. Основной проблемой, возникающей при описании такой системы является проблема построения оператора электромагнитного

¹Представлена доктором физико-математических наук профессором В.А. Салеевым.

²Крутов Александр Федорович (krutov@ssu.samara.ru), кафедра общей и теоретической физики Самарского государственного университета, 443011, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.

³Троицкий Вадим Евгеньевич (troitsky@theory.sinp.msu.ru), отдел теоретической физики высоких энергий НИИЯФ им. Д.В. Скобельцына, МГУ.

тока, удовлетворяющего стандартным условиям на этот оператор (лоренц-ковариантность, закон сохранения и т.д., см., например, [4]).

Построение оператора электромагнитного тока подробно описано в [1, 2]. Ядром развитого подхода к построению этого оператора является так называемая процедура канонической параметризации матричных элементов локальных операторов, развитая в [5]. Данная процедура, фактически реализует теорему Вигнера—Эккарта на группе Пуанкаре, т.е. позволяет выделить из матричного элемента оператора любой тензорной размерности приведенные матричные элементы (формфакторы), которые являются инвариантами при преобразованиях из группы Пуанкаре. Матричный элемент оператора представляется при этом суммой слагаемых, каждое из которых является произведением ковариантного и инвариантного членов. Ковариантная часть такого представления матричного элемента описывает его трансформационные (геометрические) свойства, а вся динамическая информация о переходе, описываемом данным оператором, содержится в инвариантной части — приведенных матричных элементах или формфакторах. В общем случае данные формфакторы канонической параметризации являются не классическими, а обобщенными функциями. В терминах этих величин в развитом в работах [1, 2] подходе и описываются электрослабые свойства составных систем.

В рамках развитого подхода удается разрешить некоторые общие проблемы, присущие составным кварковым моделям. Так, описание электромагнитных свойств составных систем в терминах введенных формфакторов (см. [1]) фактически решает задачу построения электромагнитного тока, удовлетворяющего условиям трансляционной инвариантности, лоренц-ковариантности, закону сохранения, кластерной сепарабельности и неренормируемости заряда составной системы [4]. Заметим, что значение проблемы построения оператора электромагнитного тока выходит за рамки РГД и является актуальной проблемой для всех релятивистских подходов к описанию составных систем, включая квантово-полевые [4, 6-11].

Вычисления электромагнитных характеристик ρ -мезона в настоящей работе проводятся в широко используемом в литературе релятивистском импульсном приближении, означающем, что электромагнитный ток составной системы вычисляется как сумма токов конститuentов, т.е. сумма одночастичных токов. Обратим внимание, что в нашем подходе данное приближение не приводит к нарушению стандартных условий на ток, перечисленных выше, и формулируется не на языке операторов, как это обычно делается, а на языке приведенных матричных элементов на группе Пуанкаре. В настоящее время построение релятивистского импульсного приближения без нарушения условий релятивистской ковариантности и закона сохранения тока является общей тенденцией современных подходов [4, 8, 9, 11]. Отметим, что в мгновенной форме РГД такое построение в настоящей работе выполнено впервые. Релятивистское импульсное приближение, сформулированное на языке приведенных матричных элементов, получило в [1]

название модифицированного импульсного приближения (МИП) в отличие от общепринятого (ИП).

Электромагнитная структура ρ -мезона рассчитывается нами с привлечением разных модельных волновых функций. Мы вычисляем электромагнитные формфакторы и статические моменты ρ -мезона в предположении, что кварки находятся в S -состоянии относительного движения. Сравнение с нерелятивистскими расчетами позволяет оценить релятивистские эффекты в структуре этой составной кварковой системы. Интересным релятивистским эффектом является появление ненулевых квадрупольного момента и квадрупольного формфактора, которые, как известно, в нерелятивизме определяются наличием D -волны и в ее отсутствие равны нулю.

Содержание работы следующее. В разд. 1 кратко описывается получение интегральных представлений для формфакторов ρ -мезона в МИП. Предельным переходом к нерелятивизму получены нерелятивистские формулы для формфакторов. В разд. 2 проводится фиксация параметров модели и приводятся результаты численных расчетов статических моментов и электромагнитных формфакторов ρ -мезона. В заключении суммируются результаты и содержатся основные выводы работы.

1. Интегральные представления для электромагнитных формфакторов ρ -мезона

Рассмотрим матричный элемент электромагнитного тока ρ -мезона, описывающий его взаимодействие с виртуальным γ -квантом. Будем предполагать следующий набор квантовых чисел $J = J' = S = S' = 1$. В работе [2] приводится параметризация такого матричного элемента, т.е. его выражение через электромагнитные формфакторы:

$$\langle \vec{p}_c, m_{Jc} | j_\mu(0) | \vec{p}'_c, m'_{Jc} \rangle = \langle m_{Jc} | D^1(p_c, p'_c) \sum_{i=1,3} \tilde{\mathcal{F}}_c^i(t) \tilde{A}_\mu^i | m'_{Jc} \rangle. \quad (1.1)$$

$$\tilde{\mathcal{F}}_c^1(t) = \tilde{f}_{10}^c + \tilde{f}_{12}^c \left\{ [i p_{c\nu} \Gamma^\nu(p'_c)]^2 - \frac{1}{3} \text{Sp}[i p_{c\nu} \Gamma^\nu(p'_c)]^2 \right\} \frac{2}{\text{Sp}[p_{c\nu} \Gamma^\nu(p'_c)]^2}, \quad \tilde{\mathcal{F}}_c^3(t) = \tilde{f}_{30}^c. \quad (1.2)$$

$$\tilde{A}_\mu^1 = (p_c + p'_c)_\mu, \quad \tilde{A}_\mu^3 = \frac{i}{M_c} \varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} p_c^\nu p_c'^\lambda \Gamma^\sigma(p'_c),$$

где p'_c, p_c — 4-векторы ρ -мезона в начальном и конечном состояниях, m'_{Jc}, m_{Jc} — проекции спина, $D^1(p_c, p'_c)$ — матрица вращений Вигнера, $\Gamma^\nu(p'_c)$ — 4-вектор спина, M_c — масса ρ -мезона, $\tilde{f}_{10}^c, \tilde{f}_{12}^c, \tilde{f}_{30}^c$ — зарядовый, квадрупольный и магнитный формфакторы ρ -мезона соответственно.

