

УДК 539.1

**СУПЕРСИММЕТРИЧНАЯ МОДЕЛЬ  
С НАРУШЕНИЕМ  $CP$  ИНВАРИАНТНОСТИ.  
3. НАРУШЕНИЕ  $CP$  ИНВАРИАНТНОСТИ  
В ХИГГСОВСКОМ СЕКТОРЕ<sup>1</sup>**

© 2003 Э.Н. Ахметзянова, М.В. Долгополов,<sup>2</sup> М.Н. Дубинин<sup>3</sup>

Рассматривается эффективный потенциал двухдублетного хиггсовского сектора минимальной суперсимметричной модели (MSSM). Исследована эволюция параметров двухдублетного скалярного потенциала с явным нарушением  $CP$  инвариантности, граничные условия для которых взяты на масштабе нарушения суперсимметрии  $M_{SUSY}$ , и проведен анализ эффективных констант самодействия бозонов Хиггса. Условия диагонализации эффективного двухдублетного потенциала в локальном минимуме зависят от комплексных параметров взаимодействия бозонов Хиггса со скалярными  $\tilde{t}$  и  $\tilde{b}$  кварками. Показано, что фазы, нарушающие  $CP$  инвариантность в матрице СКМ и в обобщенном двухдублетном потенциале хиггсовского сектора (THDM) с комплексными параметрами и вакуумными средними являются независимыми источниками  $CP$  нарушения в заряженных токах.

### Введение

Нарушение  $CP$  инвариантности было обнаружено в экспериментах по изучению распадов К мезонов более 30 лет назад. Стандартная модель (SM) электрослабого взаимодействия может объяснить эффекты несохранения  $CP$  инвариантности, наблюдаемые в распадах мезонов, если (рецептурно) для описания заряженных токов ввести матрицу смешивания фундаментальных фермионов Кабиббо—Кобаяши—Маскавы (СКМ) [1], содержащую одну фазу для комплексных матричных элементов. Более глубокое физическое понимание природы  $CP$  нарушения остается при этом, к сожалению, спрятанным за проблемами наличия именно трех поколений

<sup>1</sup> Представлена доктором физико-математических наук профессором В.А. Салеевым.

<sup>2</sup> Ахметзянова Эльза Нуровна (elza\_ily@rambler.ru), Долгополов Михаил Вячеславович (dolg@ssu.samara.ru), кафедра общей и теоретической физики Самарского государственного университета, 443011, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.

<sup>3</sup> Дубинин Михаил Николаевич (dubinin@theory.sinp.msu.ru), Институт ядерной физики им. Д.В. Скобельцына Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, 119992, г. Москва, Воробьевы горы.

фундаментальных фермионов и, возможно, отсутствия нейтральных токов, меняющих аромат (flavour change neutral currents — FCNC). С другой стороны, достаточно легко выписать несохраняющие  $CP$  инвариантность лагранжианы взаимодействия скалярных полей [2] или взаимодействия фундаментальных фермионов со скалярными полями, структура которых непосредственно не ограничивается наличием трех поколений лептонов и кварков. Взаимодействия такого типа, естественно, появляются в расширениях SM, в частности, в моделях с двумя дублетами скалярных полей (two-Higgs doublet model — THDM). Вопрос о том, обусловлено ли несохранение  $CP$  только одним источником, комплексной СКМ матрицей смешивания, либо большим числом источников, например, еще  $CP$  нарушающими взаимодействиями хиггсовских бозонов с фермионами, требует детального экспериментального изучения. Совсем не исключена тесная взаимосвязь природы  $CP$  нарушения с другим важнейшим вопросом построения калибровочных теорий — происхождением спонтанного нарушения электрослабой симметрии вакуума [3].

В SM один дублет комплексных скалярных полей приводит к появлению одного нейтрального бозона Хиггса. Исторически признанным первым способом объяснения  $CP$  нарушения была матрица смешивания СКМ в кварковом секторе SM. Кварки разных поколений могут переходить друг в друга с излучением  $W$  бозона. Константы взаимодействия верхних и нижних кварков с  $W$  бозоном зависят от комплексных элементов унитарной матрицы СКМ, которая параметризуется через три угла и одну фазу.  $CP$  нарушение при распадах нейтральных мезонов в SM объясняется наличием этой комплексной фазы.

Другой способ введения  $CP$  нарушения — расширение скалярного сектора [4, 5]. В суперсимметричных моделях (minimal supersymmetric model — MSSM) хиггсовский сектор двухдублетный, вследствие этого появляются три нейтральных и один заряженный бозоны Хиггса. Модели с двухдублетным хиггсовским сектором богаче по своему физическому содержанию. Дополнительные интересные возможности появляются при включении комплексных параметров в двухдублетный  $SU(2) \times U(1)$  инвариантный хиггсовский потенциал,  $CP$  инвариантность которого явно нарушается. Комплексные параметры приводят к смешиванию массовых состояний бозонов Хиггса, которые имеются в MSSM с  $CP$  сохранением, изменениям их масс и новым вершинам взаимодействия хиггсовских бозонов с фермионами и с калибровочными бозонами. Здесь  $CP$  нарушение может возникнуть за счет перемешивания в новых физических массовых состояниях  $CP$  четных и  $CP$  нечетного бозонов Хиггса.

Приведенная схема (рис. 1) иллюстрирует возможную взаимосвязь источников нарушения  $CP$  инвариантности и методов обоснования введения комплексных  $CP$  нарушающих фаз.

В THDM [6]  $CP$  инвариантность может быть нарушена членами потенциала, содержащими  $(\Phi_1^\dagger \Phi_2)$  или  $(\Phi_2^\dagger \Phi_1)$  с комплексными параметрами

$\mu_{12}^2, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_7$ . В случае MSSM комплексные параметры  $\Lambda_{ik}^{jl}$  эффективного двухдублетного потенциала ( $i, j, k, l \equiv \{1; 2\}$ ) могут появляться при учете взаимодействия бозонов Хиггса со скалярными кварками. Члены потенциала, мягко нарушающие суперсимметрию (SUSY), можно записать в обобщенном виде (см. схему, рис. 1).

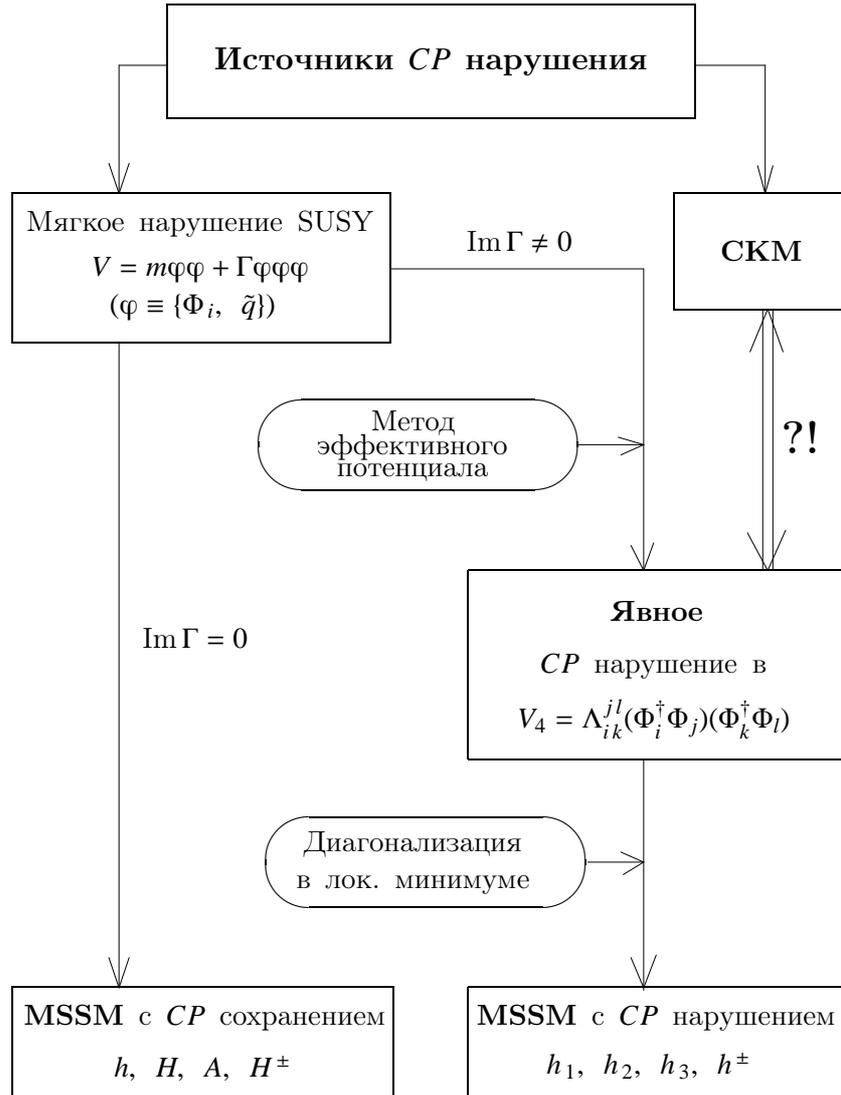


Рис. 1

Через  $\varphi$  на схеме обозначены либо дублеты хиггсовских полей, либо поля скалярных кварков, константа взаимодействия которых  $\Gamma$  в общем случае может быть комплексной. Если это так, то  $CP$  инвариантность в THDM явно нарушается за счет взаимодействия хиггсовских бозонов со скалярными

кварками третьего поколения. Этот результат можно получить, используя метод эффективного потенциала, путем интегрирования по степеням свободы массивных суперпартнеров кварков.

В случае действительных параметров  $\Gamma$  мы получаем модель MSSM с  $CP$  четными и  $CP$  нечетным бозонами Хиггса.

Принципиальным является аккуратное рассмотрение физического спектра частиц. Именно необходимо обеспечить корректную процедуру диагонализации хиггсовского потенциала с комплексными параметрами в локальном минимуме, после которой вместо двух нейтральных  $CP$  четных  $h$ ,  $H$  и одного нейтрального  $CP$  нечетного  $A$  бозонов Хиггса возникают три нейтральных смешанных состояния  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3$ , не обладающие определенной  $CP$  четностью, вершины взаимодействия которых с фундаментальными калибровочными бозонами и фермионами могут существенно отличаться от модели MSSM, приводя к новым потенциально наблюдаемым эффектам [7].

Открытым остается вопрос о взаимосвязи комплексных параметров хиггсовского потенциала и элементов матрицы смешивания СКМ.

В первом разделе данной статьи рассматривается обобщенный эффективный потенциал с нарушением  $CP$  инвариантности при наличии ряда комплексных параметров в общем случае. В разделе 2 метод эффективного потенциала применяется для обоснования введения комплексных параметров в хиггсовский сектор MSSM. Разделы 3 и 4 посвящены изучению диагонализации эффективного потенциала в локальном минимуме. Рассмотрен общий случай комбинации спонтанного и явного нарушения  $CP$  инвариантности. В приложениях приведены необходимые технические выкладки и используемый справочный материал.

## 1. Нарушение $CP$ инвариантности эффективного потенциала

В общем случае в модели THDM вводятся два  $SU(2)$  дублета комплексных скалярных полей:

$$\Phi_1 = \begin{pmatrix} \phi_1^+(x) \\ \phi_1^0(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -i\omega_1^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v_1 + \eta_1 + i\chi_1) \end{pmatrix}, \quad (1.1)$$

$$\Phi_2 = e^{i\xi} \begin{pmatrix} \phi_2^+(x) \\ \phi_2^0(x) \end{pmatrix} = e^{i\xi} \begin{pmatrix} -i\omega_2^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v_2 e^{i\zeta} + \eta_2 + i\chi_2) \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

с ненулевыми вакуумными ожиданиями

$$\langle \Phi_1 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_1 \end{pmatrix}, \quad \langle \Phi_2 \rangle = \frac{e^{i\xi}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_2 e^{i\zeta} \end{pmatrix} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_2 e^{i\theta} \end{pmatrix}. \quad (1.3)$$

Здесь величины  $v_1$  и  $v_2$  действительные. Введенные фазы  $\zeta$  и  $\xi$  отражают возможный произвол в выборе относительного разворота величин вакуумного ожидания и относительного поворота дублетов комплексных скаляр-

ных полей. Суммарная фаза  $\theta$  входит параметром в условия существования локального минимума эффективного хиггсовского потенциала.

Фазу  $\xi$  удобно выделить отдельно для рассмотрения связи с ограничениями на фазу комплексной матрицы СКМ. В действительности, в данной работе показывается, что они идентичны. Аналогичный вопрос исследовался в [8], но в рамках двухдублетной хиггсовской модели THDM с действительными параметрами в скалярном потенциале, со спонтанным нарушением  $CP$  инвариантности при наличии угла разворота  $\alpha$  (комплексной  $CP$  нарушающей фазы — аналога фазы  $\xi$  при  $\zeta = 0$  в данной работе) второго дублета относительно первого и без смешанного массового слагаемого в скалярном потенциале. В данной работе рассматривается обобщенная модель THDM с комплексными фактор-параметрами (в том числе  $\mu_{12}^2$  для смешанного массового слагаемого) в скалярном двухдублетном потенциале и с дополнительными фазами  $\zeta$  и  $\xi$ . В разделе 3 показывается невозможность проведения корректной процедуры диагонализации в локальном минимуме в случае спонтанного нарушения  $CP$  инвариантности. Введение фазы  $\theta$  при наличии комплексных параметров в потенциале позволяет построить после диагонализации в локальном минимуме (разделы 3 и 4) физический базис бозонов Хиггса, а фаза  $\xi$  является источником нарушения  $CP$  инвариантности в заряженных токах, нарушающих аромат кварков. Действительная и мнимая части  $\mu_{12}^2$  фиксируются условиями минимума эффективного хиггсовского потенциала.

