

УДК 535.317.1

ВЛИЯНИЕ НА УГЛОВУЮ СЕЛЕКТИВНОСТЬ АМПЛИТУДНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ ГОЛОГРАММЫ В "ДВУХУРОВНЕВОЙ" СРЕДЕ РАСХОДИМОСТИ ОПОРНОЙ И СЧИТЫВАЮЩЕЙ ВОЛН¹

© 2003 В.В.Ивахник, В.И.Никонов, Е.В.Воробьева, В.В.Блинов²

Исследована угловая зависимость дифракционной эффективности динамической голограммы в "двухуровневой" нелинейной среде с учетом расходимости считывающей (опорной) волны. Получено выражение, связывающее ширину полосы углов динамической голограммы с ее оптимальной толщиной и угловой расходимостью считывающей волны, и определены границы его применения.

Введение

Основной характеристикой любой голограммы, в том числе и динамической, является ее угловая селективность. Пространственная структура опорной и считывающих волн является одним из факторов, приводящих к ухудшению качества преобразования изображения динамической голограммой. Как правило, анализ преобразования изображения динамической голограммой проводится в приближении плоских опорной и считывающей волн. Исключение составляют динамические голограммы в средах с керровской и тепловой нелинейностями, для которых в приближении малой дифракционной эффективности с использованием понятия функции размытия точки достаточно полно проанализировано влияние пространственной структуры опорной и считывающей волн на соответствие комплексных амплитуд падающей и отраженной волн [1–3].

Несомненный интерес представляет исследование влияния пространственной структуры опорной и считывающих волн на соответствие комплексных амплитуд падающей и отраженной волн в динамических голограммах с резонансной нелинейностью, в частности в растворах красителей [4–7].

¹ Представлена доктором физико-математических наук профессором В.А. Рожковым.

² Ивахник Валерий Владимирович, Никонов Владимир Иванович, Воробьева Елена Владимировна, Блинов Владимир Владимирович (ivakhnik@ssu.samara.ru), кафедра оптики и спектроскопии Самарского государственного университета, 443011, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.

В настоящей работе анализируется влияние на угловую зависимость дифракционной эффективности амплитудной динамической голограммы в двухуровневой среде расходимости опорной и считывающей волн.

1. Модель нелинейной среды

В качестве нелинейной среды рассмотрим краситель, моделируемый двухуровневой схемой энергетических уровней. Пусть N_1 и N_2 — заселенности основного и возбужденного уровней. Кинетическое уравнение для заселенности энергетического уровня имеет вид [8]

$$\frac{dN_1}{dt} = -N_1 I(\sigma_{12} + \sigma_{21}) + \delta_{21} + NI\sigma_{21} + \delta_{21}. \quad (1)$$

Здесь σ_{12} и σ_{21} — сечения поглощения и вынужденного испускания, δ_{21} — вероятность безызлучательного перехода между возбужденным и основным уровнями, $N = N_1 + N_2$ — общая концентрация молекул красителя.

Коэффициент поглощения связан с заселенностью основного энергетического уровня соотношением вида

$$\alpha = N_1\sigma_{12} - N_2\sigma_{21} = N_1(\sigma_{12} + \sigma_{21}) - N\sigma_{21}. \quad (2)$$

Для установившегося процесса ($\frac{dN_1}{dt} = 0$), подставив (1) в (2), получим

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + bI}, \quad (3)$$

где $\alpha_0 = N\sigma_{12}$ — начальный коэффициент поглощения, $b = (\sigma_{12} + \sigma_{21})\delta_{21}^{-1}$. Аналогичное выражение для коэффициента поглощения получим для "двухуровневой" модели фотохромной среды при условии, что $b = \sigma_A w_B^{-1}$, $\alpha_0 = N\sigma_A$ [9]. Здесь w_B — вероятность перехода фотохромных частиц из состояния B в состояние A , σ_A — сечение поглощения фотохромными частицами в состоянии A излучения, записывающего голограмму.

2. Запись и считывание динамической голограммы

Пусть на нелинейный слой, расположенный между плоскостями $z = 0$ и $z = L$, падает опорная и объектная волны, записывающие голограмму (рис. 1). Будем считывать голограмму волной на той же длине волны, распространяющейся вдоль оси z навстречу опорной волне. Волновое уравнение, описывающее распространение в нелинейной среде этих волн, есть

$$(\nabla^2 + k^2 - ik\alpha)A = 0. \quad (4)$$

Здесь A — комплексная амплитуда.

