

ДВУХЧАСТИЧНЫЕ РАСПАДЫ B_c -МЕЗОНОВ В ОРБИТАЛЬНО ВОЗБУЖДЕННЫЕ СОСТОЯНИЯ ЧАРМОНИЯ

© 2002 В.В. Киселев,¹ О.Н. Пахомова, В.А. Салеев²

Исследуется факторизация мягкого и жесткого вкладов в амплитуды адронных распадов B_c -мезонов при больших импульсах отдачи для оценки вероятностей распадов в S-, P- и D-волновые состояния чармония, ассоциированные с ρ - и π -мезонами. Обсуждаются пределы применимости подхода и неопределенности численных оценок. Оценивается мода распада с J/ψ в конечном состоянии, учитывая каскадные радиационные электромагнитные распады возбужденных P-волновых состояний, которые увеличивают относительную вероятность распада на 20–25%.

1. Введение

После первого наблюдения B_c -мезона в полулептонной моде с J/ψ в конечном состоянии

$$B_c^+ \rightarrow J/\psi l^+ \nu_l, \quad (1)$$

CDF коллаборацией во FNAL [1] ожидается довольно значительное, примерно в 20 раз, увеличение статистики с B_c в этой же моде после окончания сеанса RunII. Однако, поскольку импульс нейтрино напрямую не измеряется, в полулептонном канале имеются существенные неопределенности определения массы. Поэтому мода двухчастичного распада

$$B_c^+ \rightarrow J/\psi \pi^+, \quad (2)$$

является наиболее перспективным каналом с точки зрения таких измерений. Теоретическое предсказание основных характеристик процесса (2) и является предметом настоящей работы.

Динамика распадов B_c -мезона изучалась в различных теоретических подходах. Правила сумм КХД [2] и потенциальные модели [3] применяются для расчетов характеристик эксклюзивных распадов и дают оценки как относительных вероятностей распадов, так и полного времени жизни, просуммированного по эксклюзивным модам, которые согласуются с вычислениями ширины инклюзивных распадов и времени жизни, полученными в рамках операторного разложения, объединенного с методом

¹ Киселев Валерий Валерьевич, отдел теоретической физики ГНЦ "Институт физики высоких энергий", 142280, г.Протвино, Московская область.

² Пахомова Ольга Николаевна (pakhomova@ssu.samara.ru), Салеев Владимир Анатольевич (saleev@ssu.samara.ru), кафедра общей и теоретической физики Самарского государственного университета, 443011, г.Самара, ул. Акад. Павлова, 1.

эффективной теории тяжелых кварков [4] в виде нерелятивистской КХД (NRQCD) [5]. Однако особенностью двухчастичных распадов, рассматриваемых в этой статье

$$B_c^+ \rightarrow c\bar{c}^{[2s+1]L_J}\pi^+(\rho^+), \quad (3)$$

является довольно большой импульс отдачи чармония $c\bar{c}^{[2s+1]L_J}$, где s обозначает сумму спинов кварка и антикварка, L — орбитальное квантовое число, меняющееся от 0 до 2, а J — полный спин чармония. В самом деле, в рамках потенциальных моделей приближение перекрытия волновых функций начального и конечного тяжелых кваркониев для вычисления адронных форм-факторов может надежно применяться в области, где эти волновые функции не малы экспоненциально, т.е. если рассматриваемая амплитуда является достаточно мягкой и допустимо непертурбативное моделирование кварк-мезонной вершины в виде волновой функции. В то время как при больших импульсах отдачи поведение мезонных вершин для кварков, входящих в связанные состояния, значительно модифицируется из-за жестких глюонных поправок. Тогда экспоненциальное падение кварк-мезонных форм-факторов при больших импульсах отдачи заменяется степенным. В этом случае необходимо разделить жесткие и мягкие вклады в амплитуды [6], что было недавно исследовано при описании двухчастичных распадов B_c -мезонов [7], а также мезонов, содержащих один тяжелый кварк [8].

В то время как распады в S- и P-волновые состояния чармония были рассмотрены в [7], в данной работе мы развиваем ту же технику вычисления для более точного анализа, включающего также D-волновые состояния $c\bar{c}$. Этот подход основан на том, что в тяжелом кварконии мы можем пренебречь энергией связи ϵ по сравнению с массой тяжелого кварка, т.к. по порядку величины она определяется кинетической энергией тяжелого кварка и антикварка в мезоне $\epsilon \sim m_Q \cdot v^2$, где v — относительная скорость кварков, $v \ll 1$, так что $\epsilon \ll m_Q$. Кроме того, область мягкой части волновой функции кваркония определяется размером мезона $r \sim 1/p_Q$ с импульсом кварка $p_Q \sim m_Q \cdot v$. Заметим, что надежное использование нерелятивистской волновой функции в амплитудах возможно в случае, когда виртуальности μ^2 меньше, чем $(m_Q \cdot v)^2$, в то время как при больших передачах импульса жесткие вклады в амплитуды с виртуальностями большими, чем $(m_Q \cdot v)^2$, должны быть описаны с учетом обмена жестким глюоном между конститuentами тяжелого кваркония. Пертурбативная КХД может быть применима только для жестких амплитуд, если $\mu^2 \gg \Lambda_{QCD}^2$. Мы проверяем эти условия разделения жестких и мягких вкладов и оцениваем неопределенности численных результатов, возникающие вследствие вариации массы очарованного кварка в пределах, задаваемых энергией возбуждения P- и D-уровней по отношению к S-уровню.