Наиболее общая эрмитова форма перенормируемого  $SU(2) \times U(1)$  инвариантного лагранжиана для системы полей (1.1), (1.2) имеет следующий вид:

$$\mathcal{L}_H = (\mathcal{D}_\nu \Phi_1)^\dagger \mathcal{D}^\nu \Phi_1 + (\mathcal{D}_\nu \Phi_2)^\dagger \mathcal{D}^\nu \Phi_2 - U(\Phi_1, \Phi_2), \quad (1.4)$$

где потенциал может содержать следующие инвариантные члены [4, 5]:

$$\begin{aligned} U(\Phi_1, \Phi_2) = & -\mu_1^2 (\Phi_1^\dagger \Phi_1) - \mu_2^2 (\Phi_2^\dagger \Phi_2) - \mu_{12}^2 (\Phi_1^\dagger \Phi_2) - \mu_{12}^{*2} (\Phi_2^\dagger \Phi_1) + \\ & + \lambda_1 (\Phi_1^\dagger \Phi_1)^2 + \lambda_2 (\Phi_2^\dagger \Phi_2)^2 + \lambda_3 (\Phi_1^\dagger \Phi_1) (\Phi_2^\dagger \Phi_2) + \lambda_4 (\Phi_1^\dagger \Phi_2) (\Phi_2^\dagger \Phi_1) + \\ & + \frac{\lambda_5}{2} (\Phi_1^\dagger \Phi_2) (\Phi_1^\dagger \Phi_2) + \frac{\lambda_5^*}{2} (\Phi_2^\dagger \Phi_1) (\Phi_2^\dagger \Phi_1) + \\ & + \lambda_6 (\Phi_1^\dagger \Phi_1) (\Phi_1^\dagger \Phi_2) + \lambda_6^* (\Phi_1^\dagger \Phi_1) (\Phi_2^\dagger \Phi_1) + \lambda_7 (\Phi_2^\dagger \Phi_2) (\Phi_1^\dagger \Phi_2) + \lambda_7^* (\Phi_2^\dagger \Phi_2) (\Phi_2^\dagger \Phi_1) \end{aligned} \quad (1.5)$$

с эффективными комплексными фактор-параметрами  $\mu_{12}^2$ ,  $\lambda_5$ ,  $\lambda_6$  и  $\lambda_7$ .

Потенциал (1.5) может быть получен после интегрирования суперпотенциала по грассмановым переменным и добавления в суперпотенциал членов, мягко нарушающих суперсимметрию. Комплексные параметры  $\lambda_{\{5,6,7\}}$  индуцируются в эффективном потенциале (1.5), если учесть взаимодействия скалярных кварков  $\tilde{t}$  и  $\tilde{b}$  со скалярными полями Хиггса, включающие комплексные параметры смешивания. Это будет показано в следующем разделе. Действительная и мнимая части  $\mu_{12}^2$  определяются условиями существования локального минимума эффективного потенциала (1.5),

рассмотренными в общем случае в разделе 3. Параметры  $\lambda_1, \dots, \lambda_4$  и  $\mu_1^2, \mu_2^2$  остаются действительными числами после интегрирования по степеням свободы массивных полей скалярных кварков.

Четверное взаимодействие в (1.5) можно записать в обобщенной форме [9]:

$$V_{\text{quartic}} = \Lambda_{ik}^{jl} (\Phi_i^\dagger \Phi_j) (\Phi_k^\dagger \Phi_l) + \text{э.с.} \quad (1.6)$$

Заметим, что теоретически возможно дополнительное смешивание в кинетических членах с комплексным фактор-параметром [10]  $\kappa$ . Ограничения на действительную и мнимую части  $\kappa$  могут быть получены из экспериментальных данных по массам  $W$  и  $Z$  бозонов, а также из условий минимума эффективного потенциала, требующих отсутствия смешанных кинетических членов в массовом базисе бозонов Хиггса. Хотя последнее требование накладывает ограничения и на сам выбор массового базиса.

Рассмотрим ограничения, накладываемые различными симметриями на хиггсовский потенциал THDM. Потенциал (1.5) может быть записан как сумма трех составляющих [11], удовлетворяющих дополнительным симметриям:

$$U_1 = -\mu_1^2 (\Phi_1^\dagger \Phi_1) - \mu_2^2 (\Phi_2^\dagger \Phi_2) + \lambda_1 (\Phi_1^\dagger \Phi_1)^2 + \lambda_2 (\Phi_2^\dagger \Phi_2)^2 + \lambda_3 (\Phi_1^\dagger \Phi_1) (\Phi_2^\dagger \Phi_2) + \lambda_4 (\Phi_1^\dagger \Phi_2) (\Phi_2^\dagger \Phi_1), \quad (1.7)$$

$$U_2 = \frac{1}{2} |\lambda_5| e^{i\delta_5} (\Phi_1^\dagger \Phi_2)^2 + \text{э.с.}, \quad (1.8)$$

$$U_3 = -|\mu_{12}^2| e^{i\delta_{12}} (\Phi_1^\dagger \Phi_2) + |\lambda_6| e^{i\delta_6} (\Phi_1^\dagger \Phi_1) (\Phi_1^\dagger \Phi_2) + |\lambda_7| e^{i\delta_7} (\Phi_2^\dagger \Phi_2) (\Phi_1^\dagger \Phi_2) + \text{э.с.}, \quad (1.9)$$

с  $CP$  нарушающими фазами  $\delta_5, \delta_6, \delta_7, \delta_{12}$  в членах с  $(\Phi_1^\dagger \Phi_2)$  и/или с  $(\Phi_2^\dagger \Phi_1)$ . Видно, что  $U_1$  является  $SU(2) \times U(1) \times U(1)_{PQ} \times Z_2$  инвариантом,  $U_2$  —  $SU(2) \times U(1) \times Z_2$  инвариантен,  $U_3$  —  $SU(2) \times U(1)$  инвариантен.

Здесь  $U(1)_{PQ}$  — дополнительная глобальная киральная симметрия Печчеи—Квинна [12, 11] для системы двух дублетов скалярных полей.  $Z_2$  — дискретная симметрия, отражающая запрет на FCNC:

$$\Phi_1 \longrightarrow -\Phi_1, \quad \Phi_2 \longrightarrow \Phi_2, \quad (1.10)$$

либо наоборот.

Если требуется инвариантность потенциала  $U$  только относительно  $SU(2) \times U(1)$ , то полный хиггсовский потенциал содержит все четыре фазы. Если  $U$  должен быть  $U(1)_{PQ}$  инвариантом, то  $U \equiv U_1$ , и все возможные  $CP$  нарушающие фазы хиггсовского сектора исчезают. Если дополнительно к  $SU(2) \times U(1)$  присутствует только  $Z_2$  симметрия, то  $U \equiv U_1 + U_2$ , в потенциале появляется одна дополнительная фаза  $\delta_5$ .

В суперсимметричной  $SU(2) \times U(1)$  калибровочной теории константы самодействия  $\lambda_i$  являются параметрами потенциала и в древесном приближении определяются через  $SU(2)$  и  $U(1)$  калибровочные константы связи

следующими соотношениями [13]:

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \frac{1}{8}(g_2^2 + g_1^2), \quad \lambda_3 = \frac{1}{4}(g_2^2 - g_1^2), \quad \lambda_4 = -\frac{1}{2}g_2^2, \quad (1.11)$$

$$\lambda_5 = \lambda_6 = \lambda_7 = 0. \quad (1.12)$$

Поэтому в древесном приближении четыре массы хиггсовских бозонов и два угла смешивания в хиггсовском секторе определяются двумя независимыми параметрами. Чаще всего в качестве независимых параметров принимают тангенс угла  $\beta$  — отношение действительных величин вакуумного ожидания  $\text{tg } \beta \equiv v_2/v_1$  и массу  $CP$  нечетного бозона Хиггса  $A$  (в MSSM с  $CP$  сохранением). В древесном приближении  $CP$  нарушения нет.

На масштабе суперсимметрии  $M_{SUSY}$

$$\lambda_1(M_{SUSY}) = \lambda_2(M_{SUSY}) = \frac{1}{8}(g_2^2(M_{SUSY}) + g_1^2(M_{SUSY})), \quad (1.13)$$

$$\lambda_3(M_{SUSY}) = \frac{1}{4}(g_2^2(M_{SUSY}) - g_1^2(M_{SUSY})), \quad (1.14)$$

$$\lambda_4(M_{SUSY}) = -\frac{1}{2}g_2^2(M_{SUSY}). \quad (1.15)$$

Однако параметры любой модели, вообще говоря, зависят от энергетического масштаба ( $\sqrt{s}$ ), при котором они измеряются либо фиксируются. Эта зависимость описывается ренормгрупповыми уравнениями (РГУ).

Ниже масштаба  $M_{SUSY}$  суперсимметричные соотношения (1.11) и (1.12) нарушаются конечным квантовым эффектом (нелогарифмическими вкладками), обусловленным взаимодействием бозонов Хиггса с третьим поколением суперпартнеров кварков (взаимодействие с первым и вторым поколением сильно подавлено). Отметим, что в общем случае нарушается соотношение

$$\lambda_1 = \lambda_2 = -\frac{1}{2}(\lambda_3 + \lambda_4), \quad (1.16)$$

вытекающее из (1.11).

## 2. Метод эффективного потенциала для $CP$ нарушающих параметров хиггсовского сектора MSSM

Низкоэнергетическая эффективная теория ниже масштаба  $M_{SUSY}$  нарушения суперсимметрии хорошо представляется несуперсимметричной SM и суперсимметричными партнерами, играющими роль регуляризаторов Паули—Вилларса [14]. Выше масштаба  $M_{SUSY}$  суперсимметрия восстанавливается, накладывая условия (1.11) на константы связи  $\lambda$  (которые были свободными параметрами в SM) при масштабе перенормировки  $\sigma = M_{SUSY}$ . Таким образом, условия (1.11) играют роль граничных условий для РГУ. Эволюция параметров хиггсовского потенциала  $\lambda$ , юкавских констант связи  $h_{t,b}$  и калибровочных констант связи  $g_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) определяется РГУ.

Решение РГУ позволяет рассмотреть эволюцию комплексных параметров  $\lambda_5, \lambda_6, \lambda_7$ , экстраполировав их из области высоких энергий в область энергий, доступных в экспериментах на коллайдерах. Особенностью настоящего анализа по сравнению со стандартной схемой суммирования ведущих логарифмов посредством решения РГУ является учет в граничных условиях эффектов взаимодействия хиггсовских бозонов с третьим поколением скалярных кварков. Такое взаимодействие обусловлено добавлением в общий лагранжиан слагаемых, мягко нарушающих суперсимметрию (приложение А). Параметры  $A_t, A_b$  (трилинейные константы взаимодействия в скалярном секторе) и  $\mu$  (массовый параметр хиггсина) в секторе взаимодействия скалярных кварков с хиггсовскими полями [15] могут быть комплексными, приводя к нарушению  $CP$  инвариантности в эффективном скалярном потенциале.

Методом функционального интегрирования можно получить (приложение В) следующее выражение [9] для однопетлевого перенормированного эффективного потенциала  $\mathcal{V}$  (в калибровке Ландау с использованием размерной редукции и модифицированной схемы минимального вычитания ( $\overline{\text{MS}}$ )):

$$\mathcal{V} = \mathcal{V}^0 + \frac{N_C}{32\pi^2} \text{tr} M^4 \left[ \ln \left( \frac{M^2}{\sigma^2} \right) - \frac{3}{2} \right], \quad (2.1)$$

где хиггсовская часть  $\mathcal{V}^0$  совпадает при учете (1.11), (1.12) с потенциалом (1.5) на древесном уровне (приложение А и В),  $M^2$  — матрица квадратов масс скалярных кварков,  $\sigma$  — масштаб перенормировки,  $\text{tr}$  означает взятие операторного следа.

Схематично (рис. 2) ведущие однопетлевые  $CP$  нарушающие вклады в эффективный потенциал можно представить так:

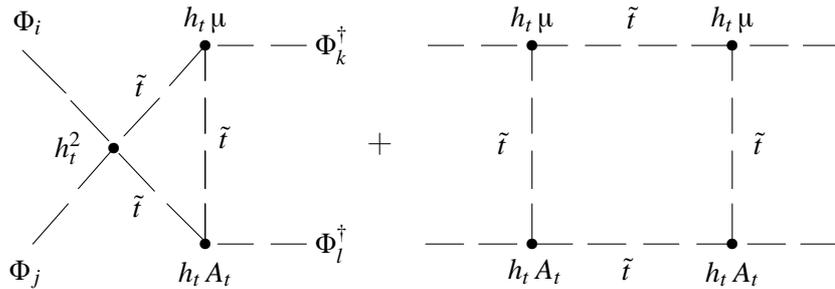


Рис. 2

Ясно, что комплексные  $\mu$  и  $A_{t,b}$  могут стать причиной появления комплексных параметров в эффективном потенциале (1.5).

Подставляя в однопетлевой эффективный потенциал (2.1) массовую матрицу скалярных кварков (приложение С), раскладывая его в ряд по обратным степеням масштаба перенормировки и выделяя члены четвертой степени по полям, можно получить (приложение С) эффективные комплексные

параметры  $\lambda_i$  ( $i = 5, 6, 7$ ) на масштабе ниже  $M_{SUSY}$  нарушения суперсимметрии, соответствующие граничным условиям, определяемым бегущими калибровочными константами связи и конечными поправками от взаимодействий хиггсовских бозонов со скалярными кварками [14, 9], мягко нарушающими суперсимметрию:

$$\lambda_5 = -\frac{3}{96\pi^2} \left( h_t^4 \left( \frac{\mu A_t}{M_{SUSY}^2} \right)^2 + h_b^4 \left( \frac{\mu A_b}{M_{SUSY}^2} \right)^2 \right), \quad (2.2)$$

$$\lambda_6 = \frac{3}{96\pi^2} \left[ h_t^4 \frac{|\mu|^2 \mu A_t}{M_{SUSY}^4} - h_b^4 \frac{\mu A_b}{M_{SUSY}^2} \left( 6 - \frac{|A_b|^2}{M_{SUSY}^2} \right) - h_b^2 \frac{\mu A_b}{M_{SUSY}^2} \frac{g_2^2 + g_1^2}{4} \right], \quad (2.3)$$

$$\lambda_7 = \frac{3}{96\pi^2} \left[ h_b^4 \frac{|\mu|^2 \mu A_b}{M_{SUSY}^4} - h_t^4 \frac{\mu A_t}{M_{SUSY}^2} \left( 6 - \frac{|A_t|^2}{M_{SUSY}^2} \right) - h_t^2 \frac{\mu A_t}{M_{SUSY}^2} \frac{g_2^2 + g_1^2}{4} \right], \quad (2.4)$$

где юкавские константы определяются стандартным образом:

$$h_t = \frac{\sqrt{2} m_t}{v \sin \beta}, \quad h_b = \frac{\sqrt{2} m_b}{v \cos \beta}. \quad (2.5)$$

Полученные результаты (2.2)–(2.4) для параметров  $\lambda_i$  ( $i = 5, 6, 7$ ) сравним с аналогичными выражениями, представленными в работах [4] для случая с  $CP$  нарушением и [9, 16] для теории с сохранением  $CP$  инвариантности. Слагаемые с калибровочными константами в (2.3), (2.4) отсутствуют в аналогичных результатах для  $\lambda_6$  и  $\lambda_7$  в работе [4]. В  $CP$  сохраняющем пределе аналитические выражения (2.2)–(2.4) переходят в известные [9, 16].

При  $A_t = A_b \equiv A$  выражения (2.2)–(2.4) удобно представить в виде

$$\lambda_5 = |\lambda_5| \exp [2 \arg (\mu A)], \quad (2.6)$$

$$\lambda_6 = |\lambda_6| \exp [\arg (\mu A)], \quad \lambda_7 = |\lambda_7| \exp [\arg (\mu A)]. \quad (2.7)$$

Отметим, что эффективные поправки к параметрам  $\lambda_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) являются действительными до двухпетлевого приближения и не содержат фаз, совпадая с результатами [4], а в  $CP$  сохраняющем пределе согласуются с [9, 16].