Матричный элемент в представлении (1.1), (1.2) удовлетворяет всем условиям, налагаемым на оператор электромагнитного тока составной системы [4].

Для формфакторов в работах [1, 2] выведены интегральные представления, имеющие следующий вид:

$$\tilde{f}_{in}^c(Q^2) = \int d\sqrt{s} d\sqrt{s'} \varphi(s) \tilde{G}_{in}(s, Q^2, s') \varphi(s'), \quad (1.3)$$

где $\varphi(s)$ — волновая функция кварков в мезоне в смысле РГД, $\tilde{G}_{in}(s, Q^2, s')$ — лоренц-ковариантная обобщенная функция (приведенный матричный элемент на группе Пуанкаре).

Формфакторы (1.2) можно выразить через общепринятые саксовские формфакторы системы с полным моментом количества движения, равным единице. Для этого выпишем параметризацию матричного элемента электромагнитного тока в системе Брейта (см., например, [12]):

$$\langle \vec{p}_c, m_J | j_\mu(0) | \vec{p}_c', m_J' \rangle = G^\mu(Q^2),$$

$$G^0(Q^2) = 2p_{c0} \left\{ (\vec{\xi}' \vec{\xi}^*) G_C(Q^2) + \left[(\vec{\xi}^* \vec{Q})(\vec{\xi}' \vec{Q}) - \frac{1}{3} Q^2 (\vec{\xi}' \vec{\xi}^*) \right] G_Q(Q^2) \frac{1}{2M_c^2} \right\}, \quad (1.4)$$

$$\vec{G}(Q^2) = \frac{p_{c0}}{M_c} \left[\vec{\xi}' (\vec{\xi}^* \vec{Q}) - \vec{\xi}^* (\vec{\xi}' \vec{Q}) \right] G_M(Q^2),$$

где G_C , G_Q , G_M — зарядовый, квадрупольный и магнитный формфакторы Сакса соответственно.

Вектор поляризации в системе Брейта имеет следующий вид:

$$\xi^\mu(\pm 1) = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, \mp 1, -i, 0), \quad \xi^\mu(0) = (0, 0, 0, 1). \quad (1.5)$$

Аргументы вектора ξ являются проекциями полного момента.

В системе Брейта:

$$q^\mu = (p_c - p_c')^\mu = (0, \vec{Q}), \quad p_c^\mu = \left(p_{c0}, \frac{1}{2} \vec{Q} \right), \quad p_c'^\mu = \left(p_{c0}, -\frac{1}{2} \vec{Q} \right), \quad (1.6)$$

$$p_{c0} = \sqrt{M_c^2 + \frac{1}{4} Q^2}, \quad \vec{Q} = (0, 0, Q).$$

Для нахождения связи между формфакторами канонической параметризации и общепринятыми формфакторами приравняем (1.1) и (1.4) и учтем, что в системе Брейта $D_{m_J m_J'}^1(p_c, p_c') = \delta_{m_J m_J'}$. Получаем:

$$G_C(Q^2) = \tilde{f}_{10}^c(Q^2), \quad G_Q(Q^2) = \frac{2M_c^2}{Q^2} \tilde{f}_{12}^c(Q^2), \quad G_M(Q^2) = -M_c \tilde{f}_{30}^c(Q^2). \quad (1.7)$$

Перейдем теперь к обсуждению модифицированного импульсного приближения (МИП). В МИП инвариантные функции $\tilde{G}_{in}(s, Q^2, s')$ в равенстве (1.3) заменяются на т.н. двухчастичные свободные формфакторы $g_{0i}(s, Q^2, s')$ ($i = C, Q, M$), описывающие электромагнитные свойства системы

из двух невзаимодействующих частиц спина 1/2. Физическая сущность этого приближения подробно рассматривается в работе [1]. Таким образом, с учетом связей (1.7) интегральные представления для саксовских формфакторов ρ -мезона в МИП примут вид:

$$\begin{aligned} G_C(Q^2) &= \int d\sqrt{s} d\sqrt{s'} \varphi(s) g_{0C}(s, Q^2, s') \varphi(s'), \\ G_Q(Q^2) &= \frac{2M_c^2}{Q^2} \int d\sqrt{s} d\sqrt{s'} \varphi(s) g_{0Q}(s, Q^2, s') \varphi(s'), \\ G_M(Q^2) &= -M_c \int d\sqrt{s} d\sqrt{s'} \varphi(s) g_{0M}(s, Q^2, s') \varphi(s'). \end{aligned} \quad (1.8)$$

Свободные двухчастичные формфакторы могут быть вычислены методами релятивистской кинематики и имеют следующий вид: Зарядовый двухчастичный свободный формфактор:

$$\begin{aligned} g_{0C}(s, Q^2, s') &= \frac{1}{3} R(s, Q^2, s') Q^2 \times \\ &\times \left\{ (s + s' + Q^2)(G_E^u(Q^2) + G_E^{\bar{d}}(Q^2)) [2 \cos(\omega_1 - \omega_2) + \cos(\omega_1 + \omega_2)] - \right. \\ &\left. - \frac{1}{M} \xi(s, Q^2, s')(G_M^u(Q^2) + G_M^{\bar{d}}(Q^2)) [2 \sin(\omega_1 - \omega_2) - \sin(\omega_1 + \omega_2)] \right\}. \end{aligned} \quad (1.9)$$