Будем рассматривать запись и считывание голограммы при следующих условиях:

1) в нелинейной среде распространяются только четыре волны: две волны, записывающие голограмму (опорная и предметная), считывающая и восстановленная волны;

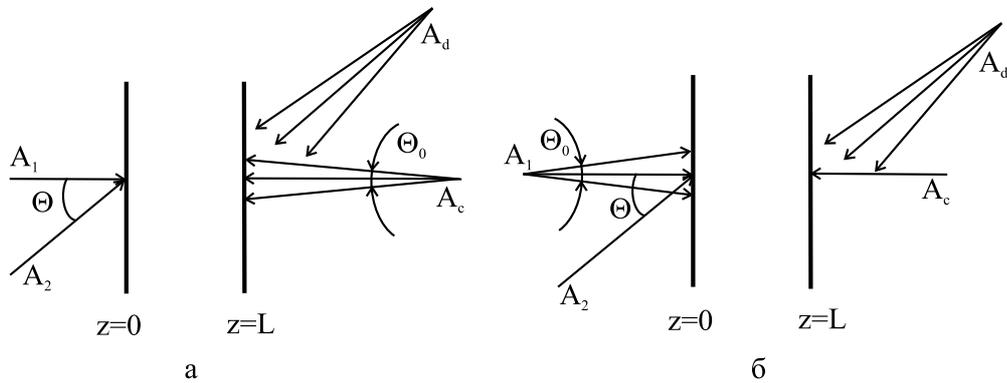


Рис. 1. Схемы записи и считывания динамической голограммы с учетом расходимости опорной (а), считывающей (б) волн

2) интенсивность волн, записывающих голограмму, намного больше интенсивности считывающей и восстановленной волн, поэтому изменением характеристик нелинейной среды вследствие распространения в ней считывающей и восстановленной волн можно пренебречь;

3) интенсивность опорной волны намного больше интенсивности предметной волны;

4) учитываются лишь интерференционные решетки, полученные при интерференции опорной и предметной волн;

5) интермодуляционные решетки не учитываются;

6) справедливо приближение медленно меняющихся амплитуд.

2.1. Угловая зависимость ДЭГ с учетом расходимости опорной волны

Представим опорную волну в виде эквидистантного набора плоских волн, распространяющихся вдоль оси z :

$$A_1(\mathbf{r}) = \sum_{j=-N}^N A_{1j}(z) \exp(-i\mathbf{k}_{1j}\mathbf{r}) + \text{с.с.}$$

Пусть объектная волна является плоской волной:

$$A_2(\mathbf{r}) = A_2(z) \exp(-i\mathbf{k}_2\mathbf{r}) + \text{с.с.}$$

Здесь A_{1j} и A_2 , \mathbf{k}_{1j} и \mathbf{k}_2 — амплитуды и волновые векторы волн, составляющих опорной волны, объектной волны, $\tilde{N} = 2N + 1$ — число плоских волн опорной волны, \mathbf{r} — радиус-вектор. Если $\Delta\varphi$ — угол между направлениями распространения j и $j+1$ составляющими опорной волны, то угловая расходимость опорной волны есть

$$\Theta_0 = 2N\Delta\varphi.$$

При условии равенства амплитуд плоских волн, из которых состоит опорная волна, в предположении, что угол между этими волнами маленький ($\cos(N\Delta\varphi) \approx 1$), уравнения, описывающие распространения по нелиней-

ному слою различных составляющих опорной волны, совпадают. Для опорной и объектной волн волновое уравнение (4) разбивается на систему уравнений вида

$$(1 + \tilde{N}bI_1)\frac{dI_1}{dz} + bI_1 \cos \Theta \frac{dI_2}{dz} + \alpha_0 I_1 = 0, \quad (5)$$

$$(1 + \tilde{N}bI_1)\frac{dI_2}{dz} \cos \Theta + bI_2 \tilde{N} \frac{dI_1}{dz} + \alpha_0 I_2 = 0.$$

Здесь $I_1 = A_{1j}A_{1j}^*$, $I_2 = A_{2j}A_{2j}^*$, Θ — угол между осью z и направлением распространения объектной волны.