### 3. Локальный минимум эффективного потенциала

Для определения массового базиса хиггсовских полей или просто физического спектра полей Хиггса необходимо, прежде всего, найти условия существования локального минимума.

Рассмотрим случай  $\theta = 0$  (см. (1.3)). Тогда  $CP$  инвариантность эффективного потенциала (1.5) явно нарушена в случае комплексных параметров  $\mu_{12}^2$ ,  $\lambda_{5,6,7}$ . Условия локального минимума потенциала при  $\theta = 0$  могут быть представлены следующим образом [5]:

$$\mu_1^2 = \lambda_1 v_1^2 + \lambda \frac{v_2^2}{2} - \operatorname{Re} \mu_{12}^2 \operatorname{tg} \beta + \frac{v_2^2}{2} (3 \operatorname{Re} \lambda_6 \operatorname{ctg} \beta + \operatorname{Re} \lambda_7 \operatorname{tg} \beta), \quad (3.1)$$

$$\mu_2^2 = \lambda_2 v_2^2 + \lambda \frac{v_1^2}{2} - \operatorname{Re} \mu_{12}^2 \operatorname{ctg} \beta + \frac{v_1^2}{2} (\operatorname{Re} \lambda_6 \operatorname{ctg} \beta + 3 \operatorname{Re} \lambda_7 \operatorname{tg} \beta), \quad (3.2)$$

$$\operatorname{Im} \mu_{12}^2 = \frac{v^2}{2} (\sin \beta \cos \beta \operatorname{Im} \lambda_5 + \cos^2 \beta \operatorname{Im} \lambda_6 + \sin^2 \beta \operatorname{Im} \lambda_7), \quad (3.3)$$

где  $\lambda \equiv \lambda_3 + \lambda_4 + \operatorname{Re} \lambda_5$ .

Дополнительно физическое условие выбора параметра  $m_A$ :

$$\operatorname{Re} \mu_{12}^2 = m_A^2 \sin \beta \cos \beta + v^2 (\sin \beta \cos \beta \operatorname{Re} \lambda_5 + \frac{1}{2} \cos^2 \beta \operatorname{Re} \lambda_6 + \frac{1}{2} \sin^2 \beta \operatorname{Re} \lambda_7). \quad (3.4)$$

Теперь рассмотрим более общий случай  $\theta \neq 0$ . При действительных значениях  $\mu_{12}^2$ ,  $\lambda_{5,6,7}$  теоретически возможно спонтанное нарушение  $CP$  инвариантности.

В минимуме потенциал представляет собой полином второй степени по  $\cos \theta$ . Локальный минимум эффективного потенциала (1.5) достигается при  $\lambda_5 > 0$  и

$$\cos \theta = \frac{\mu_{12}^2 - \frac{v_1^2}{2} \lambda_6 - \frac{v_2^2}{2} \lambda_7}{\lambda_5 v_1 v_2}. \quad (3.5)$$

Если учесть (3.10), то получается

$$\cos \theta = \frac{m_A^2}{\lambda_5 v^2} + 1. \quad (3.6)$$

Условие отсутствия экстремума [17, 5]

$$|\cos \theta| > 1 \quad (3.7)$$

приводит к  $m_A^2 > 0$ .

Но из (2.2) следует, что параметр  $\lambda_5$  отрицателен. Тогда достигается локальный максимум, а минимум — абсолютный (наименьшее значение). В данном случае условие отсутствия экстремума (3.7) приводит к

$$m_A^2 > 2|\lambda_5|v^2. \quad (3.8)$$

Таким образом, так как параметр  $\lambda_5$  отрицателен после интегрирования по степеням свободы скалярных кварковых полей, то в случае действительных  $\mu_{12}^2$ ,  $\lambda_{5,6,7}$  и спонтанного нарушения  $CP$  инвариантности не представляется понятной процедура диагонализации, во всяком случае для немалых масс  $m_A$ .

В случае комплексных параметров (комбинация спонтанного и явного нарушения  $CP$  инвариантности) условие экстремума, то есть обращение производной потенциала по  $\theta$  в нуль, зависит от действительных и мнимых частей  $\mu_{12}^2$ ,  $\lambda_{5,6,7}$ :

$$\begin{aligned} & \cos \theta (2 \operatorname{Im} \mu_{12}^2 - v_1^2 \operatorname{Im} \lambda_6 - v_2^2 \operatorname{Im} \lambda_7) - v_1 v_2 \operatorname{Im} \lambda_5 \cos 2\theta + \\ & + \sin \theta (2 \operatorname{Re} \mu_{12}^2 - v_1^2 \operatorname{Re} \lambda_6 - v_2^2 \operatorname{Re} \lambda_7) - v_1 v_2 \operatorname{Re} \lambda_5 \sin 2\theta = 0. \end{aligned} \quad (3.9)$$

При этом условия экстремума для  $\operatorname{Im} \mu_{12}^2$  и  $\operatorname{Re} \mu_{12}^2$  зависят от фазы между вакуумными ожиданиями  $\theta$ , а при нашем выборе фаз условие экстремума

для  $\text{Re}\mu_{12}^2$  зависит также от фазы  $\xi$  (см. (1.2) и (1.3)). При действительных  $\mu_{12}^2$ ,  $\lambda_{5,6,7}$  и  $\theta \neq 0$  соотношение (3.9) приводит к (3.5).

Условия экстремума (обращение в нуль производных потенциала по нижним, нейтральным, действительным и мнимым компонентам полей дублетов) для общего и частного ( $\theta = 0$ ) случаев представлены в виде коэффициентов при параметрах хиггсовского потенциала в табл. 1 (условия экстремума на  $\mu_1^2$  и  $\mu_2^2$  для общего случая и при  $\theta = 0$ ) и табл. 2 (условия экстремума на  $\text{Re}\mu_{12}^2$  при  $\theta = 0$  и на  $\text{Im}\mu_{12}^2$  для общего случая и при  $\theta = 0$ ). Ввиду громоздкости дополнительное условие для  $\text{Re}\mu_{12}^2$  в общем случае приведено ниже отдельно.

Таблица 1

Условия экстремума на  $\mu_1^2$  и  $\mu_2^2$  для общего случая и при  $\theta = 0$

	$\mu_1^2$		$\mu_2^2$	
	$\theta \neq 0$	$\theta = 0$	$\theta \neq 0$	$\theta = 0$
$\lambda_1$	$v_1^2$	$v_1^2$	0	0
$\lambda_2$	0	0	$v_2^2$	$v_2^2$
$\lambda_3$	$\frac{1}{2}v_2^2$	$\frac{1}{2}v_2^2$	$\frac{1}{2}v_1^2$	$\frac{1}{2}v_1^2$
$\lambda_4$	$\frac{1}{2}v_2^2$	$\frac{1}{2}v_2^2$	$\frac{1}{2}v_1^2$	$\frac{1}{2}v_1^2$
$\text{Re}\lambda_5$	$\frac{1}{2}v_2^2$	$\frac{1}{2}v_2^2$	$\frac{1}{2}v_1^2$	$\frac{1}{2}v_1^2$
$\text{Im}\lambda_5$	$-\frac{1}{2}v_2^2 \text{tg}\theta$	0	$-\frac{1}{2}v_1^2 \text{tg}\theta$	0
$\text{Re}\lambda_6$	$\frac{1}{2}v_1 v_2 (2 + \cos 2\theta) \sec \theta$	$\frac{3}{2}v_1 v_2$	$\frac{1}{2}v_1^2 \sec \theta \text{ctg}\beta$	$\frac{1}{2}v_1^2 \text{ctg}\beta$
$\text{Im}\lambda_6$	$-v_1 v_2 \sin \theta$	0	0	0
$\text{Re}\lambda_7$	$\frac{1}{2}v_2^2 \sec \theta \text{tg}\beta$	$\frac{1}{2}v_2^2 \text{tg}\beta$	$\frac{1}{2}v_1 v_2 (2 + \cos 2\theta) \sec \theta$	$\frac{3}{2}v_1 v_2$
$\text{Im}\lambda_7$	0	0	$-v_1 v_2 \sin \theta$	0
$\text{Re}\mu_{12}^2$	$-\text{tg}\beta \sec \theta$	$-\text{tg}\beta$	$-\text{ctg}\beta \sec \theta$	$-\text{ctg}\beta$

$$\begin{aligned}
 & \text{Re}\mu_{12}^2 = \\
 & = -\lambda_2 \frac{v^2 \cos \theta \sin^3(2\beta) \sin^2(\theta + \xi)}{3 + (1 - \cos \theta \cos \xi)(\cos^4 \beta - \frac{3}{2} \sin^2(2\beta)) + \sin^4 \beta + \cos \theta \cos \xi (1 - \sin^4 \beta)} + \\
 & + \text{Re}\lambda_5 \frac{v^2 (\cos^4 \beta \cos^2 \xi + \cos^2 \theta \sin^4 \beta + \cos \beta \cos(\theta - \xi) \sin \beta \sin(2\beta))}{\cos^2 \beta \text{ctg}\beta \sec \theta + \cos \xi \sin(2\beta) + \sec \theta \sin^2 \beta \text{tg}\beta} - \\
 & - \text{Im}\lambda_5 \frac{v^2 (\sin^2(2\beta) \sin(\theta - \xi) + \sin^4 \beta (\sin(2\theta) + \text{tg}\theta) + \cos^4 \beta (\text{tg}\theta - \sin(2\xi)))}{2(\cos^2 \beta \text{ctg}\beta \sec \theta + \cos \xi \sin(2\beta) + \sec \theta \sin^2 \beta \text{tg}\beta)} + \\
 & + \text{Re}\lambda_6 \frac{1}{2} v^2 \cos^2 \beta + \\
 & + \text{Im}\lambda_6 \frac{v^2 \cos^3 \beta \sin \beta \sin \xi}{\cos^2 \beta \text{ctg}\beta \sec \theta + \cos \xi \sin(2\beta) + \sec \theta \sin^2 \beta \text{tg}\beta} +
 \end{aligned}$$

Таблица 2

Условия экстремума на  $\text{Re}\mu_{12}^2$  при  $\theta = 0$   
и на  $\text{Im}\mu_{12}^2$  для общего случая и при  $\theta = 0$

	$\text{Re}\mu_{12}^2$		$\text{Im}\mu_{12}^2$	
	$\theta = 0$ и $\xi = 0$	$\theta \neq 0$	$\theta \neq 0$	$\theta = 0$
$\lambda_1$	0	0	0	0
$\lambda_2$	0	0	0	0
$\lambda_3$	0	0	0	0
$\lambda_4$	0	0	0	0
$\text{Re}\lambda_5$	$v_1 v_2$	$v_1 v_2 \sin \theta$	0	0
$\text{Im}\lambda_5$	0	$\frac{1}{2} v_1 v_2 \cos 2\theta \sec \theta$	$\frac{1}{2} v_1 v_2$	0
$\text{Re}\lambda_6$	$\frac{1}{2} v_1^2$	$\frac{1}{2} v_1^2 \text{tg} \theta$	0	0
$\text{Im}\lambda_6$	0	$\frac{1}{2} v_1^2$	$\frac{1}{2} v_1^2$	0
$\text{Re}\lambda_7$	$\frac{1}{2} v_2^2$	$\frac{1}{2} v_2^2 \text{tg} \theta$	0	0
$\text{Im}\lambda_7$	0	$\frac{1}{2} v_2^2$	$\frac{1}{2} v_2^2$	0
$m_A^2$	$\sin \beta \cos \beta$	0	0	0
$\text{Re}\mu_{12}^2$	–	$-\text{tg} \theta$	0	0

$$\begin{aligned}
& + \text{Re}\lambda_7 \left( \frac{v^2 \cos^4 \beta (4 \cos(\theta + 2\xi) - 2 \cos(2\theta) \sec \theta) \text{tg} \beta}{4(\cos^2 \beta \text{ctg} \beta \sec \theta + \cos \xi \sin(2\beta) + \sec \theta \sin^2 \beta \text{tg} \beta)} + \right. \\
& \left. + \frac{v^2 (2 \sin^2(2\beta) \cos \xi + 2 \sec \theta \sin^4 \beta - \cos(2\theta + \xi) \sin^2(2\beta)) \text{tg} \beta}{4(\cos^2 \beta \text{ctg} \beta \sec \theta + \cos \xi \sin(2\beta) + \sec \theta \sin^2 \beta \text{tg} \beta)} \right) + \\
& + \text{Im}\lambda_7 \frac{v^2 \sin(2\beta) (2 \cos^2 \beta \cos \xi \sin(\theta + \xi) + \sin^2 \beta (2 \sin \xi + \sin(2\theta + \xi)))}{2(\cos^2 \beta \text{ctg} \beta \sec \theta + \cos \xi \sin(2\beta) + \sec \theta \sin^2 \beta \text{tg} \beta)} - \\
& - \text{Im}\mu_{12}^2 \frac{\sin(2\beta) \sin \xi}{\cos^2 \beta \text{ctg} \beta \sec \theta + \cos \xi \sin(2\beta) + \sec \theta \sin^2 \beta \text{tg} \beta} + \\
& + m_A^2 \frac{1}{\cos^2 \beta \text{ctg} \beta \sec \theta + \cos \xi \sin(2\beta) + \sec \theta \sin^2 \beta \text{tg} \beta}. \quad (3.10)
\end{aligned}$$

Если положить  $\theta = 0$  и  $\xi = 0$ , то получаются выражения для условий экстремума, полностью совпадающие с частным случаем только явного нарушения  $CP$  инвариантности (3.1)-(3.10).

Примечательно, что в общем случае при подстановке условий экстремума из табл. 1 и 2 в (3.9) получаем тождество (вне зависимости от выражения (3.10) для  $\text{Re}\mu_{12}^2$ ).

Условием того, что экстремум является минимумом, является положительность второй производной потенциала по  $\theta$ :

$$\begin{aligned}
& - \sin \theta (2 \text{Im}\mu_{12}^2 - v_1^2 \text{Im}\lambda_6 - v_2^2 \text{Im}\lambda_7) + 2 v_1 v_2 \text{Im}\lambda_5 \sin 2\theta + \\
& + \cos \theta (2 \text{Re}\mu_{12}^2 - v_1^2 \text{Re}\lambda_6 - v_2^2 \text{Re}\lambda_7) - 2 v_1 v_2 \text{Re}\lambda_5 \cos 2\theta > 0. \quad (3.11)
\end{aligned}$$

#### 4. Диагонализация эффективного потенциала в локальном минимуме

Проведем диагонализацию эффективного потенциала в локальном минимуме в общем случае, используя условия минимума для  $\theta \neq 0$  и  $\xi \neq 0$ . Последовательность процедуры диагонализации примем следующей.