Квадрупольный двухчастичный свободный формфактор:

$$\begin{aligned} g_{0Q}(s, Q^2, s') &= \frac{1}{2} R(s, Q^2, s') Q^2 \times \\ &\times \left\{ (s + s' + Q^2)(G_E^u(Q^2) + G_E^{\bar{d}}(Q^2)) [\cos(\omega_1 - \omega_2) - \cos(\omega_1 + \omega_2)] - \right. \\ &\left. - \frac{1}{M} \xi(s, Q^2, s')(G_M^u(Q^2) + G_M^{\bar{d}}(Q^2)) [\sin(\omega_1 - \omega_2) + \sin(\omega_1 + \omega_2)] \right\}. \end{aligned} \quad (1.10)$$

Магнитный двухчастичный свободный формфактор:

$$\begin{aligned} g_{0M}(s, Q^2, s') &= -2 R(s, Q^2, s') \times \\ &\times \left\{ \xi(s, Q^2, s')(G_E^u(Q^2) + G_E^{\bar{d}}(Q^2)) \sin(\omega_1 - \omega_2) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{4M} (G_M^u(Q^2) + G_M^{\bar{d}}(Q^2)) \times \right. \\ &\quad \times \left[(s + s' + Q^2) Q^2 \left(\frac{3}{2} \cos(\omega_1 - \omega_2) + \frac{1}{2} \cos(\omega_1 + \omega_2) \right) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{4} \xi(s, Q^2, s') \left[\frac{(\sqrt{s'} + 2M)(s - s' + Q^2) + (s' - s + Q^2) \sqrt{s'}}{\sqrt{s'}(\sqrt{s'} + 2M)} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{(\sqrt{s} + 2M)(s' - s + Q^2) + (s - s' + Q^2) \sqrt{s}}{\sqrt{s}(\sqrt{s} + 2M)} \right] [\sin(\omega_1 - \omega_2) - \sin(\omega_1 + \omega_2)] - \right. \end{aligned}$$

$$-\frac{1}{2}\xi^2(s, Q^2, s') \left[\frac{1}{\sqrt{s'}(\sqrt{s'} + 2M)} + \frac{1}{\sqrt{s}(\sqrt{s} + 2M)} \right] [\cos(\omega_1 - \omega_2) + \cos(\omega_1 + \omega_2)] \Bigg\}. \quad (1.11)$$

В формулах (1.9)–(1.11):

$$R(s, Q^2, s') = \frac{(s + s' + Q^2)}{2\sqrt{(s - 4M^2)(s' - 4M^2)}} \frac{\vartheta(s, Q^2, s')}{[\lambda(s, -Q^2, s')]^{3/2}} \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2/4M^2}},$$

$$\xi(s, Q^2, s') = \sqrt{ss'Q^2 - M^2\lambda(s, -Q^2, s')},$$

где ω_1 и ω_2 — параметры вигнеровского поворота:

$$\omega_1 = \operatorname{arctg} \frac{\xi(s, Q^2, s')}{M[(\sqrt{s} + \sqrt{s'})^2 + Q^2] + \sqrt{ss'}(\sqrt{s} + \sqrt{s'})},$$

$$\omega_2 = \operatorname{arctg} \frac{\alpha(s, s')\xi(s, Q^2, s')}{M(s + s' + Q^2)\alpha(s, s') + \sqrt{ss'}(4M^2 + Q^2)}, \quad (1.12)$$

где $\alpha(s, s') = 2M + \sqrt{s} + \sqrt{s'}$, $\vartheta(s, Q^2, s') = \theta(s' - s_1) - \theta(s' - s_2)$, θ — ступенчатая функция,

$$s_{1,2} = 2M^2 + \frac{1}{2M^2}(2M^2 + Q^2)(s - 2M^2) \mp \frac{1}{2M^2} \sqrt{Q^2(Q^2 + 4M^2)s(s - 4M^2)},$$

M — масса u - и \bar{d} кварков. Функции $s_{1,2}(s, Q^2)$ задают кинематически допустимую область изменения переменных в плоскости (s, s') . $G_{E,M}^{u,\bar{d}}(Q^2)$ — саксовские формфакторы u - и \bar{d} кварков.

Нерелятивистский предел выражений (1.8) дает следующие формулы для формфакторов:

$$G_C(Q^2) = (G_E^u(Q^2) + G_E^{\bar{d}}(Q^2)) I(Q^2), \quad G_Q(Q^2) = 0,$$

$$G_M(Q^2) = \frac{M_p}{M} (G_M^u(Q^2) + G_M^{\bar{d}}(Q^2)) I(Q^2), \quad (1.13)$$

$$I(Q^2) = \int k^2 dk k'^2 dk' u(k) g_{NR}(k, Q^2, k') u(k').$$

$$g_{NR}(k, Q^2, k') = \frac{1}{kk'Q} \left[\theta\left(k' - \left|k - \frac{Q}{2}\right|\right) - \theta\left(k' - k - \frac{Q}{2}\right) \right].$$

Обратим внимание, что формулы (1.13) совпадают с соответствующими формулами для формфакторов составной системы в нерелятивистском импульсном приближении через волновые функции в импульсном представлении [13]. Таким образом, релятивистские формулы (1.8) можно рассматривать как релятивистское обобщение соответствующих формул из [13].

2. Электромагнитная структура ρ -мезона

Уже длительное время РГД в своих различных формах широко используется для описания электрослабых свойств составных адронных систем.

Особенно популярной является динамика на световом фронте [7, 14-18]. Однако в последние годы появились расчеты в рамках мгновенной [19, 20] и точечной форм динамики [21]. Отметим, что электромагнитная структура ρ -мезона в рамках динамики на световом фронте рассчитывалась в работах [14, 15].