Кроме того, мы факторизуем матричный элемент легкого кваркового тока в приближении вакуумного насыщения. Этот подход и пределы его применимости обсуждаются в [9]. Затем мы опираемся в наших вычислениях на приближение жесткого глюонного обмена для составного оператора четырех тяжелых кварков, опуская возможные эффекты перенормировки. Мы учитываем пертурбативные поправки к эффективному нелептонному слабому лагранжиану.

В разделе 2 изложены основные модельные предпосылки и общий формализм расчетов, в то время как аналитические выражения для ширин распадов B_c -мезонов в состояния чармония и пион даны в разделе 3. Мы также приводим значения параметров модели и представляем численные результаты. Проведена оценка суммарного выхода $J/\psi\pi$ в распадах B_c -мезонов с учетом радиационных электромагнитных распадов P-уровней. В Заключение обсуждаются полученные результаты и их не-

определенности. Громоздкие аналитические выражения для распадов с ρ мезоном в конечном состоянии приведены в Приложении.

2. Факторизация жестких и мягких амплитуд в распадах B_c -мезонов

Пренебрегая энергией связи в мягкой амплитуде, мы полагаем массу B_c -мезона m_1 равной сумме масс b - и c -кварка $m_b + m_c$, а массу $c\bar{c}$ состояния m_2 равной $2m_c$. Тогда тяжелый кварк и антикварк в связанном состоянии движутся с одинаковыми 4-скоростями, так что в применяемом нами нерелятивистском приближении можно записать

$$v_1 = \frac{p_1}{m_1} = \frac{p_{\bar{b}}}{m_b} = \frac{p_c}{m_c}, \quad (4)$$

$$v_2 = \frac{p_2}{m_2} = \frac{p_{\bar{c}}}{m_c} = \frac{p_c}{m_c}, \quad (5)$$

где $p_{1,2}$ — импульс распадающегося тяжелого кваркония и мезона с тяжелым кварком в конечном состоянии соответственно, а p_Q — импульсы кварков, составляющих тяжелый кварконий.

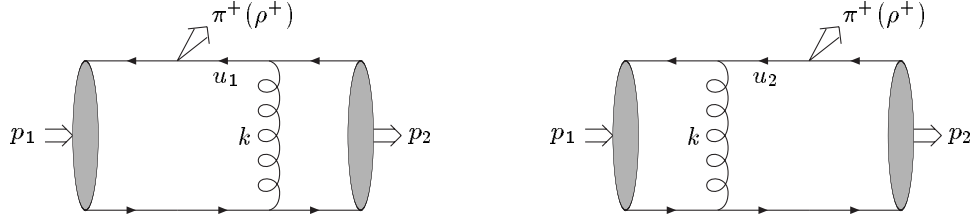
Однако при больших импульсах отдачи, характерных для распадов $B_c^+ \rightarrow c\bar{c}[^{2s+1}L_J]\pi^+(\rho^+)$, условия (4) и (5) могут быть верны только в том случае, если учитываются жесткие глюонные поправки с большой передачей импульса

$$|k^2| = \frac{m_2}{4m_1}((m_1 - m_2)^2 - m_3^2) \gg \Lambda_{QCD}^2, \quad (6)$$

где m_3 — масса π или ρ . На древесном уровне так же, как и в случае с мягкими глюонными поправками, предписания (4) и (5) будут давать нулевой матричный элемент, так как небольшая флуктуация фиксированных импульсов за счет мягких глюонов, обуславливающих формирование волновой функции, приводит к экспоненциально подавленному перекрытию при больших импульсах отдачи. Для чармония в конечном состоянии с массой $m_2 = 3.0\text{--}3.5$ ГэВ характерная виртуальность в жесткой амплитуде численно равна $1.0\text{--}1.2$ ГэВ². Видно, что такие виртуальности являются достаточно большими для надежного применения пертурбативной КХД. Кроме того, характерный относительный импульс тяжелых кварков в рассматриваемом связанном состоянии составляет $p \sim 0.6\text{--}0.7$ ГэВ, а отношение $p^2/k^2 \sim 0.3\text{--}0.4$ является достаточно малым параметром разложения. Таким образом, кинематические условия в распадах $B_c^+ \rightarrow c\bar{c}[^{2s+1}L_J]\pi^+(\rho^+)$ обуславливают предпосылки для применения приближения с разделением вкладов жестких и мягких амплитуд с точностью около 30%. Другой, более важный, источник неопределенности связан с пренебрежением энергией связи. В дальнейшем мы проверим это численно при вариации массы очарованного кварка от 1.5 до 1.7 ГэВ.

Общий ковариантный формализм вычисления вероятностей рождения и распада S- и P-волнового тяжелого кваркония в нерелятивистском разложении был развит в [10]. В этом подходе амплитуда распада связанного состояния $(b\bar{c})$ с импульсом p_1 , полным спином J_1 , орбитальным моментом L_1 и суммарным спином S_1 в связанное состояние $(c\bar{c})$ с импульсом p_2 , полным спином J_2 , орбитальным моментом L_2 и суммарным спином S_2 дается следующим соотношением:

$$A(p_1, p_2) = \int \frac{d\mathbf{q}_1}{(2\pi)^3} \sum_{L_{1z} S_{1z}} \Psi_{L_{1z} S_{1z}}(\mathbf{q}_1) \langle L_1 L_{1z}; S_1 S_{1z} | J_1 J_{1z} \rangle \times \quad (7)$$

Рис. 1. Диаграммы обмена жестким глюоном в распадах $B_c^+ \rightarrow c\bar{c}[^{2s+1}L_J]\pi^+(\rho^+)$.

$$\times \int \frac{d\mathbf{q}_2}{(2\pi)^3} \sum_{L_{2z} S_{2z}} \Psi_{L_{2z} S_{2z}}(\mathbf{q}_2) \langle L_2 L_{2z}; S_2 S_{2z} | J_2 J_{2z} \rangle M(p_1, p_2, q_1, q_2),$$

где $M(p_1, p_2, q_1, q_2)$ — жесткая амплитуда процесса с усеченными фермионными линиями, входящими в начальные и конечные состояния мезонов, описываемого диаграммами на рис. 1. Здесь $\Psi_{L_z S_z}(\mathbf{q})$ — нерелятивистские волновые функции тяжелого кваркония.