1. Будем определять четыре  $\tilde{h}$ ,  $\tilde{H}$ ,  $\tilde{A}$ ,  $\tilde{G}^0$  линейные комбинации независимых полей  $\eta_1$ ,  $\eta_2$ ,  $\chi_1$ ,  $\chi_2$  в системе (1.1), (1.2) таким образом, чтобы мода  $\tilde{G}^0$  (голдстоуновская) обладала следующим свойством. В симметричной  $4 \times 4$  матрице квадратов масс соответствующие ей строка и столбец имели бы нулевые элементы, то есть матрица  $4 \times 4$  вырождалась бы в симметричную матрицу  $3 \times 3$ .

Голдстоуновская мода представляет собой линейную комбинацию, которая ортогональна плоскости, образованной "направлениями" в пространстве комплексных полей, параллельными вакуумным средним  $v_1$  и  $v_2 \exp\{i(\xi + \zeta)\}$ .

Напомним, что величины  $v_1$  и  $v_2$  действительные, а  $\theta = \xi + \zeta$ .

2. В матрице  $3 \times 3$  проведем диагонализацию, сначала выбрав угол  $\tilde{\alpha}$  диагонализации в секторе  $\tilde{h} - \tilde{H}$ . Это позволит провести диагонализацию аналогично работам [5, 7] и легко перейти от новых переменных и параметров (отмеченных символом  $\tilde{\phantom{x}}$ ) к используемым обычно (без символа  $\tilde{\phantom{x}}$ ) для модели THDM с явным нарушением  $CP$  инвариантности в хиггсовском секторе (положив фазы  $\theta$  и  $\zeta$  равными нулю), а также к пределу  $CP$  сохранения и массовому базису  $h$ ,  $H$ ,  $A$ .

Учет действительности либо комплексности параметров эффективного потенциала будем проводить при диагонализации матрицы квадратов масс для локального минимума эффективного потенциала.

После диагонализации хиггсовского потенциала с комплексными параметрами в локальном минимуме возникают три физических нейтральных смешанных состояния  $H_1$ ,  $H_2$ ,  $H_3$ , не обладающие определенной  $CP$  четностью.

##### 4.1. Случай $\xi = \theta = 0$

Случай отсутствия дополнительных фаз в системе (1.1), (1.2) соответствует модели THDM с явным нарушением  $CP$  инвариантности при комплексных параметрах эффективного потенциала либо модели MSSM с  $CP$  сохранением при действительных параметрах.

Обычно используется следующий базис модели MSSM:

$$h = -\eta_1 \sin \alpha + \eta_2 \cos \alpha, \quad (4.1)$$

$$H = \eta_1 \cos \alpha + \eta_2 \sin \alpha, \quad (4.2)$$

$$A = -\chi_1 \sin \beta + \chi_2 \cos \beta, \quad (4.3)$$

$$G^0 = \chi_1 \cos \beta + \chi_2 \sin \beta. \quad (4.4)$$

Переход к физическому базису  $h_1, h_2, h_3$  в модели THDM с явным нарушением  $CP$  инвариантности при комплексных параметрах эффективного потенциала представлен в работах [4, 5, 7, 18].

#### 4.2. Случай $\xi = 0, \theta \neq 0$

В данном случае фаза  $\xi$  в системе полей (1.1), (1.2) отсутствует, фаза  $\theta$  совпадает с  $\zeta$ . Тогда:

$$\tilde{h} = -\eta_1 \sin \tilde{\alpha} + (\chi_2 \sin \theta + \eta_2 \cos \theta) \cos \tilde{\alpha}, \quad (4.5)$$

$$\tilde{H} = \eta_1 \cos \tilde{\alpha} + (\chi_2 \sin \theta + \eta_2 \cos \theta) \sin \tilde{\alpha}, \quad (4.6)$$

$$\tilde{A} = -\chi_1 \sin \beta + (\chi_2 \cos \theta - \eta_2 \sin \theta) \cos \beta, \quad (4.7)$$

$$\tilde{G}^0 = \chi_1 \cos \beta + (\chi_2 \cos \theta - \chi_2 \sin \theta) \sin \beta. \quad (4.8)$$

Аналогично работам [5, 7] расписывая потенциал через физические компоненты дублетов, получаем смешанные слагаемые. Коэффициенты перед полями  $\tilde{h}\tilde{A}$  и  $\tilde{H}\tilde{A}$ , соответственно, следующие (в локальном минимуме):

$$\begin{aligned} \tilde{c}_1 = & -\frac{v^2}{2}(\cos(\tilde{\alpha} + \beta) \cos(2\theta) \operatorname{Im} \lambda_5 - 2 \sin \tilde{\alpha} \cos \beta \cos \theta \operatorname{Im} \lambda_6 + 2 \cos \tilde{\alpha} \sin \beta \cos \theta \operatorname{Im} \lambda_7 - \\ & - \cos(\tilde{\alpha} + \beta) \sin(2\theta) \operatorname{Re} \lambda_5 - 2 \sin \tilde{\alpha} \cos \beta \sin \theta \operatorname{Re} \lambda_6 + 2 \cos \tilde{\alpha} \sin \beta \sin \theta \operatorname{Re} \lambda_7); \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$\begin{aligned} \tilde{c}_2 = & -\frac{v^2}{2}(\sin(\tilde{\alpha} + \beta) \cos(2\theta) \operatorname{Im} \lambda_5 - 2 \cos \tilde{\alpha} \cos \beta \cos \theta \operatorname{Im} \lambda_6 + 2 \sin \tilde{\alpha} \sin \beta \cos \theta \operatorname{Im} \lambda_7 + \\ & + \cos(\tilde{\alpha} + \beta) \sin(2\theta) \operatorname{Re} \lambda_5 - 2 \cos \tilde{\alpha} \cos \beta \sin \theta \operatorname{Re} \lambda_6 + 2 \sin \tilde{\alpha} \sin \beta \sin \theta \operatorname{Re} \lambda_7). \end{aligned} \quad (4.10)$$

В случае  $\theta = 0$  эти коэффициенты переходят в известные  $c_1$  и  $c_2$ :

$$c_1 = -\frac{v^2}{2} \cos(\alpha + \beta) \operatorname{Im} \lambda_5 + v^2 (\sin \alpha \cos \beta \operatorname{Im} \lambda_6 - \cos \alpha \sin \beta \operatorname{Im} \lambda_7), \quad (4.11)$$

$$c_2 = -\frac{v^2}{2} \sin(\alpha + \beta) \operatorname{Im} \lambda_5 - v^2 (\cos \alpha \cos \beta \operatorname{Im} \lambda_6 + \sin \alpha \sin \beta \operatorname{Im} \lambda_7). \quad (4.12)$$

Заметим, что в последних двух формулах исправлены опечатки, допущенные в работе [5] в формулах (44) и в работе [7] в формулах (16).

Далее путем ортогонального вращения  $A_{ij}$  ( $i, j=1,2,3$ ) в  $\tilde{h}, \tilde{H}, \tilde{A}$  получаем диагональную матрицу

$$(\tilde{h}, \tilde{H}, \tilde{A}) M^2 \begin{pmatrix} \tilde{h} \\ \tilde{H} \\ \tilde{A} \end{pmatrix} = (H_1, H_2, H_3) A_{ik}^T M_{kl}^2 A_{lj} \begin{pmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{pmatrix}, \quad (4.13)$$

где массовая матрица имеет вид

$$M^2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} m_h^2 & 0 & \tilde{c}_1 \\ 0 & m_H^2 & \tilde{c}_2 \\ \tilde{c}_1 & \tilde{c}_2 & m_A^2 \end{pmatrix}. \quad (4.14)$$

Квадрат масс физических состояний  $H_1, H_2, H_3$  определяется собственными значениями матрицы  $M^2$

$$\begin{aligned} m_{H_1}^2 &= 2\sqrt{-q} \cos\left(\frac{\theta + 2\pi}{3}\right) - \frac{a_2}{3}, \\ m_{H_2}^2 &= 2\sqrt{-q} \cos\left(\frac{\theta}{3}\right) - \frac{a_2}{3}, \\ m_{H_3}^2 &= 2\sqrt{-q} \cos\left(\frac{\theta + 4\pi}{3}\right) - \frac{a_2}{3}, \end{aligned} \quad (4.15)$$

где

$$\begin{aligned} \theta &= \arccos \frac{r}{\sqrt{-q^3}}, \\ r &= \frac{1}{54}(9a_1a_2 - 27a_0 - 2a_2^3), \quad q = \frac{1}{9}(3a_1 - a_2^2), \\ a_1 &= m_h^2 m_H^2 + m_h^2 m_A^2 + m_H^2 m_A^2 - \tilde{c}_1^2 - \tilde{c}_2^2, \quad a_2 = -m_h^2 - m_H^2 - m_A^2, \\ a_0 &= \tilde{c}_1^2 m_H^2 + \tilde{c}_2^2 m_h^2 - m_h^2 m_H^2 m_A^2. \end{aligned}$$

В предельном случае  $\theta = 0, \xi = 0$  имеет место следующее соответствие  $m_{H_1} \rightarrow m_{h_1}, m_{H_2} \rightarrow m_{h_2}$  и  $m_{H_3} \rightarrow m_{h_3}$ .

Ненормированные элементы матрицы  $A_{ij} = a_{ij}/n_j$ , так что  $(h, H, A) = A_{ij} h_j$ , имеют вид [5]:

$$\begin{aligned} a_{11} &= ((m_H^2 - m_{H_1}^2)(m_A^2 - m_{H_1}^2) - \tilde{c}_2^2), \quad a_{21} = \tilde{c}_1 \tilde{c}_2, \quad a_{31} = -\tilde{c}_1(m_H^2 - m_{H_1}^2), \\ a_{12} &= \tilde{c}_1 \tilde{c}_2, \quad a_{22} = ((m_h^2 - m_{H_2}^2)(m_A^2 - m_{H_2}^2) - \tilde{c}_1^2), \quad a_{32} = -\tilde{c}_2(m_h^2 - m_{H_2}^2), \\ a_{13} &= -\tilde{c}_1(m_H^2 - m_{H_3}^2), \quad a_{23} = -\tilde{c}_2(m_h^2 - m_{H_3}^2), \quad a_{33} = (m_h^2 - m_{H_3}^2)(m_H^2 - m_{H_3}^2), \\ n_i &= \sqrt{a_{1i}^2 + a_{2i}^2 + a_{3i}^2}. \end{aligned} \quad (4.16)$$

### 4.3. Случай $\xi \neq 0, \theta \neq 0$

Данный общий случай практически аналогичен предыдущему. Это связано, вообще говоря, с произволом добавления угла (фазы)  $\xi$  поворота в целом второго дублета относительно первого.

$$\tilde{h} = -\eta_1 \sin \tilde{\alpha} + (\chi_2 \sin(\theta - \xi) + \eta_2 \cos(\theta - \xi)) \cos \tilde{\alpha}, \quad (4.17)$$

$$\tilde{H} = \eta_1 \cos \tilde{\alpha} + (\chi_2 \sin(\theta - \xi) + \eta_2 \cos(\theta - \xi)) \sin \tilde{\alpha}, \quad (4.18)$$

$$\tilde{A} = -\chi_1 \sin \beta + (\chi_2 \cos(\theta - \xi) - \eta_2 \sin(\theta - \xi)) \cos \beta, \quad (4.19)$$

$$\tilde{G}^0 = \chi_1 \cos \beta + (\chi_2 \cos(\theta - \xi) - \chi_2 \sin(\theta - \xi)) \sin \beta. \quad (4.20)$$

По сравнению с предыдущим случаем мы заменяем фазу  $\theta$  на  $\theta - \xi$ , либо в пределе  $\xi \rightarrow 0$  получаем из данного общего случая предыдущий.

## 5. Заключительные замечания

Рассмотрена обобщенная модель THDM с комплексными фактор-параметрами в скалярном двухдублетном потенциале и с возможными дополнительными фазами  $\zeta$  и  $\xi$ . Рассмотрен общий случай комбинации спонтанного

и явного нарушения  $CP$  инвариантности. Корректная процедура диагонализации в локальном минимуме в случае спонтанного нарушения  $CP$  инвариантности не представляется возможной. Введение фазы  $\theta$  при наличии комплексных параметров в потенциале позволяет построить после диагонализации в локальном минимуме физический базис бозонов Хиггса, а фаза  $\xi$  является источником нарушения  $CP$  инвариантности в заряженных токах, нарушающих аромат кварков.

Найден экстремум эффективного потенциала обобщенной модели THDM при наличии двух фаз. Примечательно, что в общем случае при подстановке условий экстремума из табл. 1 и 2 в (3.9) получаем тождество (вне зависимости от выражения (3.10) для  $\text{Re}\mu_{12}^2$ ). Определяя условия локального минимума и диагонализацию, получаем физический спектр бозонов Хиггса без определенной  $CP$  четности.

Проведен анализ параметров двухдублетного хиггсовского сектора методом эффективного потенциала. Эволюция параметров самодействия бозонов Хиггса зависит от возможных взаимодействий со скалярными кварками в модели с мягким нарушением суперсимметрии. Комплексные параметры мягкого нарушения суперсимметрии индуцируют комплексные параметры  $\lambda_5, \lambda_6, \lambda_7$  эффективного хиггсовского потенциала THDM, радиационно нарушая его  $CP$  инвариантность.

Комплексные параметры эффективного хиггсовского потенциала THDM индуцируют смешивание бозонов Хиггса. Смешивание бозонов Хиггса в THDM изменяет константы связи с фермионами и калибровочными бозонами. Юкавские константы для нейтральных и заряженных бозонов Хиггса с кварками в массовом базисе для моделей типа II и III представлены в приложении E.

Фазу  $\xi$  удобно выделить отдельно для рассмотрения связи с ограничениями на фазу комплексной матрицы СКМ. Показано, что эти фазы идентичны. Аналогичный вопрос исследовался в статьях [8], но в рамках двухдублетной хиггсовской модели THDM с действительными параметрами в скалярном потенциале, со спонтанным нарушением  $CP$  инвариантности при наличии угла разворота  $\alpha$  (комплексной  $CP$  нарушающей фазы — аналога фазы  $\xi$  при  $\zeta = 0$  в данной работе) второго дублета относительно первого и без смешанного массового слагаемого в скалярном потенциале.