В настоящем разделе мы представляем результаты расчета электромагнитных свойств ρ -мезона в рамках мгновенной формы динамики в формализме развитом в предыдущем разделе.

Расчеты электромагнитных формфакторов ρ -мезона производились по формулам (1.8,1.9)–(1.12) в рамках МИП. Волновая функция внутреннего движения в смысле РГД, входящая в (1.8), при фиксированных полном моменте количества движения и полном спине определяется выражением (см., например, [1]):

$$\varphi(k(s)) = \sqrt[4]{s} u(k) k, \quad k = \frac{1}{2} \sqrt{s - 4M^2} \quad (2.1)$$

и нормирована условием:

$$\int u^2(k) k^2 dk = 1, \quad (2.2)$$

где $u(k)$ — модельная феноменологическая волновая функция.

В качестве феноменологических волновых функций в (2.1) мы использовали волновые функции следующего вида:

1. Волновая функция в модели гармонического осциллятора, (см., например, [22])

$$u(k) = N_{HO} \exp(-k^2/2b^2). \quad (2.3)$$

2. Отрицательно-степенная волновая функция [18]:

$$u(k) = N_{PL} (k^2/b^2 + 1)^{-n}, \quad n = 2, 3. \quad (2.4)$$

3. Волновая функция модели с линейным запираем и кулоновским поведением на малых расстояниях [23]:

$$u(r) = N_T \exp(-\alpha r^{3/2} - \beta r), \quad \alpha = \frac{2}{3} \sqrt{2M_r a}, \quad \beta = M_r b, \quad (2.5)$$

где a, b — параметры линейной и кулоновской частей потенциала соответственно, M_r — приведенная масса двухчастичной системы.

Саксовские формфакторы кварков, входящие в (1.10), задавались нами в виде:

$$G_E^q(Q^2) = e_q f_q(Q^2), \quad G_M^q(Q^2) = (e_q + \kappa_q) f_q(Q^2), \quad (2.6)$$

где e_q — заряд кварка и κ_q — аномальный магнитный момент конститuentного кварка. Для функции $f_q(Q^2)$ мы использовали формулу, полученную в работе [24]:

$$f_q(Q^2) = \frac{1}{1 + \ln(1 + \langle r_q^2 \rangle Q^2/6)}, \quad (2.7)$$

где $\langle r_q^2 \rangle$ — среднеквадратичный радиус конститuentного кварка.

Обоснование выбора функции $f_q(Q^2)$ в виде (2.7) содержится в [1, 24] и связано с тем, что эта функция дает для асимптотики формфактора пиона при $Q^2 \rightarrow \infty$ результат, согласующийся с правилами кваркового счета [25].

Таким образом, наши расчеты содержат стандартный набор параметров релятивистской составной модели конститuentных кварков. Параметры, характеризующие структуру конститuentного кварка: $M_u = M_{\bar{d}} = M$ — масса конститuentного кварка, $\kappa_u, \kappa_{\bar{d}}$ — аномальные магнитные моменты конститuentных кварков, $\langle r_u^2 \rangle = \langle r_{\bar{d}}^2 \rangle = \langle r_q^2 \rangle$ — среднеквадратичный радиус кварков. Параметры, характеризующие взаимодействие кварков в ρ -мезоне: b, a, β — параметры волновых функций в (2.3)–(2.5).

При расчетах параметры фиксировались следующим образом. Масса конститuentного кварка $M=0.25$ GeV [26]. Аномальные магнитные моменты кварков входят в наши формулы в виде суммы. В соответствии с [27] мы выбрали $\kappa_u + \kappa_{\bar{d}} = 0.09$ в естественных единицах.

Среднеквадратичный параметр кварка мы фиксировали из соотношения $\langle r_q^2 \rangle \simeq 0.3/M^2$, которое связывает среднеквадратичный радиус и массу конститuentного кварка [28, 29].

Параметры волновых функций b в (2.3), (2.4) и a в (2.5) мы фиксировали из требования описания среднеквадратичного радиуса ρ -мезона. Параметр кулоновской части потенциала b в (2.5) мы выбрали $b = 0.7867$, что соответствует значению $\alpha_S = 0.52$ на масштабе масс легких мезонов.

Значение среднеквадратичного радиуса ρ -мезона бралось нами из соотношения $\langle r_\rho^2 \rangle - \langle r_\pi^2 \rangle = 0.11 \pm 0.06$ fm² [28, 29]. Для среднеквадратичного радиуса пиона использовалось экспериментальное значение [30]: $\langle r_\pi^2 \rangle^{1/2} = 0.657 \pm 0.012$ fm.

Среднеквадратичный радиус ρ -мезона вычисляется по формуле:

$$\langle r_\rho^2 \rangle = -6 G'_C(0). \quad (2.8)$$

Масса ρ -мезона, необходимая для вычислений по формулам (1.8), была принята нами $M_c = 763.0 \pm 1.3$ MeV [31].

Магнитный μ_ρ и квадрупольный Q_ρ моменты ρ -мезона вычислялись нами из соотношений [12]:

$$G_M(0) = \frac{M_c}{M} \mu_\rho, \quad G_Q(0) = M_c^2 Q_\rho. \quad (2.9)$$

Релятивистские формулы для этих моментов в нашем подходе имеют следующий вид:

$$\mu_\rho = \frac{1}{2} \int_{2M}^{\infty} d\sqrt{s} \frac{\varphi^2(s)}{\sqrt{s-4M^2}} \left\{ 1 - L(s) + (\kappa_u + \kappa_{\bar{d}}) \left[1 - \frac{1}{2} L(s) \right] \right\}, \quad (2.10)$$

$$Q_\rho = -\frac{M}{2} \int_{2M}^{\infty} d\sqrt{s} \frac{\varphi^2(s)}{\sqrt{s}} \left[\frac{M}{\sqrt{s+2M} + \kappa_u + \kappa_{\bar{d}}} \right] \frac{L(s)}{2M^2 \sqrt{s-4M^2}}, \quad (2.11)$$

$$L(s) = \frac{2M^2}{\sqrt{s-4M^2}(\sqrt{s+2M})} \left[\frac{1}{2M^2} \sqrt{s(s-4M^2)} + \ln \frac{\sqrt{s} - \sqrt{s-4M^2}}{\sqrt{s} + \sqrt{s-4M^2}} \right].$$

Обратим внимание, что ненулевой квадрупольный момент ρ -мезона возникает только за счет релятивистского эффекта вигнеровского вращения спинов кварков. Измерение квадрупольного момента, таким образом, явилось бы проверкой принципа релятивистской инвариантности в области конфайнмента.