С точностью до второго порядка по относительным импульсам q_1 и q_2 проекционные операторы $\Gamma_{S S_z}(p, q)$ кварк-антикварковых пар на связанные состояния с заданными квантовыми числами могут быть записаны в виде

$$\Gamma_{S_1 S_{1z}}(p_1, q_1) = \frac{\sqrt{m_1}}{4m_c m_b} \left(\frac{m_c}{m_1} \not{p}_1 - \not{q}_1 + m_c \right) A_1 \left(\frac{m_b}{m_1} \not{p}_1 + \not{q}_1 - m_b \right), \quad (8)$$

где $A_1 = \gamma_5$ для псевдоскалярного начального состояния с $S_1 = 0$, а $A_1 = \not{\epsilon}(S_{1z})$ для векторного состояния с $S_1 = 1$, и

$$\Gamma_{S_2 S_{2z}}^\dagger(p_2, q_2) = \frac{\sqrt{m_2}}{4m_c^2} \left(\frac{m_c}{m_2} \not{p}_2 + \not{q}_2 - m_c \right) A_2 \left(\frac{m_c}{m_2} \not{p}_2 - \not{q}_2 + m_c \right), \quad (9)$$

где $A_2 = \gamma_5$ для суммарного спина $S_2 = 0$ конечного кваркония, а $A_2 = \not{\epsilon}(S_{2z})$ для $S_2 = 1$. Здесь $\epsilon(S_{1z, 2z})$ — вектор поляризации состояния со спином 1. Кроме того, в кварк-мезонные вершины необходимо ввести цветовой фактор $\delta^{ij}/\sqrt{3}$, учитывающий то, что кварк и антикварк находятся в синглетном по цвету состоянии.

Используя проекционные операторы (8) и (9), можно записать жесткую амплитуду $M(p_1, p_2, q_1, q_2)$ следующим образом:

$$M(p_1, p_2, q_1, q_2) = \text{Tr} \left[\Gamma^\dagger(p_2, q_2) \gamma^\mu \Gamma(p_1, q_1) \mathcal{O}_\mu \right], \quad (10)$$

где для распада с π -мезоном в конечном состоянии мы получаем

$$\mathcal{O}_\mu = \mathcal{O}_\mu^{[1]} + \mathcal{O}_\mu^{[2]}, \quad (11)$$

$$\mathcal{O}_\mu^{[1]} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{16\pi\alpha_s}{3} V_{bc} f_\pi a_1 \not{p}_3 (1 - \gamma_5) \left(\frac{-\not{p}_1 + m_c}{x_1^2 - m_c^2} \right) \frac{\gamma_\mu}{k^2}, \quad (12)$$

$$\mathcal{O}_\mu^{[2]} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{16\pi\alpha_s}{3} V_{bc} f_\pi a_1 \frac{\gamma_\mu}{k^2} \left(\frac{-\not{p}_2 + m_b}{x_2^2 - m_b^2} \right) \not{p}_3 (1 - \gamma_5), \quad (13)$$

и

$$\not{p}_1 = \frac{m_b}{m_1} \not{p}_1 + \not{q}_1 - \not{p}_3, \quad \not{p}_2 = \frac{m_c}{m_2} \not{p}_2 + \not{q}_2 + \not{p}_3, \quad \not{k} = \frac{m_c}{m_2} \not{p}_2 - \frac{m_c}{m_1} \not{p}_1 + \not{q}_1 - \not{q}_2.$$

Фактор a_1 появляется за счет жестких глюонных поправок к четырех-фермионному эффективному слабому лагранжиану. Разлагая $M(p_1, p_2, q_1, q_2)$ по малым параметрам q_1/m_1 и q_2/m_2 при $q_1 = q_2 = 0$, получаем

$$\begin{aligned} M(p_1, p_2, q_1, q_2) &= M(p_1, p_2, 0, 0) + q_{1\alpha} \frac{\partial M}{\partial q_{1\alpha}} \Big|_{q_{1,2}=0} + q_{2\alpha} \frac{\partial M}{\partial q_{2\alpha}} \Big|_{q_{1,2}=0} + \\ &+ \frac{1}{2} q_{2\alpha} q_{2\beta} \frac{\partial^2 M}{\partial q_{2\alpha} \partial q_{2\beta}} \Big|_{q_{1,2}=0} + \dots, \end{aligned} \quad (14)$$