Лагранжиан юкавского взаимодействия для THDM типа II определяется следующим образом:

$$-\mathcal{L}_Y = \eta_{ij}^{U,0} \bar{Q}_{iL}^0 \tilde{\Phi}_1 U_{jR}^0 + \xi_{ij}^{D,0} \bar{Q}_{iL}^0 \Phi_2 D_{jR}^0 + \text{лепт. сектор} + \text{э.с.}, \quad (5.1)$$

где  $\eta_{ij}^{U,0}$  и  $\xi_{ij}^{D,0}$  — недиагональные комплексные  $3 \times 3$  матрицы ( $i, j = 1, 2, 3$ ),  $\tilde{\Phi} \equiv i\sigma_2 \Phi$ ,  $\sigma_2$  — вторая матрица Паули,  $\bar{Q}_L^0 \equiv ((\bar{u}_L^0 \bar{d}_L^0), (\bar{c}_L^0 \bar{s}_L^0), (\bar{t}_L^0 \bar{b}_L^0))$  — левополяризованные дублеты кварков,  $U_R^0 \equiv (u_R^0, c_R^0, t_R^0)^T$  — правополяризованные верхние кварки,  $D_R^0 \equiv (d_R^0, s_R^0, b_R^0)^T$  — правополяризованные нижние кварки. Индекс "0" показывает, что поля находятся пока не в массовых состояниях, черточка над буквой означает дираковское сопряжение.

При переходе к массовому базису кварковых полей в вершинах взаимодействия с бозонами Хиггса появляются элементы матрицы СКМ  $V_{u_i, d_j}$ .

$$\frac{M_d \text{tg} \beta}{\sqrt{2}v} \bar{u}_{Li} V_{u_i, d_j} d_{Rj} H^+ + \frac{M_u}{\sqrt{2}v \text{tg} \beta} \bar{d}_{Li} V_{u_i, d_j}^\dagger u_{Rj} H^-. \quad (5.2)$$

Выделим в элементах матрицы СКМ фазу, сделав замену

$$V_{u_i, d_j} \rightarrow e^{i\varphi} |V_{u_i, d_j}|, \quad V_{u_i, d_j}^\dagger \rightarrow e^{-i\varphi} |V_{u_i, d_j}|.$$

Тогда члены юкавского взаимодействия примут вид:

$$\frac{M_d \text{tg} \beta}{\sqrt{2}v} \bar{u}_{Li} e^{i\varphi} |V_{u_i, d_j}| d_{Rj} H^+ + \frac{M_u}{\sqrt{2}v \text{tg} \beta} \bar{d}_{Li} e^{-i\varphi} |V_{u_i, d_j}| u_{Rj} H^-. \quad (5.3)$$

Теперь предположим, что матрица СКМ — действительная, а скалярные дублеты повернуты друг относительно друга на угол  $\xi$ . При переходе к физическим полям в членах юкавского взаимодействия появляется множитель  $e^{i\xi}$ :

$$\frac{M_d \text{tg} \beta}{\sqrt{2}v} \bar{u}_{Li} e^{i\xi} V_{u_i, d_j} d_{Rj} H^+ + \frac{M_u}{\sqrt{2}v \text{tg} \beta} \bar{d}_{Li} e^{-i\xi} V_{u_i, d_j} u_{Rj} H^-. \quad (5.4)$$

Структура (5.3) и (5.4) свидетельствует о том, что можно было бы поставить в соответствие относительную фазу поворота хиггсовских дублетов  $\xi$  и фазу матрицы смешивания  $\varphi$ , ограничив произвол в выборе первой экспериментальными данными по нарушению  $CP$  инвариантности. Такой подход к обоснованию источников  $CP$  нарушения представляется естественным, так как массы заряженных калибровочных бозонов, определяющих заряженные токи, генерируются взаимодействием с бозонами Хиггса. Таким образом, комплексная фаза матрицы СКМ не является независимой в THDM.

Авторы выражают благодарность за плодотворные дискуссии И.Ф. Гинзбургу.

Работа М.Н. Дубинина была поддержана грантами РФФИ 01-02-16710 и INTAS 00-0313, 00-0679. Э.Н. Ахметзянова выражает благодарность за финансовую поддержку фонду "Династия" и МЦФФМ.

## Приложения

### А. Скалярный кварковый сектор MSSM

Основной вклад в константы самодействия бозонов Хиггса обусловлен юкавскими константами третьего поколения [4]. Соответствующий лагранжиан с источниками  $CP$  нарушения имеет вид:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_{\text{soft}} &= \bar{M}_Q^2 \bar{Q}^\dagger \bar{Q} + \bar{M}_U^2 \bar{U}^* \bar{U} + \bar{M}_D^2 \bar{D}^* \bar{D} + \\ &+ \left( h_b A_b \Phi_1^\dagger \bar{Q} \bar{D} - h_t A_t \Phi_2^T i\tau_2 \bar{Q} \bar{U} + \text{э.с.} \right), \quad (A.1) \\ -\mathcal{L}_F &= h_b^2 |\Phi_1^+ \bar{Q}|^2 + h_t^2 |\Phi_2^T i\tau_2 \bar{Q}|^2 - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\left(\mu h_b \tilde{Q}^\dagger \Phi_2 \tilde{D}^* + \mu h_t \tilde{Q}^\dagger i\tau_2 \Phi_1^* \tilde{U}^* + \text{э.с.}\right) - \\
& -\left(h_b \tilde{D}^* \Phi_1^T i\tau_2 + h_t \tilde{U}^* \Phi_2^\dagger\right)\left(h_b i\tau_2 \Phi_1^* \tilde{D} - h_t \Phi_2 \tilde{U}\right), \tag{A.2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_D &= \frac{g_2^2}{4} \left[ 2|\Phi_1^T i\tau_2 \tilde{Q}|^2 + 2|\Phi_2^\dagger \tilde{Q}|^2 - \tilde{Q}^\dagger \tilde{Q} (\Phi_1^\dagger \Phi_1 + \Phi_2^\dagger \Phi_2) \right] + \\
& + \frac{g_1^2}{4} (\Phi_2^\dagger \Phi_2 - \Phi_1^\dagger \Phi_1) \left[ \frac{1}{3} (\tilde{Q}^\dagger \tilde{Q}) - \frac{4}{3} (\tilde{U}^* \tilde{U}) + \frac{2}{3} (\tilde{D}^* \tilde{D}) \right], \tag{A.3}
\end{aligned}$$

где  $\tilde{Q}^T = (\tilde{t}_L, \tilde{b}_L)$ ,  $\tilde{U}^* = \tilde{t}_R$ ,  $\tilde{D}^* = \tilde{b}_R$ .  $h_t = \frac{\sqrt{2}m_t}{v \sin \beta}$ ,  $h_b = \frac{\sqrt{2}m_b}{v \cos \beta}$ .

## В. Эффективный потенциал

Наиболее общий скалярный потенциал (включающий бозоны Хиггса и одно поколение скалярных кварков (A.1)–(A.3) имеет форму [9]:

$$\mathcal{V}^0 = \mathcal{V}_M + \mathcal{V}_\Gamma + \mathcal{V}_\Lambda + \mathcal{V}_{\tilde{Q}}, \tag{B.1}$$

где

$$\mathcal{V}_M = (-1)^{i+j} m_{ij}^2 \Phi_i^\dagger \Phi_j + M_{\tilde{Q}}^2 (\tilde{Q}^\dagger \tilde{Q}) + M_{\tilde{U}}^2 \tilde{U}^* \tilde{U} + M_{\tilde{D}}^2 \tilde{D}^* \tilde{D}, \tag{B.2}$$

$$\mathcal{V}_\Gamma = \Gamma_i^D (\Phi_i^\dagger \tilde{Q}) \tilde{D} + \Gamma_i^U (i\Phi_i^T \sigma_2 \tilde{Q}) \tilde{U} + \Gamma_i^D (\tilde{Q}^\dagger \Phi_i) \tilde{D}^* - \Gamma_i^U (i\tilde{Q}^\dagger \sigma_2 \Phi_i^*) \tilde{U}^*, \tag{B.3}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{V}_\Lambda &= \Lambda_{ik}^{jl} (\Phi_i^\dagger \Phi_j) (\Phi_k^\dagger \Phi_l) + (\Phi_i^\dagger \Phi_j) \left[ \Lambda_{ij}^Q (\tilde{Q}^\dagger \tilde{Q}) + \Lambda_{ij}^U \tilde{U}^* \tilde{U} + \Lambda_{ij}^D \tilde{D}^* \tilde{D} \right] + \\
& + \tilde{\Lambda}_{ij}^Q (\Phi_i^\dagger \tilde{Q}) (\tilde{Q}^\dagger \Phi_j) + \frac{1}{2} \left[ \Lambda_{\epsilon_{ij}} (i\Phi_i^T \sigma_2 \Phi_j) \tilde{D}^* \tilde{U} + \text{э.с.} \right], \quad i, j, k, l = 1, 2,
\end{aligned} \tag{B.4}$$

через  $\mathcal{V}_{\tilde{Q}}$  обозначен член четверного взаимодействия скалярных кварков. В отличие от [9] формула (B.3) учитывает комплексность  $\Gamma_i^D$  и  $\Gamma_i^U$ .

При масштабах ниже массы одного или более скалярных кварковых полей  $\beta$  функции получают выделением вкладов, соответствующих этим полям и за счет предположения, что константы связи непрерывны.

Ясно, что размерные константы связи [9]

$$\Gamma^U = h_U (-\mu, A_U), \quad \Gamma^D = h_D (A_D, -\mu) \tag{B.5}$$

не могут дать вклада в  $\beta$  функции безразмерных бегущих констант связи при масштабах выше, чем все массовые параметры в  $\mathcal{V}^0$ .

Однако в присутствии членов размерности 3 отщепление (decoupling) тяжелых скалярных кварков становится нетривиальным [9]. Чтобы понять, что получается, рассмотрим вывод с помощью интеграла по путям выражения

$$\mathcal{V} = \mathcal{V}^0 + \frac{N_C}{32\pi^2} \text{tr} \mathcal{M}^4 \left[ \ln \left( \frac{\mathcal{M}^2}{\sigma^2} \right) - \frac{3}{2} \right] \quad (N_C = 3) \tag{B.6}$$

в случае  $M_{\tilde{D}} \gg M_{\tilde{U}}, M_{\tilde{Q}}$  (то есть проинтегрируем по степеням свободы  $\tilde{D}$ ; другие случаи аналогичны).

Производящий функционал

$$W \sim \int (d\tilde{D}^* d\tilde{D}) \times$$

$$\times \exp \left[ i \int d^4x [\tilde{D}^*(-i\Delta)^{-1}\tilde{D} + \Gamma_i^D(\Phi_i^\dagger \tilde{Q})\tilde{D} + \text{э.с.} + \mathcal{L}_\Phi] \right], \quad (\text{B.7})$$

где все другие члены лагранжиана включены в  $\mathcal{L}_\Phi$ .

Обратный пропагатор в случае ненулевых хиггсовских полей имеет вид

$$(-i\Delta)^{-1} = \square - [M_D^2 + h_D^2\Phi_1^2 + \frac{1}{4}Y_Q g_1^2(\Phi_2^2 - \Phi_1^2)]. \quad (\text{B.8})$$

Интегрируя по степеням свободы  $\tilde{D}$  и  $\tilde{D}^\dagger$ , получаем

$$W \sim \exp \left[ -i \int d^4x \Gamma_i^D(\Phi_i^\dagger \tilde{Q})(-i\Delta)^{-1}[\Gamma_j^D(\Phi_j^\dagger \tilde{Q})]^\dagger + \mathcal{L}_\Phi \right]. \quad (\text{B.9})$$

Когда внешние импульсы много меньше  $M_D$ , то взаимодействие в вышеприведенном выражении становится локальным и может быть поглощено в скалярном потенциале низкоэнергетической эффективной теории переопределением параметров самодействия. Примечательно, что они становятся недиагональными, как следствие,  $\lambda_i$  ( $i = 5, 6, 7$ ) становятся ненулевыми!

### С. Вычисление $\lambda_i$

Массовую матрицу скалярных кварков можно представить [9] в виде:

$$M^2 = M_M^2 + M_\Gamma^2 + M_\Lambda^2. \quad (\text{C.1})$$

Такое представление удобно для проведения вычислений. Каждое слагаемое получается дифференцированием определенного члена суперсимметричного потенциала (B.1)

$$(M_X^2)_{ab} \equiv \frac{\partial^2 \mathcal{V}_X}{\partial \tilde{\Phi}_a \partial \tilde{\Phi}_b^*}, \quad (\text{C.2})$$

где  $X \equiv \{M, \Gamma, \Lambda\}$ , а  $\tilde{\Phi}$  — поля скалярных кварков. В результате получаем следующие массовые матрицы для действительных нейтральных (нижних) компонент дублетов комплексных скалярных полей ( $\varphi_{1,2}^0$  — действительная нейтральная компонента столбца,  $\varphi_{1,2}^{0*}$  — действительная нейтральная компонента сопряженной строки)

$$M_\Gamma^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & h_t(A_t \varphi_2^{0*} - \mu \varphi_1^{0*}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h_b(A_b \varphi_1^0 - \mu \varphi_2^0) \\ h_t(A_t \varphi_2^0 - \mu \varphi_1^0) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_b(A_b \varphi_1^{0*} - \mu \varphi_2^{0*}) & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{C.3})$$

$$M_\Lambda^2 = \begin{pmatrix} M_{\Lambda 11}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{\Lambda 22}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{\Lambda 33}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{\Lambda 44}^2 \end{pmatrix}, \quad (\text{C.4})$$

где матричные элементы  $M_\Lambda^2$  представляются следующим образом:

$$M_{\Lambda 11}^2 = |h_t|^2 \varphi_2^{0*} \varphi_2^0 + \left( \frac{1}{4}g_2^2 - \frac{1}{12}g_1^2 \right) (\varphi_1^{0*} \varphi_1^0 - \varphi_2^{0*} \varphi_2^0), \quad (\text{C.5})$$

$$\mathcal{M}_{\Lambda 22}^2 = |h_b|^2 \varphi_1^{0*} \varphi_1^0 - \left( \frac{1}{4} g_2^2 + \frac{1}{12} g_1^2 \right) (\varphi_1^{0*} \varphi_1^0 - \varphi_2^{0*} \varphi_2^0), \quad (\text{C.6})$$

$$\mathcal{M}_{\Lambda 33}^2 = |h_t|^2 \varphi_2^{0*} \varphi_2^0 + \frac{1}{3} g_1^2 (\varphi_1^{0*} \varphi_1^0 - \varphi_2^{0*} \varphi_2^0), \quad (\text{C.7})$$

$$\mathcal{M}_{\Lambda 44}^2 = |h_b|^2 \varphi_1^{0*} \varphi_1^0 - \frac{1}{6} g_1^2 (\varphi_1^{0*} \varphi_1^0 - \varphi_2^{0*} \varphi_2^0). \quad (\text{C.8})$$