Вигнеровское вращение дает вклад и в магнитный момент. Формула для магнитного момента без учета вращения спинов ($\omega_1 = \omega_2 = 0$ в (1.12)) имеет вид:

$$\tilde{\mu}_\rho = \frac{1}{2}(1 + \kappa_u + \kappa_{\bar{d}}) \int_{2M}^{\infty} d\sqrt{s} \frac{\varphi^2(s)}{\sqrt{s-4M^2}} \left\{ 1 - \frac{1}{2} L(s) \right\}, \quad (2.12)$$

Для оценки величины релятивистских эффектов в электромагнитной структуре ρ -мезона мы проводили нерелятивистские вычисления электромагнитных формфакторов и статических моментов по формулам (1.13), (2.8), (2.9).

Вычисление нерелятивистского значения магнитного момента по формулам (2.9) с учетом (1.13) дает независимый от выбора модели результат:

$$\mu_{\rho NR} = 1 + \kappa_u + \kappa_{\bar{d}}. \quad (2.13)$$

При описанных выше значениях параметров $\mu_{\rho NR} = 1.09$.

Результаты расчетов статических моментов ρ -мезона приведены в таблице.

Таблица

Статические моменты ρ -мезона при различных модельных волновых функциях (2.3)–(2.5)

Модель	b, a	$\langle r_{NR}^2 \rangle$	$\langle \tilde{r}^2 \rangle$	μ_ρ	$\tilde{\mu}_\rho$	\mathcal{Q}_ρ
(2.3)	0.231	0.275	0.731	0.852	0.966	-0.0065
(2.4) n=2	0.302	0.319	0.711	0.864	0.972	-0.0059
(2.4) n=3	0.430	0.305	0.710	0.866	0.973	-0.0061
(2.5)	0.028	0.301	0.711	0.865	0.973	-0.0061

Примечание: $\langle r_{NR}^2 \rangle$ – нерелятивистский СКР, $\langle \tilde{r}^2 \rangle$ – релятивистский СКР без учета поворота спина, μ_ρ – релятивистский магнитный момент (2.10), $\tilde{\mu}_\rho$ – релятивистский магнитный момент без учета поворота спина (2.12), \mathcal{Q}_ρ – квадрупольный момент (2.11). Параметры волновых функций получены из подгонки СКР ρ -мезона в релятивистском расчете с учетом поворота спина, $\langle r_\rho^2 \rangle - \langle r_\pi^2 \rangle = 0.11 \pm \pm 0.06$ Фм² [28, 29]. Значение СКР пиона бралось нами из эксперимента [30]: $\langle r_\pi^2 \rangle^{1/2} = 0.657 \pm 0.012$ Фм. Магнитный момент измеряется в естественных единицах, квадрупольный момент и СКР в Фм². Единицы измерения параметров волновых функций b в моделях (2.3) и (2.4) – ГэВ, параметра a в модели (2.5) – ГэВ². Значения остальных расчетных параметров описаны в тексте. Количество значащих цифр в квадрупольном и магнитном моментах выбрано так, чтобы показать степень модельной зависимости расчетов.

Для сравнения в таблице приведены результаты расчетов с теми же

значениями параметров, но без учета вигнеровского поворота спина ($\omega_1 = \omega_2 = 0$ в (1.12)), а также результаты нерелятивистского расчета. Количество значащих цифр в квадрупольном и магнитном моментах выбрано так, чтобы показать степень модельной зависимости расчетов.

Вклад поворота спина в магнитный момент и среднеквадратичный радиус слабо зависит от модели взаимодействия кварков в мезоне. В магнитный момент его вклад составляет 11%–12%, в среднеквадратичный радиус 24%–25%. Поправки за счет поворота в том и другом случае являются отрицательными. Релятивистские же поправки в целом, как это видно из сравнения с нерелятивистскими результатами (см. (2.13)), являются для магнитного момента отрицательными и составляют примерно 21%–22%, а для среднеквадратичного радиуса положительными и значительно увеличивают его значение — почти в два раза в модели (2.3) и на 70%–80% в моделях (2.4), (2.5).

Результаты расчетов электромагнитных формфакторов ρ -мезона представлены на рис. 1–3.

Отметим, что в отличие, например, от расчетов в работе [15] зарядовый формфактор не имеет дипов. Как видно из рисунка, релятивистские поправки значительно замедляют скорость спадания зарядового и магнитного формфакторов в области больших передач импульса. Для наглядности сравнение производится только в модели (2.3), где в нерелятивистском случае спадание формфакторов с ростом Q^2 происходит по экспоненциальному закону.

На рис. 4 показан вклад вигнеровского поворота спинов кварков в зарядовый формфактор ρ -мезона. Заметим, что этот вклад слабо зависит от переданных импульсов в области от 1 до 5 $(\text{GeV}/c)^2$ и составляет примерно 10%.