где каждое слагаемое соответствует распаду с различными квантовыми числами начальных и конечных состояний. Так, первый член разложения с $L_1 = L_2 = 0$ соответствует переходу между S-волновыми уровнями, второй и третий — с $L_1 = 1$ и $L_2 = 0$, $L_1 = 0$ и $L_2 = 1$ — переходу между S- и P-волновыми состояниями, четвертый — с $L_1 = 0$ и $L_2 = 2$ — переходу между S-волновым начальным кварконием и D-волновым мезоном отдачи. Таким образом, можно легко найти, что для различных орбитальных состояний мягкие факторы в амплитудах $A(p_1, p_2)$ выражаются в терминах радиальных волновых функций кваркония следующим образом:

$$\begin{aligned} \int \frac{d^3 \mathbf{q}}{(2\pi)^3} \Psi_{00}(\mathbf{q}) &= \frac{R(0)}{\sqrt{4\pi}}, \\ \int \frac{d^3 \mathbf{q}}{(2\pi)^3} \Psi_{1L_Z}(\mathbf{q}) q_\alpha &= -i \sqrt{\frac{3}{4\pi}} R'(0) \varepsilon_\alpha(p, L_Z), \\ \int \frac{d^3 \mathbf{q}}{(2\pi)^3} \Psi_{2L_Z}(\mathbf{q}) q_\alpha q_\beta &= \sqrt{\frac{15}{8\pi}} R''(0) \varepsilon_{\alpha\beta}(p, L_Z), \end{aligned} \quad (15)$$

где $\varepsilon_\alpha(p, L_Z)$ — 4-вектор поляризации для частицы со спином 1, а $\varepsilon_{\alpha\beta}$ — симметричный, бесследовый, поперечный тензор поляризации второго ранга для частицы со спином 2. Указанные выше волновые функции могут быть представлены как произведение радиальной и угловой функций: $\Psi_{LL_Z}(\mathbf{r}) = Y_{LL_Z}(\theta, \phi) R_L(r)$.

Для состояния чармония 1P_1 получаем

$$\sum_{L_{2Z}} \varepsilon^\alpha(p_2, L_{2Z}) \langle 1L_{2Z}, 00 | 1, J_{2Z} \rangle = \varepsilon^\alpha(p_2, J_{2Z}). \quad (16)$$

В случае состояния $^3P_J (J = 0, 1, 2)$ суммирование по проекциям кварковых спинов и орбитального момента приводит к

$$\begin{aligned} \sum_{S_{2Z}, L_{2Z}} \varepsilon^\alpha(p_2, L_{2Z}) \langle 1L_{2Z}, 1S_{2Z} | J_2, J_{2Z} \rangle \varepsilon^\rho(S_{2Z}) &= \\ = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{3}} (g^{\alpha\rho} - \frac{p_2^\alpha p_2^\rho}{m_2^2}), & J_2 = 0, \\ \frac{i}{\sqrt{2}m_2} \varepsilon^{\alpha\rho\mu\nu} p_{2\mu} \varepsilon_\nu(p_2, J_{2Z}), & J_2 = 1, \\ \varepsilon^{\rho\alpha}(p_2, J_{2Z}), & J_2 = 2. \end{cases} \end{aligned} \quad (17)$$

Для $c\bar{c}[^1D_2]$ можно записать

$$\sum_{L_{2Z}} \varepsilon^{\alpha\beta}(p_2, L_{2Z}) \langle 2L_{2Z}, 00 | 2, J_{2Z} \rangle = \varepsilon^{\alpha\beta}(p_2, J_{2Z}). \quad (18)$$

Для $c\bar{c}[^3D_J (J=1,2,3)]$ состояний получаем

$$\sum_{S_{2Z}, L_{2Z}} \varepsilon^{\alpha\beta}(p_2, L_{2Z}) \langle 2L_{2Z}, 1S_{2Z} | J_2, J_{2Z} \rangle \varepsilon^\rho(S_{2Z}) =$$

$$= \begin{cases} -\sqrt{\frac{3}{20}} \left(\frac{2}{3} \mathcal{P}_{\alpha\beta} \varepsilon_\rho(p_2, J_{2Z}) - \mathcal{P}_{\alpha\rho} \varepsilon_\beta(p_2, J_{2Z}) - \right. \\ \left. \mathcal{P}_{\beta\rho} \varepsilon_\alpha(p_2, J_{2Z}) \right), & J_2 = 1, \\ \frac{i}{M\sqrt{6}} \left(\varepsilon_{\alpha\sigma}(p_2, J_{2Z}) \varepsilon_{\tau\beta\rho\sigma'} p_2^\tau g^{\sigma\sigma'} + \right. \\ \left. \varepsilon_{\beta\sigma}(p_2, J_{2Z}) \varepsilon_{\tau\alpha\rho\sigma'} p_2^\tau g^{\sigma\sigma'} \right), & J_2 = 2, \\ \varepsilon_{\alpha\beta\rho}(p_2, J_{2Z}), & J_2 = 3, \end{cases} \quad (19)$$

где

$$\mathcal{P}^{\alpha\beta} = -g^{\alpha\beta} + \frac{p_2^\alpha p_2^\beta}{m_2^2}, \quad (20)$$

а $\varepsilon_{\alpha\beta\rho}(p_2, J_{2Z})$ – симметричный, бесследовый, поперечный тензор поляризации частицы со спином 3. Суммирование по поляризациям дает следующие простые выражения [11]:

$$\sum_{J_{2Z}=-1}^1 \varepsilon_\alpha(p_2, J_{2Z}) \varepsilon_\beta^*(p_2, J_{2Z}) = \mathcal{P}_{\alpha\beta}, \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \sum_{J_{2Z}=-2}^2 \varepsilon_{\alpha\beta}(p_2, J_{2Z}) \varepsilon_{\rho\sigma}^*(p_2, J_{2Z}) = \\ = \frac{1}{2} (\mathcal{P}_{\alpha\rho} \mathcal{P}_{\beta\sigma} + \mathcal{P}_{\alpha\sigma} \mathcal{P}_{\beta\rho}) - \frac{1}{3} \mathcal{P}_{\alpha\beta} \mathcal{P}_{\rho\sigma}, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \sum_{J_{2Z}=-3}^3 \varepsilon_{\alpha\beta\gamma}(p_2, J_{2Z}) \varepsilon_{\rho\sigma\eta}^*(p_2, J_{2Z}) = \\ = \frac{1}{6} \left(\mathcal{P}_{\alpha\rho} \mathcal{P}_{\beta\sigma} \mathcal{P}_{\gamma\eta} + \mathcal{P}_{\alpha\rho} \mathcal{P}_{\beta\eta} \mathcal{P}_{\gamma\sigma} + \mathcal{P}_{\alpha\sigma} \mathcal{P}_{\beta\rho} \mathcal{P}_{\gamma\eta} \right. \\ \left. + \mathcal{P}_{\alpha\sigma} \mathcal{P}_{\beta\eta} \mathcal{P}_{\gamma\rho} + \mathcal{P}_{\alpha\eta} \mathcal{P}_{\beta\sigma} \mathcal{P}_{\gamma\rho} + \mathcal{P}_{\alpha\eta} \mathcal{P}_{\beta\rho} \mathcal{P}_{\gamma\sigma} \right) \\ - \frac{1}{15} \left(\mathcal{P}_{\alpha\beta} \mathcal{P}_{\gamma\eta} \mathcal{P}_{\rho\sigma} + \mathcal{P}_{\alpha\beta} \mathcal{P}_{\gamma\sigma} \mathcal{P}_{\rho\eta} + \mathcal{P}_{\alpha\beta} \mathcal{P}_{\gamma\rho} \mathcal{P}_{\sigma\eta} \right. \\ \left. + \mathcal{P}_{\alpha\gamma} \mathcal{P}_{\beta\eta} \mathcal{P}_{\rho\sigma} + \mathcal{P}_{\alpha\gamma} \mathcal{P}_{\beta\sigma} \mathcal{P}_{\rho\eta} + \mathcal{P}_{\alpha\gamma} \mathcal{P}_{\beta\rho} \mathcal{P}_{\sigma\eta} \right. \\ \left. + \mathcal{P}_{\beta\gamma} \mathcal{P}_{\alpha\eta} \mathcal{P}_{\rho\sigma} + \mathcal{P}_{\beta\gamma} \mathcal{P}_{\alpha\sigma} \mathcal{P}_{\rho\eta} + \mathcal{P}_{\beta\gamma} \mathcal{P}_{\alpha\rho} \mathcal{P}_{\sigma\eta} \right). \end{aligned} \quad (23)$$

Формулы (10)–(23) полностью определяют процедуру расчета квадратов матричных элементов рассматриваемых процессов. Результаты, представленные ниже, получены с помощью пакета FeynCalc [12].

3. Результаты

Пренебрегая массой π -мезона, мы получили следующие аналитические формулы для ширин распадов $B_c^+ \rightarrow c\bar{c} [2^{s+1} L_J] \pi^+ (\rho^+)$:

$$\Gamma(B_c \rightarrow \psi\pi) = \frac{128}{9\pi} F \frac{|R_2(0)|^2}{m_2^3} \frac{(1+x)^3}{(1-x)^5}, \quad (24)$$

$$\Gamma(B_c \rightarrow \eta_c\pi) = \frac{32}{9\pi} F \frac{|R_2(0)|^2}{m_2^3} \frac{(1+x)^3}{(1-x)^5} (x^2 - 2x + 3)^2, \quad (25)$$

$$\Gamma(B_c \rightarrow h_c \pi) = \frac{128}{3\pi} F \frac{|R'_2(0)|^2}{m_2^5} \frac{(1+x)^3}{(1-x)^7} (x^3 - 2x^2 + 3x + 4)^2, \quad (26)$$

$$\Gamma(B_c \rightarrow \chi_{c0} \pi) = \frac{128}{\pi} F \frac{|R'_2(0)|^2}{m_2^5} \frac{(1+x)^3}{(1-x)^7} (x^2 - 2x + 3)^2, \quad (27)$$

$$\Gamma(B_c \rightarrow \chi_{c1} \pi) = \frac{256}{3\pi} F \frac{|R'_2(0)|^2}{m_2^5} \frac{(1+x)^3}{(1-x)^3}, \quad (28)$$

$$\Gamma(B_c \rightarrow \chi_{c2} \pi) = \frac{256}{\pi} F \frac{|R'_2(0)|^2}{m_2^5} \frac{(1+x)^5}{(1-x)^7}, \quad (29)$$

$$\Gamma(B_c \rightarrow {}^1D_2 \pi) = \frac{2560}{9\pi} F \frac{|R'_2(0)|^2}{m_2^7} \frac{(1+x)^5}{(1-x)^9} (x^3 - 3x + 5x + 5)^2, \quad (30)$$

$$\Gamma(B_c \rightarrow {}^3D_1 \pi) = \frac{256}{9\pi} F \frac{|R'_2(0)|^2}{m_2^7} \frac{(1+x)^3}{(1-x)^9} \times \\ \times (5x^3 - 22x^2 + 41x + 8)^2, \quad (31)$$

$$\Gamma(B_c \rightarrow {}^3D_2 \pi) = \frac{5120}{3\pi} F \frac{|R'_2(0)|^2}{m_2^7} \frac{(1+x)^5}{(1-x)^5}, \quad (32)$$

$$\Gamma(B_c \rightarrow {}^3D_3 \pi) = \frac{8192}{3\pi} F \frac{|R'_2(0)|^2}{m_2^7} \frac{(1+x)^7}{(1-x)^9}, \quad (33)$$

где

$$x = \frac{m_2}{m_1}, \text{ и } F = \alpha_s^2 G_F^2 V_{bc}^2 f_\pi^2 |R_1(0)|^2 a_1^2.$$