Будем считать голограмму плоской волной, распространяющейся навстречу опорной строго вдоль оси z :

$$A_c(\mathbf{r}) = A_c(z) \exp(-i\mathbf{k}_c \mathbf{r}) + \text{с.с.}$$

Восстановленную волну представим в виде набора плоских волн:

$$A_d(\mathbf{r}) = \sum_{j=-N}^N A_{dj}(z) \exp(-i\mathbf{k}_{dj} \mathbf{r}) + \text{с.с.},$$

где $\mathbf{k}_{dj} = \mathbf{k}_c - (\mathbf{k}_{1j} - \mathbf{k}_2)$. После подстановки в волновое уравнение выражений для амплитуд считывающей и восстановленной волн оно разбивается на систему уравнений вида

$$(1 + \tilde{N}bI_1)\frac{dA_c}{dz} + b \cos \Theta \sqrt{I_1 I_2} \sum_{j=-N}^N \frac{dA_{dj}}{dz} - \frac{\alpha_0}{2} A_c = 0, \quad (6)$$

$$(1 + \tilde{N}bI_1)\frac{dA_{dj}}{dz} \cos \Theta + b \sqrt{I_1 I_2} \frac{dA_c}{dz} - (i\tilde{A}[1 + \tilde{N}bI_1] + \frac{\alpha_0}{2})A_{dj} = 0.$$

Здесь $\tilde{A}_j = k^2 - k_{dj}^2 = jk\Delta\varphi \sin \Theta$ — параметр, характеризующий отклонение направления распространения восстановленной волны A_{dj} от угла Брэгга.

Системы уравнений (5)–(6) с учетом граничных условий

$$I_1(z=0) = I_{10}, \quad I_2(z=0) = I_{20}, \quad A_c(z=L) = A_{c0}, \quad A_{dj}(z=L) = 0$$

позволяют численными методами проанализировать влияние на угловую зависимость дифракционной эффективности голограммы ($h = A_d A_d^* = \sum_{j=-N}^N |A_{dj}|^2$) расходимости опорной волны.

2.2. Угловая зависимость ДЭГ с учетом расходимости считывающей волны

Пусть волны, записывающие голограмму, являются плоскими. Система уравнений, описывающая изменение интенсивностей волн, записывающих голограмму, по толщине нелинейного слоя совпадает с системой уравнений (5) при условии $N = 0$.

Амплитуду считывающей волны представим в виде эквидистантного набора плоских волн:

$$A_c(\mathbf{r}) = \sum_{j=-N}^N A_{cj}(z) \exp(-i\mathbf{k}_{cj}\mathbf{r}) + \text{с.с.}$$

Как и при учете пространственной структуры опорной волны, комплексную амплитуду восстановленной волны представим в виде набора плоских волн:

$$A_d(\mathbf{r}) = \sum_{j=-N}^N A_{dj}(z) \exp(-i\mathbf{k}_{dj}\mathbf{r}) + \text{с.с.},$$

где $\mathbf{k}_{dj} = \mathbf{k}_{cj} - (\mathbf{k}_{1j} - \mathbf{k}_2)$. Система уравнений, описывающая изменение амплитуд считывающих и восстановленных волн, есть

$$[1 + bI_1] \frac{dA_{cj}}{dz} + b \cos \Theta \sqrt{I_1 I_2} \frac{dA_{dj}}{dz} - \frac{\alpha_0}{2} A_{cj} = 0, \quad (7)$$

$$\frac{dA_{dj}}{dz} \cos \Theta + b \sqrt{I_1 I_2} \frac{dA_{cj}}{dz} - \left(i\tilde{A}[1 + bI_1] + \frac{\alpha_0}{2} \right) A_{dj} = 0.$$

Системы уравнений (5), (7) с учетом граничных условий

$$I_1(z=0) = I_{10}, \quad I_2(z=0) = I_{20}, \quad A_{cj}(z=L) = A_{cj0}, \quad A_{dj}(z=L) = 0$$

позволяют численными методами проанализировать влияние на угловую зависимость дифракционной эффективности голограммы расходимости считывающей волны.