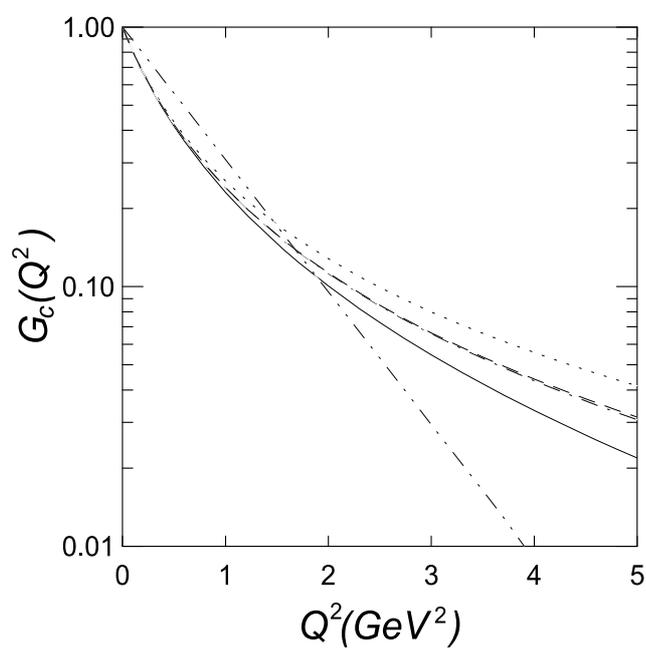


Рис. 1. Результаты расчета зарядового формфактора ρ -мезона с различными модельными волновыми функциями. Значения параметров даны в таблице. Сплошная линия — релятивистский расчет с волновой функцией модели гармонического осциллятора (2.3), пунктир — расчет с волновой функцией модели (2.4) при $n = 3$, пунктир с точкой — расчет с волновой функцией (2.5), точки — расчет с волновой функцией (2.4) при $n = 2$, пунктир с двумя точками — нерелятивистский расчет с волновой функцией гармонического осциллятора (2.3)

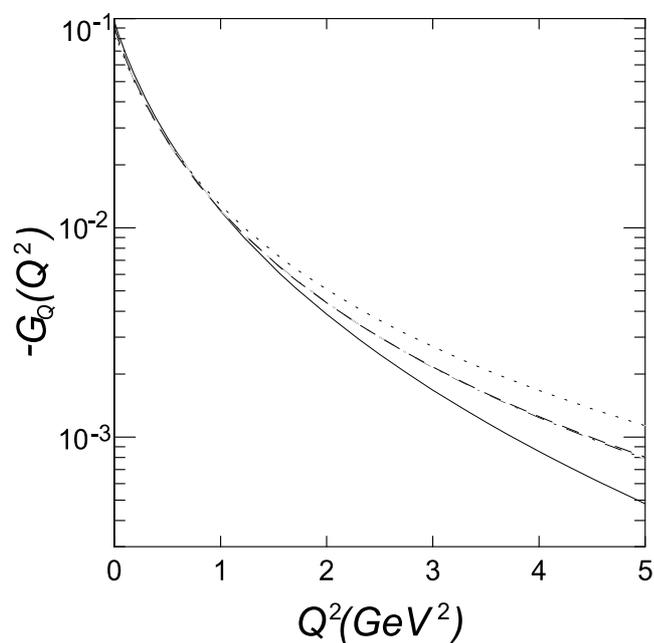


Рис. 2. Результаты расчета квадрупольного формфактора ρ -мезона с различными модельными волновыми функциями. Обозначения те же, что и на рис. 1

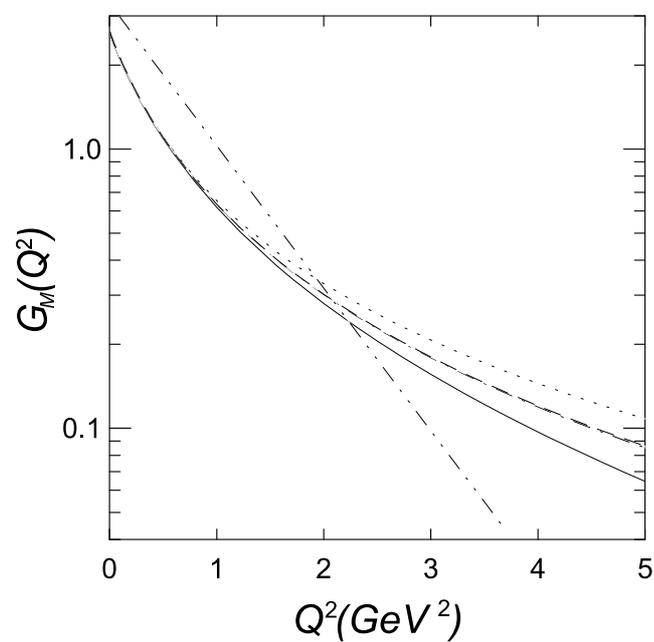


Рис. 3. Результаты расчета магнитного формфактора ρ -мезона с различными модельными волновыми функциями. Обозначения те же, что и на рис. 1

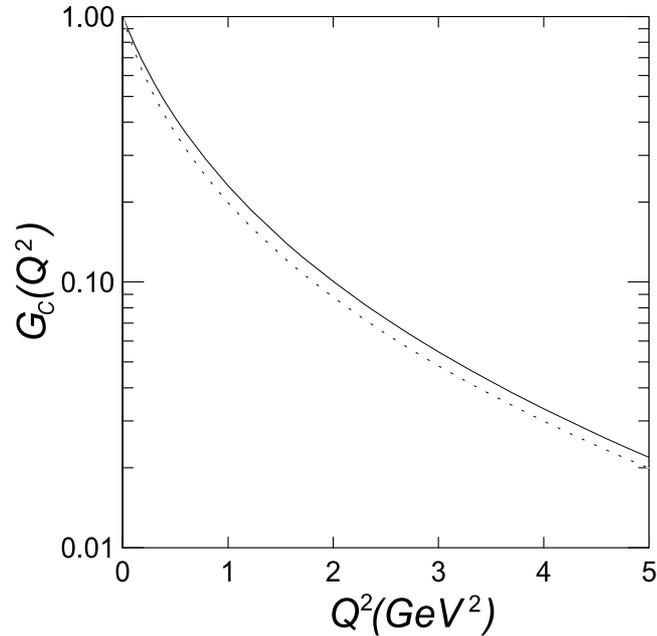


Рис. 4. Вклад релятивистского эффекта поворота спина. Результаты релятивистского расчета зарядового формфактора ρ -мезона с волновой функцией гармонического осциллятора (2.3) с теми же значениями параметров, что и на рис. 1. Сплошная линия — расчет с учетом поворота спина, точки — релятивистский расчет без учета поворота спина