Для численных оценок используются следующие параметры:

$$\begin{array}{llll} |R_1(0)|^2 & = & 1.27 \text{ ГэВ}^3, & m_c & = & 1.5 \text{ ГэВ}, & m_\pi & = & 0.14 \text{ ГэВ}, \\ |R_2(0)|^2 & = & 0.94 \text{ ГэВ}^3, & m_b & = & 4.8 \text{ ГэВ}, & f_\pi & = & 0.13 \text{ ГэВ}, \\ |R'_2(0)|^2 & = & 0.08 \text{ ГэВ}^5, & m_1 & = & 6.3 \text{ ГэВ}, & V_{bc} & = & 0.04, \\ |R''_2(0)|^2 & = & 0.015 \text{ ГэВ}^7, & m_2 & = & 3.0 \text{ ГэВ}, & \alpha_s & = & 0.33. \end{array}$$

Значения параметров волновых функций взяты из [13]. Для ширины распада B_c в J/ψ с пионом в конечном состоянии нашли, что

$$\Gamma(B_c^+ \rightarrow J/\psi \pi^+) = 6.455 \times 10^{-15} a_1^2 \text{ ГэВ}. \quad (34)$$

Ширины распадов в различные состояния чармония и π -мезон представлены в табл. 1 в виде отношений к ширине распада $B_c^+ \rightarrow J/\psi \pi^+$, в то время как абсолютные значения, зависящие от выбора a_1 , даны в табл. 2.

Дополнительным источником J/ψ мезонов является двухчастичный распад B_c -мезона с ρ в конечном состоянии: $B_c^+ \rightarrow c\bar{c}^{[2S+1]L_J} \rho^+$. Расчет ширин распадов $\Gamma(B_c^+ \rightarrow c\bar{c}^{[2S+1]L_J} \rho^+)$ может быть выполнен тем же способом, что и для $\Gamma(B_c^+ \rightarrow c\bar{c}^{[2S+1]L_J} \pi^+)$. В самом деле, так как используется факторизация легкого мезонного тока, в распадах с ρ мы делаем подстановку $f_\pi p_3^\mu \rightarrow m_\rho f_\rho \epsilon_3^\mu$, где ϵ_3^μ — 4-вектор поляризации ρ -мезона. Учитывая численные значения $f_\rho = 0.22 \text{ ГэВ}$ и $m_\rho = 0.77 \text{ ГэВ}$, получили ширины распадов $\Gamma(B_c^+ \rightarrow c\bar{c}^{[2S+1]L_J} \rho^+)$, которые представлены в табл. 1, 2. Громоздкие аналитические выражения для ширин распадов $B_c^+ \rightarrow c\bar{c}^{[2S+1]L_J} \rho^+$ даны в Приложении.

Для сравнения с оценками, полученными в обычной технике перекрытия волновых функций, в табл. 2 также представлены численные результаты из [14, 16]. Анализ двухчастичных адронных распадов B_c с очарованными S-волновыми мезонами в конечном состоянии был сделан в [17], где оценки близки к ширинам в [16], но

Таблица 1

Выходы состояний чармония в адронных двухчастичных распадах B_c —мезона, представленных через отношения

$c\bar{c}$	$^{2S+1}L_J$	$\frac{\Gamma(B_c \rightarrow c\bar{c}[^{2S+1}L_J]\pi)}{\Gamma(B_c \rightarrow J/\psi\pi)}$	$\frac{\Gamma(B_c \rightarrow c\bar{c}[^{2S+1}L_J]\rho)}{\Gamma(B_c \rightarrow c\bar{c}[^{2S+1}L_J]\pi)}$
J/ψ	3S_1	1.0	3.9
η_c	1S_0	1.3	3.2
h_c	1P_1	2.7	3.4
χ_{c0}	3P_0	1.6	3.5
χ_{c1}	3P_1	0.016	51
χ_{c2}	3P_2	1.4	4.0
	1D_2	5.4	3.6
	3D_1	2.8	3.8
	3D_2	0.053	31
	3D_3	2.4	4.2

Таблица 2

Ширины адронных двухчастичных распадов B_c —мезонов в состояния чармония, вычисленные с учетом разделения вкладов жестких и мягких амплитуд в сравнении с результатами метода перекрытия волновых функций, 10^{-15} ГэВ

$c\bar{c}$	$^{2S+1}L_J$	$\Gamma(B_c \rightarrow c\bar{c}[^{2S+1}L_J]\pi)$		$\Gamma(B_c \rightarrow c\bar{c}[^{2S+1}L_J]\rho)$	
η_c	1S_0	$8.4 a_1^2$	$2.1 a_1^2$ [16]	$27 a_1^2$	$5.5 a_1^2$ [16]
J/ψ	3S_1	$6.5 a_1^2$	$2.0 a_1^2$ [16]	$26 a_1^2$	$6.0 a_1^2$ [16]
h_c	1P_1	$18 a_1^2$	$0.57 a_1^2$ [14]	$60 a_1^2$	$1.4 a_1^2$ [14]
χ_{c0}	3P_0	$11 a_1^2$	$0.32 a_1^2$ [14]	$37 a_1^2$	$0.81 a_1^2$ [14]
χ_{c1}	3P_1	$0.10 a_1^2$	$0.082 a_1^2$ [14]	$5.2 a_1^2$	$0.33 a_1^2$ [14]
χ_{c2}	3P_2	$8.9 a_1^2$	$0.28 a_1^2$ [14]	$36 a_1^2$	$0.58 a_1^2$ [14]
	1D_2	$35 a_1^2$		$124 a_1^2$	
	3D_1	$19 a_1^2$		$70 a_1^2$	
	3D_2	$0.34 a_1^2$		$11 a_1^2$	
	3D_3	$16 a_1^2$		$65 a_1^2$	