При малой дифракционной эффективности голограммы ($A_c A_c^* \gg A_d A_d^*$) вторыми слагаемыми в первых уравнениях систем (6) и (7) можно пренебречь. Тогда системы уравнений, позволяющие определить угловые зависимости ДЭГ как с учетом расходимости опорной волны, так и с учетом расходимости считывающей волны, совпадают. Поэтому в дальнейшем ограничимся анализом угловой зависимости ДЭГ при учете расходимости считывающей волны.

3. Анализ результатов

На рис. 2 приведены характерные графики угловой зависимости ДЭГ при условии, что считывающая волна состоит из набора 51 волн. В случае плоской считывающей волны, распространяющейся навстречу опорной волне, увеличение угла между опорной и объектной волнами приводит к монотонному росту ДЭГ. Причем чем толщина голограммы меньше, тем изменение ДЭГ с увеличением угла Θ больше.

Учет расходимости считывающей волны меняет характер угловой зависимости ДЭГ. Увеличение угла между опорной и объектной волнами приводит первоначально к росту, а затем к уменьшению ДЭГ. Чем больше расходимость считывающей волны, тем меньше угол, при котором ДЭГ

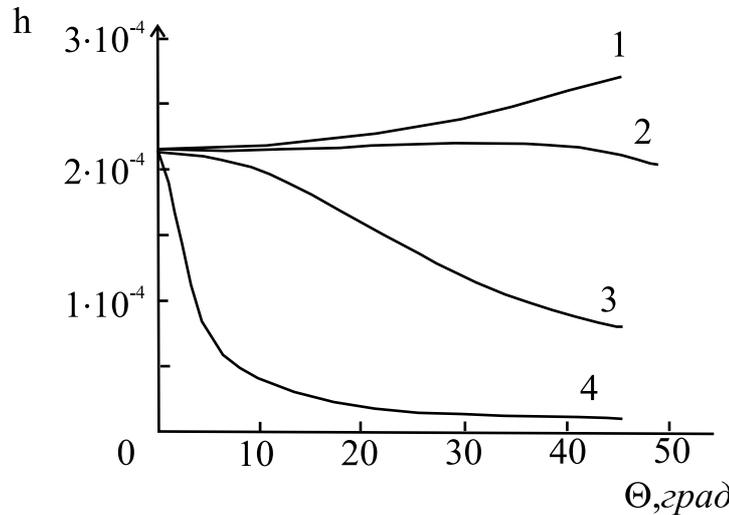


Рис. 2. Угловая зависимость дифракционной эффективности голограммы при $bI_0 = 5$, $L\alpha_0 = 6$, $k\alpha_0^{-1} = 10^4$ ($1 - \Theta_0 = 10^{-4}$ град; $2 - \Theta_0 = 3 \cdot 10^{-3}$ град; $3 - \Theta_0 = 10^{-2}$ град; $4 - \Theta_0 = 10^{-1}$ град)

принимает наибольшее значение. При "большой" расходимости считывающей волны с увеличением угла Θ дифракционная эффективность голограммы уменьшается. Значение расходимости считывающей волны, при которой она считается "большой", зависит от толщины слоя красителя и интенсивности излучения, записывающего голограмму. При условии сохранения угловой расходимости считывающей волны уменьшение набора плоских волн от 51 до 13 с точностью $\pm 2\%$ не приводит к изменению угловой зависимости ДЭГ.

Параметр, характеризующий отклонение направления распространения восстановленной волны A_{dj} от угла Брэгга, возрастает с увеличением угла Θ . Поэтому учет расходимости считывающей волны приводит прежде всего к уменьшению эффективности преобразования волн, падающих на голограмму под большими углами. Это объясняет изменение характера угловой зависимости ДЭГ с увеличением расходимости считывающей волны.