В частном случае  $M_{\tilde{U}} = M_{\tilde{D}} = M_{\tilde{Q}} \equiv M_{\text{SUSY}}$  (при этом  $\mathcal{M}_M^2 = \hat{1} M_{\text{SUSY}}^2$ ) мы можем разложить эффективный потенциал (2.1) по обратным степеням  $M_{\text{SUSY}}^2$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{V} = & \mathcal{V}^0 + \frac{N_C}{32\pi^2} \left\{ M_{\text{SUSY}}^4 \left[ \ln \left( \frac{M_{\text{SUSY}}^2}{\sigma^2} \right) - \frac{3}{2} \right] + \right. \\ & + 2M_{\text{SUSY}}^2 \left[ \ln \left( \frac{M_{\text{SUSY}}^2}{\sigma^2} \right) - 1 \right] \text{tr}(\mathcal{M}_\Gamma^2 + \mathcal{M}_\Lambda^2) + \ln \left( \frac{M_{\text{SUSY}}^2}{\sigma^2} \right) \text{tr}(\mathcal{M}_\Gamma^2 + \mathcal{M}_\Lambda^2)^2 + \\ & \left. + \frac{1}{3M_{\text{SUSY}}^2} \text{tr}(\mathcal{M}_\Gamma^2 + \mathcal{M}_\Lambda^2)^3 - \frac{1}{12M_{\text{SUSY}}^4} \text{tr}(\mathcal{M}_\Gamma^2 + \mathcal{M}_\Lambda^2)^4 \right\}. \quad (\text{C.9}) \end{aligned}$$

Для получения  $\lambda_i$  необходимо выделить из этого разложения члены, содержащие четыре степени дублетов полей Хиггса  $\Phi$ . Учитывая, что  $\mathcal{M}_\Gamma$  содержит одну степень поля  $\Phi$ , а  $\mathcal{M}_\Lambda$  — две степени, получаем эффективный потенциал четверного взаимодействия:

$$\begin{aligned} V_{quartic} = & \Lambda_{ik}^{jl} (\Phi_i^\dagger \Phi_j) (\Phi_k^\dagger \Phi_l) + \frac{N_C}{32\pi^2} \left\{ \ln \left( \frac{M_{\text{SUSY}}^2}{\sigma^2} \right) \text{tr}(\mathcal{M}_\Lambda^2)^2 + \right. \\ & \left. + \frac{1}{M_{\text{SUSY}}^2} \text{tr}(\mathcal{M}_\Gamma^2)^2 \mathcal{M}_\Lambda^2 - \frac{1}{12M_{\text{SUSY}}^4} \text{tr}(\mathcal{M}_\Gamma^2)^4 \right\}. \quad (\text{C.10}) \end{aligned}$$

Два последних слагаемых в (C.10) дают вклад в  $\lambda_6$ ,  $\lambda_7$ , а вклад в  $\lambda_5$  дает только последнее слагаемое. Примечательно, что они не зависят от произвольного масштаба перенормировки  $\sigma$ !

След массовой матрицы может быть посчитан без диагонализации. Подстановка явного вида массовых матриц приводит к переопределению параметров хиггсовского потенциала THDM на древесном уровне путем учета (2.2), (2.3), (2.4).

## D. Матрица Кабиббо—Кобаяши—Маскавы

Данное приложение написано в соответствии с [19].

К середине 1960-х годов стало ясно, что процессы слабого взаимодействия, в которых происходит обмен зарядом между лептонами и адронами, хорошо описываются при низких энергиях эффективным лагранжианом

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[ \bar{e} \gamma^\lambda (1 + \gamma_5) \nu_e + \bar{\mu} \gamma^\lambda (1 + \gamma_5) \nu_\mu \right] J^\lambda + \text{э.с.}, \quad (\text{D.1})$$

где  $J^\lambda$  — адронный ток. После открытия третьего поколения лептонов и кварков адронный ток записывается в виде

$$J^\lambda = \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix} \gamma^\lambda (1 + \gamma_5) V \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}, \quad (\text{D.2})$$

где  $V$  — не до конца известная  $3 \times 3$  унитарная матрица Кобаяши—Маскавы (СКМ) [1]. В  $SU(2) \times U(1)$  калибровочной теории это означает, что имеются три кварковых дублета

$$\left( \frac{1 + \gamma_5}{2} \right) \begin{pmatrix} u \\ V_{ud}d + V_{us}s + V_{ub}b \end{pmatrix}, \quad (\text{D.3})$$

$$\left( \frac{1 + \gamma_5}{2} \right) \begin{pmatrix} c \\ V_{cd}d + V_{cs}s + V_{cb}b \end{pmatrix}, \quad (\text{D.4})$$

$$\left( \frac{1 + \gamma_5}{2} \right) \begin{pmatrix} t \\ V_{td}d + V_{ts}s + V_{tb}b \end{pmatrix}. \quad (\text{D.5})$$

Важно понять [19], что для трех кварковых дублетов именно это мы должны естественным образом ожидать по общим соображениям.

Наиболее общие перенормируемые  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  инвариантные взаимодействия скалярных дублетов  $\Phi_n$  с кварками имеют вид

$$\mathcal{L} = - \sum_{ijn} G_{ij}^n \begin{pmatrix} U_{iL}^n \\ D_{iL}^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Phi_n^0 \\ \Phi_n^- \end{pmatrix} U_{jR} - \sum_{ijn} H_{ij}^n \begin{pmatrix} U_{iL}^n \\ D_{iL}^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\Phi_n^{-\dagger} \\ \Phi_n^{0\dagger} \end{pmatrix} D_{jR} + \text{э.с.}, \quad (\text{D.6})$$

где  $U_i$ ,  $D_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) — три независимых кварковых поля с зарядами  $2e/3$  и  $-e/3$  соответственно ( $e$  — величина заряда электрона),  $L$  и  $R$  обозначают левые и правые компоненты кварковых полей, а  $G_{ij}^n$  и  $H_{ij}^n$  — неизвестные константы (матрицы). Вакуумные средние нейтральных скаляров приводят к появлению массового слагаемого для кварков

$$\mathcal{L}_m = - \sum_{ij} \bar{U}_{iL} m_{ij}^U U_{jR} - \sum_{ij} \bar{D}_{iL} m_{ij}^D D_{jR} + \text{э.с.}, \quad (\text{D.7})$$

где

$$m_{ij}^U = \sum_n G_{ij}^n \langle \Phi_n^0 \rangle_{\text{вак}}, \quad m_{ij}^D = \sum_n H_{ij}^n \langle \Phi_n^0 \rangle_{\text{вак}}^*. \quad (\text{D.8})$$

Матрицы  $m_{ij}^U$  и  $m_{ij}^D$  ничем не ограничены, в частности, могут быть комплексными и недиагональными (в последнем случае в лагранжиане  $\mathcal{L}_m$  появляются слагаемые, несохраняющие четность и сорт кварков). Но мы можем ввести новые кварковые поля

$$U'_R = A_R^U U_R, \quad U'_L = A_L^U U_L, \quad D'_R = A_R^D D_R, \quad D'_L = A_L^D D_L, \quad (\text{D.9})$$

где  $A$  — матрицы  $3 \times 3$ , ограниченные только условием унитарности, чтобы сохранить вид кинематического слагаемого. Тогда массовое слагаемое (D.7), переписанное через штрихованные кварковые поля, сохраняет свой вид с той разницей, что матрицы  $m^U$  и  $m^D$  заменяются матрицами

$$m'^U = A_L^U m^U A_R^{U\dagger}, \quad m'^D = A_L^D m^D A_R^{D\dagger}. \quad (\text{D.10})$$

Существует общая теорема, что для любой матрицы  $m$  всегда возможно выбрать унитарные матрицы  $A$  и  $B$  так, что матрица  $AmB$  действительна и диагональна. Поэтому мы можем выбрать  $A$  так, чтобы  $m'$  стали действительными и диагональными. В этом случае кварковые поля  $u, c, t, d, s, b$  должны отождествляться с компонентами  $U'_L + U'_R, D'_L + D'_R$ . Теперь можно записать слабые дублеты в виде

$$Q_{iL} = \begin{pmatrix} (A_L^{U^{-1}} U'_L)_i \\ (A_L^{D^{-1}} D'_L)_i \end{pmatrix}, \quad (\text{D.11})$$

но с тем же успехом мы можем взять дублеты  $A_L^U Q_L$ , верхними компонентами которых являются кварки определенной массы с зарядом  $2e/3$ . Тогда такие дублеты принимают вид (D.3)–(D.5), причем

$$V = A_L^U A_L^{D^{-1}}. \quad (\text{D.12})$$

Значения абсолютных величин элементов матрицы Кобаяши–Маскавы известны с 90% точностью [20]:

$$\begin{pmatrix} 0,9741 \div 0,9756 & 0,219 \div 0,226 & 0,0025 \div 0,0048 \\ 0,219 \div 0,226 & 0,9732 \div 0,9748 & 0,038 \div 0,044 \\ 0,004 \div 0,014 & 0,037 \div 0,044 & 0,9990 \div 0,9993 \end{pmatrix}, \quad (\text{D.13})$$

где строки отмечены индексами  $u, c, t$ , а столбцы — индексами  $d, s, b$ .

Бозоны Хиггса играют важную роль в нарушении  $CP$  инвариантности в SM. Массовые состояния

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = V_{CKM} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}.$$

В параметризации Вольфенштайна [21] (она подчеркивает иерархию в величине углов)

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & \lambda^3 A(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda^2 A \\ \lambda^3 A(1 - \rho - i\eta) & -\lambda^2 A & 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{D.14})$$

Комплексными юкавские каплинги становятся ввиду комплексности матричных элементов (1,3) и (3,1).

Если бы существовали только два кварковых дублета, образованные из кварков  $u, c, d, s$ , то можно было бы так выбрать фазы кварковых полей, что все  $V_{ij}$  стали бы действительными и матрица  $V$  — ортогональной, тогда в дублетах (D.3), (D.4) опущено слагаемое с индексом  $b$ . В этом случае калибровочные взаимодействия автоматически сохраняли бы  $T$  и  $CP$ . Большое значение третьего поколения заключается в том, что теперь уже не всегда возможно выбрать кварковые фазы так, чтобы матрица  $V$  стала действительной, и поэтому калибровочные взаимодействия могут нарушать сохранение  $T$  и  $CP$ . Однако по неизвестным причинам элементы  $V_{ub}, V_{cb}$ ,

$V_{td}$ ,  $V_{ts}$ , связывающие третье поколение с первыми двумя, довольно малы, поэтому физика первых двух поколений кварков мало зависит от наличия третьего поколения, и это более или менее естественным образом объясняет, почему гипотеза Кабиббо [22]

$$J^\lambda = \bar{u}\gamma^\lambda(1 + \gamma_5)d \cos \Theta_C + \bar{u}\gamma^\lambda(1 + \gamma_5)s \sin \Theta_C \quad (\text{D.15})$$

работает так хорошо и почему нарушение  $T$  и  $CP$  столь мало. Сохранение  $T$  и  $CP$  может быть нарушено взаимодействиями скалярных бозонов, если имеются два или более скалярных дублетов [3, 23]; в данном случае нарушение сохранения  $T$  и  $CP$  ожидается малым, поскольку скалярные дублеты слабо связаны с легкими кварками. До сих пор неизвестно, какой из этих механизмов ответственен за наблюдаемое нарушение сохранения  $T$  и  $CP$ .

## Е. Юкавское взаимодействие

Нарушение  $CP$  симметрии возникает за счет комплексных констант юкавского взаимодействия — взаимодействия между скалярными бозонами (в данном случае, бозонами Хиггса) и фермионами.

Константы взаимодействия физических хиггсов с физическими кварками имеют структуру:

$$M_{U^i(D^i)}(a + r\gamma_5 b)/v, \quad (\text{E.1})$$

где  $M_{U^i}$  — массы верхних кварков,  $M_{D^i}$  — массы нижних кварков,  $a$ ,  $b$  — некоторые вещественные константы,  $\gamma_5$  — матрица Дирака.

$CP$  преобразование данных констант взаимодействия эквивалентно замене

$$M_{U^i(D^i)}(a + r\gamma_5 b)/v \longrightarrow M_{U^i(D^i)}(a - r\gamma_5 b)/v. \quad (\text{E.2})$$

Легко заметить, что последнее означает нарушение  $CP$  инвариантности за счет членов в сечении физических процессов, пропорциональных  $ab$ . В отличие от двухдублетной модели хиггсовского сектора, в СМ  $a = 1$ ,  $b = 0$ , поэтому  $CP$  симметрия не нарушена. Таким образом,  $CP$  нарушение естественным образом вводится через комплексные структуры лагранжиана юкавского взаимодействия в модели THDM с  $CP$  нарушением.

Наиболее общий калибровочно-инвариантный лагранжиан взаимодействия фермионов и бозонов Хиггса в модели THDM с  $CP$  нарушением запишется следующим образом [24]:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y = & \eta_{ij}^{U,0} \bar{Q}_{iL}^0 \tilde{\Phi}_1 U_{jR}^0 + \eta_{ij}^{D,0} \bar{Q}_{iL}^0 \Phi_1 D_{jR}^0 + \xi_{ij}^{U,0} \bar{Q}_{iL}^0 \tilde{\Phi}_2 U_{jR}^0 + \\ & + \xi_{ij}^{D,0} \bar{Q}_{iL}^0 \Phi_2 D_{jR}^0 + \eta_{ij}^{E,0} \bar{l}_{iL}^0 \Phi_1 E_{jR}^0 + \xi_{ij}^{E,0} \bar{l}_{iL}^0 \Phi_2 E_{jR}^0 + \text{э.с.}, \end{aligned} \quad (\text{E.3})$$

где  $\eta_{ij}^0$ ,  $\xi_{ij}^0$  — недиагональные комплексные  $3 \times 3$  матрицы.

Далее будем проводить рассуждения только для кваркового сектора. Модель, описываемая (E.3), является наиболее общим случаем, где все бозоны Хиггса участвуют в генерации масс верхнего и нижнего секторов.

Однако данный лагранжиан приводит к процессам смены ароматов нейтральных токов (FCNC) на древесном уровне. Это происходит потому, что, приводя фермионы к их собственным состояниям, мы не можем одновременно диагонализировать матрицы  $\xi^{U(D),0}$ ,  $\eta^{U(D),0}$ .

Выделяют три типа модели THDM в зависимости от написания лагранжиана юкавского взаимодействия. Наложим на (Е.3) дискретные симметрии:

$$\begin{aligned}\Phi_1 &\rightarrow \Phi_1 & \text{и} & & \Phi_2 &\rightarrow -\Phi_2, \\ D_{jR} &\rightarrow \pm D_{jR} & \text{и} & & U_{jR} &\rightarrow U_{jR}.\end{aligned}$$

В зависимости от инвариантности лагранжиана (Е.3) относительно этих симметрий мы получаем два случая.

1. Если мы берем  $D_{jR} \rightarrow D_{jR}$ , то из (Е.3) исчезают слагаемые с  $\xi_{ij}^{U,0}$ ,  $\xi_{ij}^{D,0}$ . В итоге только поле  $\Phi_1$  взаимодействует с нижним и верхним секторами, а поле  $\Phi_2$  полностью выпадает из лагранжиана. Этот случай принято называть двухдублетной моделью хиггсовского сектора первого типа (THDM типа I).