несколько меньше последних. Кроме того, видно, что наши результаты с массой очарованного кварка, фиксированной $m_c = 1.5$ ГэВ, значительно больше, чем значения, полученные в [14, 16]. В самом деле, из-за неэкспоненциального убывания волновых функций увеличение квадрата матричного элемента для S-волнового чармония дает примерно множитель 4, в то время как для P-волнового уровня этот фактор больше на порядок величины. Причина для такого усиления достаточно очевидна. Так, сле-

дую аналогии с кулоновским взаимодействием нерелятивистских частиц, мы можем ожидать, что скорость движения тяжелого кварка в Р-волновом кварконии меньше, чем скорость в S-волновом состоянии (напомним, $v_n \sim \alpha/n$, где n — главное квантовое число). Таким образом, поведение волновых функций Р-волновых уровней более мягкое, чем в S-волновых состояниях, т.е. относительный импульс тяжелых кварков меньше в Р-волновых состояниях, в то время как перекрытие волновых функций кваркония при больших импульсах отдачи смещено в область больших виртуальностей и для Р-волновых уровней более подавлено.

Другая проблема, касающаяся применимости факторизации, связана с присущими данному методу неопределенностями, возникающими вследствие пренебрежения энергией связи в состояниях чармония. В самом деле, равенство $m_c = m_{J/\psi}/2$ ведет к нулевой энергии связи в S-волновых состояниях, в то время как для изучаемых возбужденных уровней энергетическое расщепление с основным состоянием равно примерно 500 МэВ, и это может значительно влиять на численные оценки. Мы проверили зависимость от энергии связи путем изменения массы очарованного кварка в интервале 1.5 — 1.7 ГэВ. Такая вариация вносит значительные неопределенности в абсолютные значения рассматриваемых ширин, что приводит к изменениям численных результатов на 30–50% для Р-волнового чармония и более чем на 100% для D-волнового. Тем не менее отношения ширин, представленные в табл. 1, являются достаточно стабильными относительно изменений массы очарованного кварка. Соответствующие неопределенности составляют 5 — 10%. Это означает, что теоретические предсказания отношений ширин двухчастичных распадов B_c являются в достаточной мере надежными. Кроме того, их значения близки к оценкам, полученным в [14, 16].

Так как J/ψ -мезон достаточно эффективно детектируется экспериментально в распадах B_c , мы сравниваем прямой выход J/ψ ($B_c^+ \rightarrow J/\psi \pi^+ (\rho^+)$) с каскадным выходом в распадах с радиационными электромагнитными переходами возбужденных Р-волновых состояний в J/ψ . Соответствующие относительные вероятности радиационных распадов измерены экспериментально [15]. Так,

$$\text{Br}(\chi_{c0} \rightarrow J/\psi \gamma) = 0.007, \text{Br}(\chi_{c1} \rightarrow J/\psi \gamma) = 0.27, \text{Br}(\chi_{c2} \rightarrow J/\psi \gamma) = 0.14.$$

Тогда получаем

$$\frac{\Gamma(B_c^+ \rightarrow \chi_{c0,c1,c2} \pi^+ \rightarrow J/\psi \pi^+ \gamma)}{\Gamma(B_c^+ \rightarrow J/\psi \pi^+)} = 0.21 \quad (35)$$

и

$$\frac{\Gamma(B_c^+ \rightarrow \chi_{c0,c1,c2} \rho^+ \rightarrow J/\psi \rho^+ \gamma)}{\Gamma(B_c^+ \rightarrow J/\psi \rho^+)} = 0.26. \quad (36)$$

Таким образом, видно, что поправка к выходу J/ψ в адронных двухчастичных распадах B_c вследствие непрямого механизма с Р-волновым чармонием составляет около 20–25%. Отметим, что аналогичный вклад в полулептонные распады B_c значительно меньше, а соответствующая доля благодаря Р-волновому чармонию близка к 5% [3].

Полагая $a_1 = 1.1$, получаем

$$\text{Br}(B_c^+ \rightarrow J/\psi \pi^+) + \text{Br}(B_c^+ \rightarrow J/\psi \rho^+) \approx 2.8\%, \quad (37)$$

а в распадах B_c -мезонов в J/ψ за счет радиационных переходов $\chi_{c0,c1,c2}$ поправка равна

$$\text{Br}(B_c^+ \rightarrow J/\psi \pi^+ \gamma) + \text{Br}(B_c^+ \rightarrow J/\psi \rho^+ \gamma) = 0.64\%. \quad (38)$$