Будем рассматривать угловую селективность динамической голограммы при оптимальной толщине нелинейного слоя (голограммы(L_{opt})), на которой для заданной интенсивности излучения, записывающего голограмму, дифракционная эффективность голограммы максимальна. С ростом интенсивности излучения оптимальная толщина голограммы увеличивается по закону, близкому к линейному. На рис. 3 приведена зависимость расходимости считывающей волны, при которой толщина голограммы оптимальна, от интенсивности излучения при условии, что

$$h(\Theta = 30^\circ) = \frac{1}{2}h_{\max}.$$

Здесь h_{\max} — наибольшее значение ДЭГ. Плоскость (Θ_0, bI_0) разбивается на две области. Во второй области для характеристики угловой селективности

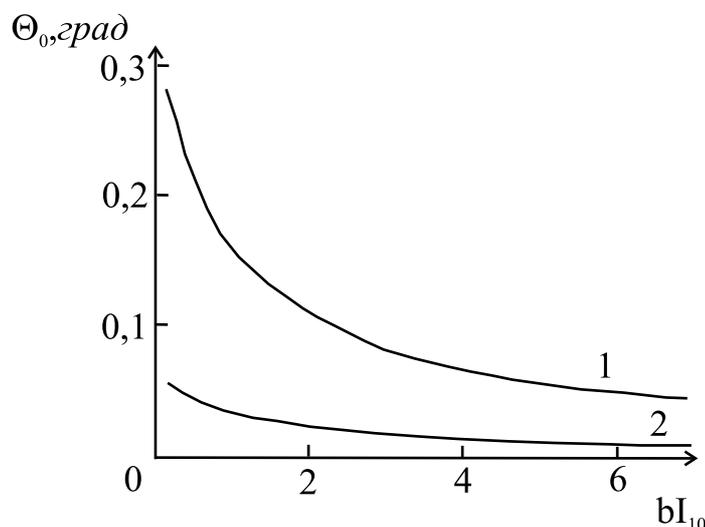


Рис. 3. Зависимость расходимости считывающей волны от интенсивности излучения ($1 - k\alpha_0^{-1} = 2 \cdot 10^3$; $2 - k\alpha_0^{-1} = 10^4$)

голограммы введем понятие ширины полосы углов ($\Delta\Theta$), определяемое из условия

$$h(\Theta = \Delta\Theta) = \frac{1}{2}h_{\max}. \quad (8)$$

Численный анализ (8) с учетом систем уравнений (5), (7) показывает, что зависимость ширины полосы углов от расходимости считывающей волны и оптимальной толщины нелинейной среды хорошо описывается выражением

$$\Delta\Theta = \frac{\beta}{kL_{\text{opt}}\Theta_0}, \quad (9)$$

где β — коэффициент пропорциональности. В диапазоне изменения параметра $k\alpha_0^{-1} = [10^3 \div 10^6]$ и нормированной интенсивности $bI_{10} = [0.5 \div 8]$ с точностью $\pm 1.5\%$ коэффициент $\beta = 2 \cdot 10^4$ град.

Выражение (9) оказывается справедливым и при отклонении толщины голограммы от оптимальной толщины. В этом случае в (9) L_{opt} заменяется на L , увеличивается значение коэффициента β . Причем это увеличение тем больше, чем больше отклонение L от L_{opt} .

Заключение

Приведем оценки ширины полосы углов динамической голограммы в растворе красителя. Воспользуемся характеристиками раствора красителя и параметрами излучения, записывающего голограмму, взятыми из работы [4]: $L = 2$ см, $\alpha_0 = 1.2$ см $^{-1}$, $k = 1.1 \cdot 10^5$ см $^{-1}$, $\Theta_0 = 1$ мрад. При условии, что толщина нелинейного слоя является оптимальной толщиной, ширина полосы углов такой динамической голограммы будет $\Delta\Theta \approx 1.4^\circ$.