2. Если мы берем  $D_{jR} \rightarrow -D_{jR}$ , то в этом случае в лагранжиане будут отсутствовать слагаемые с  $\xi_{ij}^{U,0}$ ,  $\eta_{ij}^{D,0}$ . Следовательно, поле  $\Phi_1$  будет генерировать массы верхнего сектора, в то время как  $\Phi_2$  будет взаимодействовать с нижним сектором. Такую модель принято называть двухдублетной моделью хиггсовского сектора второго типа (THDM типа II).

Следует добавить, что лагранжианы юкавского взаимодействия первого и второго типов можно получить, наложив другую, непрерывную глобальную симметрию. Так, лагранжиан типа I возникает в результате симметрии (Е.3) относительно

$$\begin{aligned}\Phi_1 &\rightarrow \Phi_1 & \text{и} & & \Phi_2 &\rightarrow e^{i\alpha} \Phi_2, \\ D_{jR} &\rightarrow D_{jR} & \text{и} & & U_{jR} &\rightarrow U_{jR},\end{aligned}$$

где  $\alpha$  — некоторая фаза.

Лагранжиан типа II можно получить в результате преобразований:

$$\begin{aligned}\Phi_1 &\rightarrow \Phi_1 & \text{и} & & \Phi_2 &\rightarrow e^{i\alpha} \Phi_2, \\ D_{jR} &\rightarrow e^{-i\alpha} D_{jR} & \text{и} & & U_{jR} &\rightarrow U_{jR}.\end{aligned}$$

Дискретная симметрия является частным случаем непрерывной глобальной симметрии при  $\alpha = \pi$ . Однако ни дискретная, ни непрерывная симметрии не являются обязательными. И поэтому, намного интереснее рассмотреть самый общий случай, когда в лагранжиане (Е.3) присутствуют все слагаемые и на древесном уровне возникают FCNC процессы. Такая модель получила название "двухдублетная модель хиггсовского сектора типа III" (THDM типа III).

Итак, подведем итоги. В модели первого типа лагранжиан запишется

следующим образом:

$$-\mathcal{L}_Y(\text{type I}) = \eta_{ij}^{U,0} \bar{Q}_{iL}^0 \tilde{\Phi}_1 U_{jR}^0 + \eta_{ij}^{D,0} \bar{Q}_{iL}^0 \Phi_1 D_{jR}^0 + \text{лепт. сектор} + \text{э.с.} \quad (\text{E.4})$$

В модели второго типа поле  $\Phi_1$  взаимодействует только с верхними кварками, в то время как поле  $\Phi_2$  взаимодействует только с нижними кварками. Поэтому лагранжиан в данном случае можно записать в следующем виде:

$$-\mathcal{L}_Y(\text{type II}) = \eta_{ij}^{U,0} \bar{Q}_{iL}^0 \tilde{\Phi}_1 U_{jR}^0 + \xi_{ij}^{D,0} \bar{Q}_{iL}^0 \Phi_2 D_{jR}^0 + \text{лепт. сектор} + \text{э.с.} \quad (\text{E.5})$$

Модель третьего типа является наиболее общей, и запись лагранжиана совпадает с (E.3):

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y(\text{type III}) &= \eta_{ij}^{U,0} \bar{Q}_{iL}^0 \tilde{\Phi}_1 U_{jR}^0 + \eta_{ij}^{D,0} \bar{Q}_{iL}^0 \Phi_1 D_{jR}^0 + \\ &+ \xi_{ij}^{U,0} \bar{Q}_{iL}^0 \tilde{\Phi}_2 U_{jR}^0 + \xi_{ij}^{D,0} \bar{Q}_{iL}^0 \Phi_2 D_{jR}^0 + \text{лепт. сектор} + \text{э.с.} \end{aligned} \quad (\text{E.6})$$

## Модель THDM типа II

Лагранжиан юкавского взаимодействия типа II тогда запишем в виде (E.5):

$$-\mathcal{L}_Y(\text{type II}) = \eta_{ij}^{U,0} \bar{Q}_{iL}^0 \tilde{\Phi}_1 U_{jR}^0 + \xi_{ij}^{D,0} \bar{Q}_{iL}^0 \Phi_2 D_{jR}^0 + \text{лепт. сектор} + \text{э.с.} \quad (\text{E.7})$$

Задачи:

1) найти константы взаимодействия бозонов Хиггса  $h_1, h_2, h_3, H^\pm$  и голдстоуновских бозонов  $G^0, G^\pm$  с физическими кварками;

2) показать, что константы взаимодействия нейтральных бозонов Хиггса с кварками имеют структуру (E.2), которая и приводит к нарушению  $CP$  инвариантности.

Для нахождения констант взаимодействия сначала необходимо было привести кварки к их собственным состояниям и диагонализировать матрицы  $\eta_{ij}^{U,0}, \xi_{ij}^{D,0}$ :

$$\eta^{U,0} \rightarrow U_U D_U W_U^+, \quad \xi^{D,0} \rightarrow U_D D_D W_D^+.$$

Затем осуществляется переход к физическим состояниям полей Хиггса и получаются константы взаимодействия нейтральных бозонов с кварками в THDM типа II (в соответствии с [24]):

Взаимодействие	$f_{\{U^i, D^i\}}(S_{\{U^i, D^i\}} + i\gamma_5 P_{\{U^i, D^i\}})$
$\bar{U}^i U^i h_j$	$f_{U^i}(c_\alpha A_{2j} - s_\alpha A_{1j} + i s_\beta A_{3j} \gamma_5) / c_\beta$
$\bar{D}^i D^i h_j$	$f_{D^i}(s_\alpha A_{2j} + c_\alpha A_{1j} + i c_\beta A_{3j} \gamma_5) / s_\beta$
$\bar{U}^i U^i G^0$	$-f_{U^i} i \gamma_5$
$\bar{D}^i D^i G^0$	$f_{D^i} i \gamma_5$

где  $f_{\{U^i, D^i\}} = -\frac{eM_{\{U^i, D^i\}}}{2s_W m_W}$ . Полученные результаты совпали с [24].

Мы получили, что константы взаимодействия нейтральных хиггсов с физическими кварками обладают структурой (E.2), то есть являются смесью  $CP$  четного и  $CP$  нечетного слагаемых, что и приводит к нарушению  $CP$  симметрии в исходном лагранжиане.

Далее были выделены коэффициенты при заряженных, не изменяющих аромат, токах в THDM типа II (в соответствии с [24]):

Взаимодействие	$y_{\{U^i, D^i\}} P_R S_{\{U^i, D^i\}} P_R$
$\bar{U}^i D^i H^+$	$y_{D^i} P_R V_{U^i, D^i} P_R / t_\beta$
$\bar{D}^i U^i H^-$	$y_{U^i} P_R V_{D^i, U^i} P_R t_\beta$
$\bar{U}^i D^i G^+$	$y_{D^i} P_R V_{U^i, D^i} P_R$
$\bar{D}^i U^i G^-$	$-y_{U^i} P_R V_{D^i, U^i} P_R$

где  $y_{\{U^i, D^i\}} = -\frac{eM_{\{U^i, D^i\}}}{\sqrt{2}s_w m_w}$ .

В работе [5] лагранжиан типа II записан в несколько ином виде:

$$-\mathcal{L}_Y(\text{type II}) = \eta_{ij}^{U,0} \bar{Q}_{iL}^0 \tilde{\Phi}_2 U_{jR}^0 + \xi_{ij}^{D,0} \bar{Q}_{iL}^0 \Phi_1 D_{jR}^0 + \text{лепт. сектор} + \text{э.с.}, \quad (\text{E.8})$$

то есть, наоборот, поле  $\Phi_1$  взаимодействует с нижними фермионами, а поле  $\Phi_2$  — с верхними.

Тогда константы взаимодействия нейтральных бозонов Хиггса с физическими кварками в THDM типа II имеют несколько другой вид (в соответствии с [5]):

Взаимодействие	$f_{\{U^i, D^i\}} (S_{\{U^i, D^i\}} - i\gamma_5 P_{\{U^i, D^i\}})$
$\bar{U}^i U^i h_j$	$f_{U^i} (s_\alpha A_{2j} + c_\alpha A_{1j} - i c_\beta A_{3j} \gamma_5) / s_\beta$
$\bar{D}^i D^i h_j$	$f_{D^i} (c_\alpha A_{2j} - s_\alpha A_{1j} - i s_\beta A_{3j} \gamma_5) / c_\beta$
$\bar{U}^i U^i G^0$	$-f_{U^i} i\gamma_5$
$\bar{D}^i D^i G^0$	$f_{D^i} i\gamma_5$

Вычисленные таким образом константы взаимодействия совпали с [5].

Изменяются и коэффициенты при заряженных токах, не изменяющих аромат, в THDM типа II (в соответствии с [5]):

Взаимодействие	$y_{\{U^i, D^i\}} P_R S_{\{U^i, D^i\}} P_R$
$\bar{U}^i D^i H^+$	$-y_{D^i} P_R t_\beta V_{U^i, D^i} P_R$
$\bar{D}^i U^i H^-$	$-y_{U^i} P_R V_{D^i, U^i} P_R / t_\beta$
$\bar{U}^i D^i G^+$	$y_{D^i} P_R V_{U^i, D^i} P_R$
$\bar{D}^i U^i G^-$	$-y_{U^i} P_R V_{D^i, U^i} P_R$

### Модель THDM типа III

Рассмотрим теперь лагранжиан юкавского взаимодействия типа III:

$$\begin{aligned}
 -\mathcal{L}_Y(\text{type III}) = & \eta_{ij}^{U,0} \bar{Q}_{iL}^0 \tilde{\Phi}_1 U_{jR}^0 + \eta_{ij}^{D,0} \bar{Q}_{iL}^0 \Phi_1 D_{jR}^0 + \\
 & + \xi_{ij}^{U,0} \bar{Q}_{iL}^0 \tilde{\Phi}_2 U_{jR}^0 + \xi_{ij}^{D,0} \bar{Q}_{iL}^0 \Phi_2 D_{jR}^0 + \text{лепт. сектор} + \text{э.с.}
 \end{aligned} \tag{E.9}$$

В данной модели все бозоны Хиггса взаимодействуют с верхними и нижними кварками. Поэтому константы их взаимодействия будут иметь более сложную структуру.

Выполняя полностью аналогичные преобразования и вычисления, как и в модели типа II, были получены следующие константы взаимодействия нейтральных бозонов Хиггса и голдстоуновских бозонов с кварками в THDM типа III:

Взаимодействие	$f_{\{U^i, D^i\}}(S_{\{U^i, D^i\}} + i\gamma_5 P_{\{U^i, D^i\}})$
$\bar{U}^i U^i h_j$	$f_{U^i}(c_\alpha A_{2j} - s_\alpha A_{1j} + i s_\beta A_{3j} \gamma_5)/c_\beta +$ $\frac{1}{\sqrt{2}c_\beta}(-c_{\alpha-\beta} A_{1j} - s_{\alpha-\beta} A_{2j} + i A_{3j} \gamma_5) D_{2,U^i}$
$\bar{D}^i D^i h_j$	$f_{D^i}(s_\alpha A_{2j} + c_\alpha A_{1j} + i c_\beta A_{3j} \gamma_5)/s_\beta +$ $\frac{1}{\sqrt{2}s_\beta}(c_{\alpha-\beta} A_{1j} + s_{\alpha-\beta} A_{2j} + i A_{3j} \gamma_5) D_{1,D^i}$
$\bar{U}^i U^i G^0$	$-f_{U^i} i \gamma_5$
$\bar{D}^i D^i G^0$	$f_{D^i} i \gamma_5$

где  $D_{2,U^i}$ ,  $D_{1,D^i}$  — диагональные матрицы, полученные в результате диагонализации  $\eta^{D,0}$  и  $\xi^{U,0}$  соответственно:

$$\eta^{D,0} \rightarrow U_D D_{1,D^i} W_D^+, \quad \xi^{U,0} \rightarrow U_U D_{2,U^i} W_U^+. \tag{E.10}$$

Коэффициенты при заряженных, не изменяющих аромат, токах в THDM типа III:

Взаимодействие	$y_{\{U^i, D^i\}} P_R S_{\{U^i, D^i\}} P_R$
$\bar{U}^i D^i H^+$	$y_{D^i} P_R V_{U^i, D^i} P_R / t_\beta +$ $+ 1/s_\beta P_R V_{U^i, D^i} D_{1,D^i} P_R$
$\bar{D}^i U^i H^-$	$y_{U^i} P_R V_{D^i, U^i} P_R t_\beta +$ $+ 1/c_\beta P_R V_{D^i, U^i} D_{2,U^i} P_R$
$\bar{U}^i D^i G^+$	$y_{D^i} P_R V_{U^i, D^i} P_R$
$\bar{D}^i U^i G^-$	$-y_{U^i} P_R V_{D^i, U^i} P_R$

Как уже было отмечено, модель второго типа является частным случаем модели третьего типа. Следовательно, все коэффициенты взаимодействия в модели третьего типа должны в пределе переходить в коэффициенты, вычисленные в модели второго типа. Данный предельный переход осуществляется при  $D_{1,D^i} \rightarrow 0$ ,  $D_{2,U^i} \rightarrow 0$ . Тогда исходный лагранжиан принимает вид (E.5).

В конце данного приложения приводим сравнительную таблицу констант взаимодействия нейтральных бозонов Хиггса с физическими кварками в разных моделях. Константы тройного взаимодействия  $\bar{Q}Qh_j$  между кварками и бозонами Хиггса нормированы на единицу для SM. Общий нормировочный множитель  $f_{\{U^i, D^i\}} = -\frac{eM_{\{U^i, D^i\}}}{2s_W m_W}$ . В правилах Фейнмана для вершин юкавского взаимодействия добавляется множитель  $i$  для скалярных констант  $S$  и  $\gamma_5$  для псевдоскалярных  $P$ .