Заключение

В работе в рамках мгновенной формы релятивистской гамильтоновой динамики рассчитаны электромагнитные формфакторы и статические характеристики ρ -мезона.

При выводе интегральных представлений для формфакторов использовалась специальная процедура построения матричных элементов электромагнитного тока, которая в релятивистском импульсном приближении не приводит к нарушению лоренц-ковариантности и закона сохранения.

В развитом формализме получено разумное описание статических моментов и электромагнитных формфакторов ρ -мезона. Произведена оценка релятивистских эффектов, в частности, получен отличный от нуля квадрупольный момент ρ -мезона, получающийся за счет релятивистского вignerского вращения спинов.

Таким образом показано, что развитый в работе вариант мгновенной формы РГД дает адекватное описание электрослабых свойств составных систем с ненулевым спином.

Работа выполнена при частичной поддержке программы "Университеты России — Фундаментальные исследования" (грант УР.02.01.013) и Минобрнауки России (грант Е02-3.1-34).

Литература

- [1] Krutov A.F., Troitsky V.E. Relativistic instant-form approach to the structure of two-body composite systems // Phys. Rev. C. 2002. V. 65. 045501.
- [2] Krutov A.F., Troitsky V.E. Relativistic instant-form approach to the structure of two-body composite systems. Nonzero spin // Phys. Rev. C. 2003. V. 68. 044307.
- [3] Keister B.D., Polyzou W. Relativistic Hamiltonian dynamics in nuclear and particle physics // Adv. Nucl. Phys. 1991. V. 20. P. 225–479.
- [4] Lev F.M. Exact construction of the electromagnetic current operator for relativistic composite systems // Ann. Phys. (N.Y.) 1995. V. 237. P. 355–456.
- [5] Чешков А.А., Широков Ю.М. Инвариантная параметризация локальных операторов // ЖЭТФ. 1963. Т. 44. С. 1982–1992.
- [6] Gross F., Riska D.O. Current conservation and interaction currents in relativistic meson theories // Phys. Rev. C. 1987. V.36. P.1928–1941. (см. также Ito H., Buck W.W., Gross F. Current conservation and interaction currents with relativistic separable interactions // Phys. Rev. C. 1991. V. 43. P. 2483–2498. Gross F., Henning H. Current conservation, G_E versus F_2 and electromagnetic interaction current for non-relativistic system // Nucl. Phys. A. 1992. V. 537. P. 344–366. Coester F., Riska D.O. Electromagnetic currents and the Blankenbecler–Sugar equation // Ann. Phys. (N.Y.) 1994. V. 234. P. 141–161.)
- [7] Chung P.L., Coester F., Keister B.D., Polyzou W.N. Hamiltonian light-front dynamics of elastic electron-deuteron scattering // Phys. Rev. C. 1988. V. 37. P. 2000–2015.
- [8] Van Orden J.W., Devine N., Gross F. Elastic electron scattering from the deuteron using the Gross equation // Phys. Rev. Lett. 1995. V. 75. P. 4369–4372.
- [9] Lev F.M., Pace E., Salmè G. Electromagnetic and weak current operators for interacting systems within the front-form dynamics // Nucl. Phys. A. 1998. V. 641. P. 229–259.
- [10] de Melo J.P.B.C., Sales J.H.O., Frederico T., Sauer P.U. Pairs in the light-front and covariance // Nucl. Phys. A. 1998. V. 631. P. 574–579.
- [11] Klink W.H. Point form relativistic quantum mechanics and electromagnetic form factors // Phys. Rev. C. 1998. V. 58. P. 3587–3604.
- [12] Arnold R.G., Carlson C.E., Gross F. Elastic electron-deuteron scattering at high energy // Phys. Rev. C. 1980. V. 21. P. 1426–1451.
- [13] Браун Дж.Е., Джексон А.Д. Нуклон-нуклонные взаимодействия. М.: Атомиздат, 1979. 247 с.
- [14] Keister B.D. Rotation covariance and light-front current matrix element// Phys. Rev. D. 1994. V. 49. P. 1500–1505.