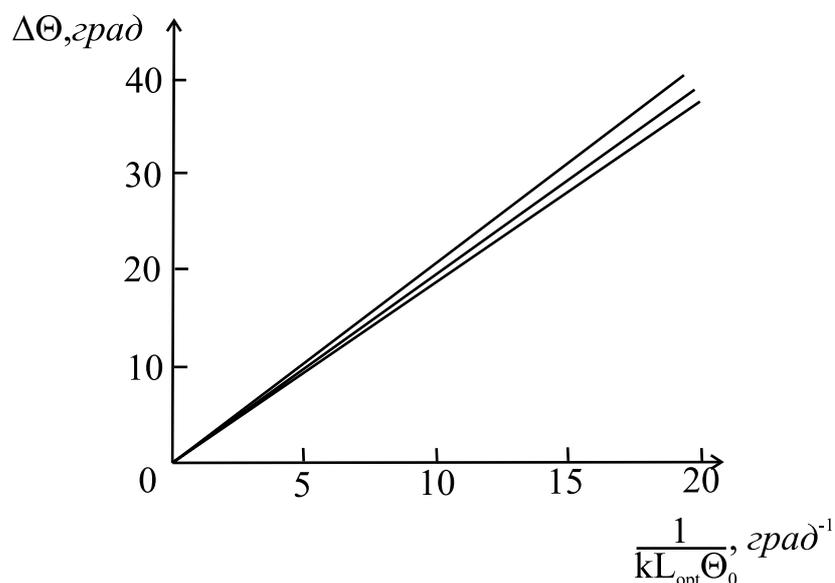


Рис. 4. Зависимость ширины полосы углов от обратного произведения толщины нелинейной среды на расходимость считывающей волны при $k\alpha_0^{-1} = 10^4$ ($1 - L\alpha_0 = 9.88$, $bI_0 = 9$; $2 - L\alpha_0 = 1.59$, $bI_0 = 0.5$; $3 - L\alpha_0 = 4.05$, $bI_0 = 3$)

Литература

- [1] Воронин Э.С., Ивахник В.В., Петникова В.М. и др. Компенсация фазовых искажений при вырожденном четырехчастотном взаимодействии // Квантовая электроника. 1979. Т.6. №9. С. 2009–2015.
- [2] Ивахник В.В., Некрасова Г.Э., Никонов В.И. Точность обращения волнового фронта (ОВФ) при четырехфотонном параметрическом взаимодействии // Оптика и спектроскопия. 1990. Т.68. №3. С. 620–624.
- [3] Ивахник В.В., Никонов В.И. Функция размытия точки четырехволнового "ОВФ-зеркала" на тепловой нелинейности // Оптика и спектроскопия. 1997. Т.82. №1. С. 55–59.
- [4] Степанов Б.И., Ивакин Е.В., Рубанов А.С. О регистрации плоских и объемных динамических голограмм в просветляющихся веществах // ДАН СССР. 1971. Т.196. №3. С. 567–569.
- [5] Ивакин Е.В., Кабанов В.В., Рубанов А.С. и др. ОВФ в растворах красителей // Известия АН СССР. Серия физическая. 1988. Т.52. №6. С. 1224–1231.
- [6] Кабанов В.В., Рубанов А.С., Толстик А.В. и др. Влияние возбужденных синглетных состояний молекул на эффективность четырехволнового взаимодействия в растворах красителей // Журнал прикладной спектроскопии. 1984. Т.41. №6. С. 911–916.
- [7] Кабанов В.В., Рубанов А.С. Энергетическая эффективность обращения волнового фронта при вырожденном четырехволновом взаимодействии в растворах красителей // Квантовая электроника. 1982. Т.9. №6. С. 1277–1280.

- [8] Тихонов Е.А., Шпак М.Т. Нелинейные оптические явления в органических соединениях. Киев: Наукова думка, 1979. 382 с.
- [9] Барачевский В.А., Лашков Г.И., Цехомский В.А. Фотохромизм и его применение. М.: Химия, 1977. 280 с.

**THE EFFECT OF REFERENCE AND READING WAVES
DIVERGENCE ON ANGULAR SELECTIVITY
OF AMPLITUDE DYNAMIC HOLOGRAM
IN THE "TWO-LEVEL" MEDIUM³**

© 2003 V.V. Ivakhnik, V.I. Nikonov, E.V. Vorobyeva, V.V. Blinov⁴

The angular dependence of the diffraction efficiency of the dynamic hologram in the "two-level" nonlinear medium taking account of reading (reference) wave divergence is studied. The expression of angle band width of the dynamic hologram via its optimum thickness and angular divergence of the reading wave is obtained. The range of applicability of this expression is then determined.

Поступила в редакцию 4/VII/2003.

³ Communicated by Dr. Sci. (Phys. & Math.) Prof. V.A. Rozhkov.

⁴ Ivakhnik Valery Vladimirovich (ivakhnik@ssu.samara.ru), Nikonov Vladimir Ivanovich, Vorobyeva Elena Vladimirovna, Blinov Vladimir Vladimirovich, Dept. of Optics and Spectroscopy, Samara State University, Samara, 443011, Russia.