Модель/ бозоны Хиггса	$S_{U^i}$	$S_{D^i}$	$P_{U^i}$	$P_{D^i}$
SM H	1	1	0	0
MSSM h H A	$c_\alpha/s_\beta$ $s_\alpha/s_\beta$ 0	$-s_\alpha/c_\beta$ $c_\alpha/c_\beta$ 0	0 0 $-1/t_\beta$	0 0 $-t_\beta$
II тип THDM с CP нару- шением $h_j(j=1,2,3)$	$\frac{c_\alpha A_{2j} - s_\alpha A_{1j}}{s_\beta}$	$\frac{s_\alpha A_{2j} + c_\alpha A_{1j}}{c_\beta}$	$A_{3j}$	$A_{3j}$
III тип THDM с CP нару- шением $h_j(j=1,2,3)$	$\frac{c_\alpha A_{2j} - s_\alpha A_{1j}}{s_\beta} +$ $+\frac{1}{\sqrt{2}f_{U^i} s_\beta} (c_{\alpha+\beta} A_{2j} -$ $-s_{\alpha+\beta} A_{1j}) D_{2,U^i}$	$\frac{s_\alpha A_{2j} + c_\alpha A_{1j}}{c_\beta} +$ $+\frac{1}{\sqrt{2}f_{D^i} c_\beta} (s_{\alpha+\beta} A_{1j} -$ $-c_{\alpha+\beta} A_{2j}) D_{1,D^i}$	$A_{3j} +$ $+\frac{s_{2\beta} D_{2,U^i}}{\sqrt{2}f_{U^i} s_\beta} A_{3j}$	$A_{3j} +$ $+\frac{s_{2\beta} D_{1,D^i}}{\sqrt{2}f_{D^i} c_\beta} A_{3j}$

## Г. Вершины взаимодействия калибровочных бозонов с бозонами Хиггса

Для вычисления данных вершин запишем кинетическую часть лагранжиана в модели с двумя хиггсовскими дублетами (1.4):

$$L_{\text{кин}} = (\mathcal{D}_\mu \Phi_1)^\dagger (\mathcal{D}^\mu \Phi_1) + (\mathcal{D}_\mu \Phi_2)^\dagger (\mathcal{D}^\mu \Phi_2). \quad (\text{F.1})$$

(Возможное смешивание учтено в работе [10].) Ковариантная производная имеет вид

$$\mathcal{D}_\mu \Phi = (\partial_\mu - i\frac{1}{2}g_2 A_\mu^a \sigma^a - i\frac{1}{2}g_1 B_\mu) \Phi, \quad (\text{F.2})$$

где  $A_\mu^a$  и  $B_\mu$  — калибровочные поля, соответствующие группам  $SU(2)$  и  $U(1)$ . Поскольку эти две группы коммутируют друг с другом как подгруппы полной калибровочной группы, они могут иметь разные константы взаимодействия, обозначенные  $g_2$  и  $g_1$ .

Для нахождения вершин рассмотрим (F.1) с учетом (F.2). Нужные нам слагаемые равны

$$\begin{aligned} \Delta L = & (\phi_1^- \phi_1^0) \left( \frac{1}{2} g_2 A_\mu^a \sigma^a + \frac{1}{2} g_1 B_\mu \right) \left( \frac{1}{2} g_2 A^{\mu b} \sigma^b + \frac{1}{2} g_1 B^\mu \right) \begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ \phi_1^0 \end{pmatrix} + \\ & + (\phi_2^- \phi_2^0) \left( \frac{1}{2} g_2 A_\mu^a \sigma^a + \frac{1}{2} g_1 B_\mu \right) \left( \frac{1}{2} g_2 A^{\mu b} \sigma^b + \frac{1}{2} g_1 B^\mu \right) \begin{pmatrix} \phi_2^+ \\ \phi_2^0 \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

где за  $\phi_i^-$  обозначено  $(\phi_i^+)^*$ .

Явное вычисление произведения матриц дает (учитываем только слагаемые, дающие вклад в искомые вершины):

$$\begin{aligned} \Delta L = & (\phi_1^- \phi_1^+ + (\phi_1^0)^2) \left( g_2^2 \frac{1}{4} ((A_\mu^1)^2 + (A_\mu^2)^2 + (A_\mu^3)^2) + \frac{1}{4} g_1^2 B_\mu B^\mu \right) + \\ & + (\phi_1^- \phi_1^+ - (\phi_1^0)^2) \frac{1}{2} g_2 g_1 A_\mu^3 B^\mu + (\dots \phi_1 \rightarrow \phi_2 \dots). \end{aligned} \quad (F.3)$$

Теперь необходимо перейти к физическим состояниям полей. Стандартное представление полей  $\Phi_i$

$$\Phi_1 = \begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ \phi_1^0 \end{pmatrix}, \quad \Phi_2 = \begin{pmatrix} \phi_2^+ \\ \phi_2^0 \end{pmatrix} \quad (F.4)$$

со введенными обозначениями

$$\phi_1^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (v_1 + \eta_1 + i\chi_1), \quad \phi_2^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (v_2 + \eta_2 + i\chi_2) \quad (F.5)$$

и

$$v_1 = v \cos \beta, \quad v_2 = v \sin \beta. \quad (F.6)$$

Комбинации  $G^0 = \chi_1 \cos \beta + \chi_2 \sin \beta$  и  $G^\pm = \phi_1^\pm \cos \beta + \phi_2^\pm \sin \beta$  описывают голдстоуновские бозоны. В случае  $CP$  сохранения хиггсовский сектор двухдублетной модели содержит два заряженных хиггсовских бозона  $H^\pm$ , псевдоскалярный  $A$  и два скалярных  $h$  и  $H$  с  $M_H > M_h$

$$\begin{aligned} A &= -\chi_1 \sin \beta + \chi_2 \cos \beta, \\ H^\pm &= -\phi_1^\pm \sin \beta + \phi_2^\pm \cos \beta, \\ H &= \eta_1 \cos \alpha + \eta_2 \sin \alpha, \\ h &= -\eta_1 \sin \alpha + \eta_2 \cos \alpha, \quad \alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right). \end{aligned}$$

Три массивных векторных бозона обозначим стандартным образом

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (A_\mu^1 \mp iA_\mu^2), \quad Z_\mu^0 = \frac{1}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2}} (g_2 A_\mu^3 - g_1 B_\mu).$$

Четвертое поле, ортогональное  $Z_\mu^0$ , остается безмассовым:

$$A_\mu = \frac{1}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2}}(g_1 A_\mu^3 + g_2 B_\mu).$$

Мы отождествим его с векторным потенциалом электромагнитного поля. Далее удобно использовать в формулах именно эти поля, являющиеся собственными состояниями матрицы масс.

Теперь осуществим переход в модель THDM с явным  $CP$  нарушением путем преобразования  $(h, H, A) = a_{ij}h_j$ . Тогда после некоторых упрощений, учитывая соотношение (F.6), можно выделить следующий коэффициент при множителе  $W_\mu W_\nu h_j$  в  $\Delta L$ :

$$\frac{1}{8}vg_2^2(\cos(\alpha - \beta)a_{2j} - \sin(\alpha - \beta)a_{1j}). \quad (F.7)$$

А эти коэффициенты и будут искомыми вершинными множителями. Окончательно, учитывая то, что  $g_2 = \frac{e}{\sin\theta_W}$ ,  $m_W = g_2 \frac{v}{2}$ , получим:

$$\begin{aligned} f_V g_{\mu\nu}(c_{\alpha-\beta}a_{21} - s_{\alpha-\beta}a_{11}) & \text{ для } V_\mu V_\nu h_1, \\ f_V g_{\mu\nu}(c_{\alpha-\beta}a_{22} - s_{\alpha-\beta}a_{12}) & \text{ для } V_\mu V_\nu h_2, \\ f_V g_{\mu\nu}(c_{\alpha-\beta}a_{23} - s_{\alpha-\beta}a_{13}) & \text{ для } V_\mu V_\nu h_3, \end{aligned}$$

где  $V = W, Z$ ,  $f_W = \frac{e}{\sin\theta_W}m_W$ ,  $f_Z = \frac{e}{\sin\theta_W \cos^2\theta_W}m_W$ . Полученные здесь результаты совпадают с приведенными в работе [5] (с сокращениями в обозначениях).

## Литература

- [1] Kobayashi M., Maskawa T.  $CP$  violation in the renormalizable theory of weak interaction// Prog. Theor. Phys, 1973. V. 49. P. 652–657.
- [2] Georgi H. A model of soft  $CP$  violation// Hadr. J. Phys, 1978. V. 1. P. 155–168.
- [3] Lee T.D. A theory of spontaneous T violation// Phys. Rev, 1973. V. D8. P. 1226–1239.
- [4] Pilaftsis A., Wagner C.E.M. Higgs bosons in the Minimal Supersymmetry Standard Model with Explicit  $CP$  Violation// Nucl. Phys. B., 1999. V. 553. P. 3–42.
- [5] Dubinin M.N., Semenov A.V. Triple and quartic interactions of Higgs bosons in the two-Higgs-doublet model with  $CP$  violation// Eur. J. Phys, 2003. V. C28. P. 223–236.
- [6] Gunion J., Haber H., Kane G., Dawson S. The Higgs Hunter's Guide. Addison—Wesley, 1990.

- [7] Ахметзянова Э.Н., Долгополов М.В., Дубинин М.Н. и др. Суперсимметричная модель с нарушением  $CP$  инвариантности. 1. Распады бозона Хиггса  $h \rightarrow gg$  и  $h \rightarrow \gamma\gamma$ // Вестник СамГУ, 2003. № 2(28). С. 122–136; Долгополов М.В., Дубинин М.Н., Смирнов И.А. и др. Суперсимметричная модель с нарушением  $CP$  инвариантности. 2. Парное рождение нейтральных бозонов Хиггса на ЛHC// Вестник СамГУ, 2003. Спец. вып. № 1. С. 131–148.
- [8] Liu J., Wolfenstein L. Spontaneous  $CP$  violation in the  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  model with two Higgs doublets// Nucl. Phys., 1987. V. B289. P. 1–22; Wu Y.L., Wolfenstein L. Sources of  $CP$  violation in the two Higgs doublet model// Phys. Rev. Lett., 1994. V. 73. P. 1762–1764;  $CP$  violation in the decay  $b \rightarrow s\gamma$  in the two-Higgs doublet model// Phys. Rev. Lett., 1994. V. 73. P. 2809–2812.
- [9] Haber H.E., Hempfling R. The renormalization group improved Higgs sector of the minimal supersymmetry model// Phys. Rev., 1993. V. D48. P. 4280–4309.
- [10] Ахметзянова Э.Н., Горбачева И.В., Долгополов М.В. и др. Суперсимметричная модель с нарушением  $CP$  инвариантности. 4. Смешивание в кинетических слагаемых// Принято в печать в Вестник СамГУ. 2004. N 2.
- [11] Peccei R.D. Thoughts on  $CP$  violation// E-preprint hep-ph/0209245 2002. 12 pp.
- [12] Peccei R.D., Quinn H.R.//  $CP$  conservation in the presence of instantons. Phys. Rev. Lett., 1977. V. 38. P. 1440–1443.
- [13] Inoue K., Kakuto A., Komatsu H. et. al. Low-energy parameters and particle masses in a supersymmetric grand unified model// Progr. Theor. Phys., 1982. V. 67. No. 6. P. 1889–1898; Aspects of grand unified models with softly broken supersymmetry// Progr. Theor. Phys., 1982. V. 68. P.927.  
Flores R.A., Sher M. Higgs masses in the standard, multi-Higgs and supersymmetric models// Ann. Phys. (N.Y.) 1983. V. 148. P. 95–134.
- [14] Barbieri R., Frigeni M., Caravaglios F. The supersymmetric Higgs for heavy superpartners// Phys. Lett. B., 1991. V. 258. P. 167–170.  
Okada Y., Yamaguchi M., Yanagida T. Renormalization group analysis on the Higgs mass in the softly broken supersymmetric standard model// Phys. Lett. B., 1991. V. 262. P. 54–58.
- [15] Haber H. Introductory low-energy supersymmetry // E-preprint hep-ph/9306207 1993. 98 pp.

- [16] Carena M., Espinosa J.R., Quiros M. et. al. Analytical expressions for radiatively corrected Higgs masses and couplings in the MSSM // Phys.Lett. B. 1995. V. 355. P. 209–221.  
Quiros M. Constraints on the Higgs boson properties from the effective potential In: Perspectives on Higgs physics II, ed. by Kane G.L. World Scientific. 1998. (E-preprint hep-ph/9703412. 32 pp.).
- [17] Gunion J.F., Haber H.E. The CP conserving two Higgs doublet model: The approach to the decoupling limit// Phys. Rev., 2003. V. D67. P. 075019–075044.
- [18] Ginzburg I.F., Vychugin M.V. Two-Higgs-Doublet Model, Standard Model-like Scenario and Resolving SM from 2HDM at Photon Colliders// E-preprint hep-ph/0201117. 13 pp. Published in "Moscow 2001, High energy physics and quantum field theory". P. 64–76.
- [19] Вайнберг С. Квантовая теория поля. Том 2.// Современные приложения, главы 15–23. М., 2001.
- [20] Review of Particle Physics. K. Hagiwara et al., Phys.Rev., B66 (2002) 010001.
- [21] Wolfenstein L. Parametrization of the Kobayashi-Maskawa matrix// Phys.Rev.Lett., 1983. V. 51. P. 1945–1947.
- [22] Cabibbo N. Unitary symmetry and leptonic decays// Phys.Rev.Lett., 1963. V. 10. P. 531–532.
- [23] Lee T.D. CP nonconservation and spontaneous symmetry breaking //Phys. Rep., 1974. V. 9C. P. 143-177;  
Weinberg S. Gauge theory of CP violation// Phys. Rev. Lett., 1976. V. 37. P. 657–661.
- [24] Diaz Sanches R.A. Phenomenological analysis of the two-Higgs doublet model, Ph.D. thesis. hep-ph/0212237.

**SUPERSYMMETRIC MODEL WITH  $CP$  VIOLATION.  
3.  $CP$  VIOLATION IN THE HIGGS SECTOR<sup>4</sup>**© 2003 E.N. Akhmetzyanova, M.V. Dolgoplov,<sup>5</sup> M.N. Dubinin<sup>6</sup>

The effective potential of the two-Higgs-doublet sector of the Minimal Supersymmetric Model (MSSM) is considered. The evolution of the parameters of the two-doublet scalar potential with explicit violation of the  $CP$  invariance, the boundary conditions for which are taken on the scale of supersymmetry breaking  $M_{SUSY}$  is studied, and the analysis of the effective Higgs self-couplings is carried out. The diagonalization conditions of the effective two-doublet potential in a local minimum are shown depend on the complex parameters of the Higgs interaction with scalar  $\tilde{t}$  and  $\tilde{b}$  quarks. It is demonstrated, that the  $CP$  violating phases in the CKM matrix and in the generalized two-doublet potential of the Higgs sector (THDM) with complex parameters and vacuum expectation values are independent sources of  $CP$  violation in the charge currents.

Поступила в редакцию 18/IX/2003;  
в окончательном варианте – 10/XI/2003.

---

<sup>4</sup> Communicated by Dr. Sci. (Phys. & Math.) Prof. V.A. Saleev.

<sup>5</sup> Akhmetzyanova Elza Nurovna ([elza\\_ily@rambler.ru](mailto:elza_ily@rambler.ru)), Dolgoplov Mikhail Vyacheslavovich ([dolg@ssu.samara.ru](mailto:dolg@ssu.samara.ru)), Dept. of General and Theoretical Physics, Samara State University, Samara, 443011, Russia.

<sup>6</sup> Dubinin Mikhail Nikolaevich ([dubinin@theory.sinp.msu.ru](mailto:dubinin@theory.sinp.msu.ru)), D.V. Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Moscow State University, Vorobyevi Gory, Moscow, 119992, Russia.