- [15] Cardarelli F., Grach I.L., Narodetskii I.M., Salmeé G., Simula S. Electromagnetic form factors of the ρ -meson in a light-front constituent quark model // *Phys. Lett. B.* 1995. V. 349. P. 393–399.
- [16] Грач И.Л., Кондратюк Л.А. Электромагнитные формфакторы дейтрона в релятивистской динамике // *Ядерная физика.* 1984. Т. 39. С. 316–327.
- [17] Терентьев М.В. О структуре волновых функций мезонов как связанных состояний релятивистских кварков // *Ядерная физика.* 1976. Т. 24. С. 207–213. (см. также Азнаурян И.Г., Тер-Исаакян Н.Л. Аномальные магнитные моменты кварков в магнито-дипольных переходах адронов // *Ядерная физика.* 1980. Т. 31. С. 1680–1689; Jaus W. Relativistic constituent-quark model of electroweak properties of light mesons // *Phys. Rev. D.* 1991. V. 44. P. 2851–2859; Carbonell J., Karmanov V.A. Deuteron electromagnetic form factor in the light-front dynamics // *Eur. Phys. A.* 1999. V. 6. P. 9–19; Lev L.M., Pace E., Salmé G. Poincaré covariant current operator and elastic electron-deuteron scattering in the front-form Hamiltonian dynamics // *Phys. Rev. C.* 2000. V. 62. 064004.)
- [18] Schlumpf F. Charge form factors of pseudoscalar mesons // *Phys. Rev. D.* 1994. V. 50. P. 6895–6898.
- [19] Krutov A.F., Troitsky V.E. Relativistic effects in the pion charge radius // *J. Phys. G.: Nucl. Part. Phys.* 1993. V. 19. P. L127–L131. (см. также Balandina E.V., Krutov A.F., Troitsky V.E. Elastic charge form factors of π and K mesons // *J. Phys. G.: Nucl. Part. Phys.* 1996. V. 22. P. 1585–1592; Крутов А.Ф. Электрослабые свойства легких мезонов в релятивистской модели составных кварков // *Ядерная физика.* 1997. Т. 60. С. 1442–1450; Баландина Е.В., Крутов А.Ф., Троицкий В.Е., Шро О.И. Полулептонные распады псевдоскалярных мезонов в мгновенной форме релятивистской гамильтоновой динамики // *Ядерная физика.* 2000. Т. 63. С. 301–311.)
- [20] Charles J., Le Yaouanc A., Oliver L., Pène O., Raynal J.-C. Heavy-to-light form factors in the final hadron large energy limit: covariant quark model approach // *Phys. Lett. B.* 1999. V. 451. P. 187–194.
- [21] Allen T.W., Klink W.H. Pion charge form factor in point form relativistic dynamics // *Phys. Rev. C.* 1998. V. 58. P. 3670–3673. (см. также Андреев В.В. Описание лептонных распадов мезонов в рамках Пуанкаре-ковариантной кварковой модели // *Весті НАН. Сер. фіз.-мат. наук.* 2000. Т. 2. С. 93–98. Allen T.W., Klink W.H., Polyzou W.N. Point-form analysis of elastic deuteron form factors // *Phys. Rev. C.* 2001. V. 63. 034002.)
- [22] Chung P.L., Coester F., Polyzou W.N. Charge form factors of quark-model pion // *Phys. Lett. B.* 1988. V. 205. P. 545–548.

- [23] Tezuka H. Analytical solution of the Schrödinger equation with linear confinement potential // J. Phys. A. Math. Gen. 1991. V. 24. P. 5267–5272.
- [24] Крутов А.Ф., Троицкий В.Е. Асимптотическая оценка зарядового формфактора пиона // ТМФ. 1998. Т. 116. С. 215–224.
- [25] Matveev V.A., Muradyan R.M., Tavkhelidze A.N. Automodellism in the large-angle elastic scattering and structure of hadrons // Lett. Nuovo Cim. 1973. V. 7. P. 719–723. (см. также Brodsky S., Farrar G. Scaling laws at large transverse momentum // Phys. Rev. Lett. 1973. V. 31. P. 1153–1156.)
- [26] Krutov A.F., Troitsky V.E. On the possible estimation of the constituent quark parameters from Jefferson Lab experiments on pion form factor // Eur. Phys. J. C. 2001. V. 20. P. 71–76.
- [27] Gerasimov S.B. Magnetic moments of baryons and strange content of the nucleon // Phys. Lett. B. 1995. V. 357. P. 666–670. (см. также Gerasimov S.B. Electromagnetic moments of hadrons and quarks in a hybrid model // Preprint JINR E2–89–837. Dubna, 1989 16 с.)
- [28] Cardarelli F., Grach I.L., Narodetskii I.M., Pace E, Salmeé G., Simula S. Charge form factor of π and K mesons // Phys. Rev. D. 1996. V. 53. P. 6682–6685.
- [29] Vogl U., Lutz M., Klimt S., Weise W. Generalized $SU(3)$ Nambu–Jona–Lasinio model. Part 2. From current to constituent quarks // Nucl. Phys. A. 1990. V. 516. P. 469–495. (см. также Povh B., Hüfner J. Systematics of strong interaction radii for hadrons // Phys. Lett. B. 1990. V. 245. P. 653–657; Troshin S.M., Tyurin N.E. Chiral quark model and hadron scattering // Phys. Rev. D. 1994. V. 49. P. 4427–4433.)
- [30] Amendolia S.R. et al. A measurement of the pion charge radius // Phys. Lett. B. 1984. V. 146. P. 116–120.
- [31] Abele A., Adomeit J., Amsler C. et al. The ρ -mass, width, and line shape in $\bar{p}p$ annihilation at rest into $\pi^+\pi^-\pi^0$ // Phys. Lett. B. 1999. V. 469. P. 270–275.

Поступила в редакцию 18/IX/2003;
в окончательном варианте – 28/XI/2003.

RELATIVISTIC EFFECTS IN THE ELECTROMAGNETIC STRUCTURE OF THE ρ -MESON⁴

© 2003 A.F. Krutov,⁵ V.E. Troitsky⁶

The relativistic calculations of the electromagnetic formfactors and static moments of ρ -meson in the framework of the relativistic Hamiltonian dynamics with the different modelling wave function model are performed. The impulse approximation is used. The Lorentz covariance and conservation law for the electromagnetic current operator are taken into consideration.

Paper received 18/*IX*/2003;

Paper accepted 28/*XI*/2003.

⁴Communicated by Dr. Sci. (Phys. & Math.) Prof. V.A. Saleev.

⁵Krutov Alexander Fedorovich (krutov@ssu.samara.ru), Dept. of General and Theoretical Physics, Samara State University, Samara, 443011, Russia.

⁶Troitsky Vadim Eugenievich, Dept. of Theoretical High Energy Physics, D.V. Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Moscow State University.