4. Заключение

В данной работе мы рассмотрели двухчастичные адронные распады B_c -мезонов при больших импульсах отдачи в подходе разделения жестких и мягких вкладов в матричные элементы. Такая факторизация основана на физическом разделении процессов жесткого перерасеяния конstituентов, составляющих тяжелый кварконий (шкала виртуальностей $\sim 1-1.5 \text{ ГэВ}^2$), от мягкого формирования связанных состояний тяжелых кварков (шкала виртуальностей $\sim 0.3-0.45 \text{ ГэВ}^2$). Жесткие факторы могут быть вычислены в пертурбативной КХД, в то время как мягкие выражаются в терминах волновых функций и их производных в нуле для S-, P- и D-волновых уровней тяжелого кваркония. Были вычислены ширины распадов $B_c^+ \rightarrow c\bar{c}[^{2S+1}L_J]\pi^+(\rho^+)$ с чармонием в конечном состоянии (см. табл. 1, 2). Мы нашли, что результаты для отношений ширин распадов достаточно стабильны при вариации параметров модели, в то время как абсолютные величины имеют значительные неопределенности, особенно при выборе различных значений массы очарованного кварка, что отражает главную систематическую неопределенность, возникающую в приближении нулевой энергии связи в чармонии. Мы сравнили наши результаты с вычислениями, проведенными в потенциальной модели [14, 16], основанной на формализме перекрытия волновых функций. Относительный импульс очарованных кварков в состояниях чармония (особенно в возбужденных P- и D-волнах, где относительная скорость тяжелых кварков становится меньше, чем для S-уровней) является довольно малым по сравнению с импульсом отдачи, так что перекрытие смещается в экспоненциально подавленную область, где расчеты с перекрытием волновых функций не являются надежными. В этой области жесткие глюонные поправки, заменяющие экспоненциальное поведение кварк-мезонных форм-факторов на степенное, являются принципиально существенными. Таким образом, мы ожидаем большой выход возбужденных состояний чармония в двухчастичных распадах B_c . Такое усиление приводит к дополнительному 20–25% вкладу в относительные вероятности инклюзивного распада B_c на $J/\psi\pi$ за счет вклада, обусловленного радиационными электромагнитными переходами P-волновых состояний чармония.

Авторы выражают благодарность проф. А.К.Лиходеду за плодотворные обсуждения и полезные замечания. Эта работа частично поддержана Российским Фондом Фундаментальных исследований, гранты 01-02-99315, 01-02-16585 и 02-02-16253, Федеральной программой "Государственная поддержка интеграции высшего образования и фундаментальной науки", грант 247 (В.В.К. и О.Н.П.).

Приложение

В приложении мы приводим громоздкие формулы отношений ширин распадов с ρ -мезоном к ширинам с пионом для различных конечных состояний чармония. Мы ввели $x = m_2/m_1$, $m_{1,2,3}$ — массы B_c , $c\bar{c}[^{2S+1}L_J]$ и ρ соответственно. Мы получили

$$\frac{\Gamma(B_c \rightarrow \eta_c \rho)}{\Gamma(B_c \rightarrow \eta_c \pi)} = B_{\eta_c} \left(1 - \frac{m_3^2}{m_1^2} \frac{5x^2 + 2x + 3}{x^2(1+x)^2(3x^2 - 2x + 1)} \right) + \mathcal{O}\left(\frac{m_3^4}{m_1^4}\right),$$

$$\frac{\Gamma(B_c \rightarrow J/\psi \rho)}{\Gamma(B_c \rightarrow J/\psi \pi)} = B_{J/\psi} \times$$

$$\left(1 + \frac{m_3^2}{2m_1^2} \frac{2x^6 + 20x^5 - 3x^4 - 16x^3 + 16x^2 - 4x + 1}{x^6(1-x)^2(2+x)^2} \right) + \mathcal{O}\left(\frac{m_3^4}{m_1^4}\right),$$

$$\begin{aligned}
\frac{\Gamma(B_c \rightarrow h_c \rho)}{\Gamma(B_c \rightarrow h_c \pi)} &= B_{h_c} \times \\
&\left(1 - \frac{2m_3^2}{m_1^2} \frac{2x^6 - 3x^5 + 6x^4 + 8x^3 + 6x^2 + 31x + 18}{(1+x)^2(x^3 - 2x^2 + 3x + 4)^2}\right) + \mathcal{O}\left(\frac{m_3^4}{m_1^4}\right), \\
\frac{\Gamma(B_c \rightarrow \chi_{c0} \rho)}{\Gamma(B_c \rightarrow \chi_{c0} \pi)} &= B_{\chi_{c0}} \left(1 - \frac{m_3^2}{3m_1^2} \frac{(2x^4 - 17x^3 - 5x^2 + 7x + 29)}{(1-x)(1+x)^2(x^2 - 2x + 3)}\right) + \mathcal{O}\left(\frac{m_3^4}{m_1^4}\right), \\
\frac{\Gamma(B_c \rightarrow \chi_{c1} \rho)}{\Gamma(B_c \rightarrow \chi_{c1} \pi)} &= B_{\chi_{c1}} \left(1 + \frac{m_3^2}{2m_1^2} \frac{2}{(1-x)^6(1+x)^2} (5x^8 - 24x^7 + 91x^6 - \right. \\
&\quad \left. 158x^5 + 183x^4 - 4x^3 - 119x^2 + 130x + 40)\right) + \mathcal{O}\left(\frac{m_3^4}{m_1^4}\right), \\
\frac{\Gamma(B_c \rightarrow \chi_{c2} \rho)}{\Gamma(B_c \rightarrow \chi_{c2} \pi)} &= B_{\chi_{c2}} \times \\
&\left(1 + \frac{m_3^2}{6m_1^2} \frac{x^6 - 6x^5 + 32x^4 - 48x^3 - 11x^2 + 78x - 10}{(1-x)^2(1+x)^2}\right) + \mathcal{O}\left(\frac{m_3^4}{m_1^4}\right), \\
\frac{\Gamma(B_c \rightarrow c\bar{c}[^1D_2]\rho)}{\Gamma(B_c \rightarrow c\bar{c}[^1D_2]\pi)} &= B_{c\bar{c}[^1D_2]} \times \\
&\left(1 - \frac{2m_3^2}{m_1^2} \frac{3x^6 - 12x^5 + 27x^4 - 16x^3 - 3x^2 + 100x + 49}{(1+x)^2(x^3 - 3x^2 + 5x + 5)^2}\right) + \mathcal{O}\left(\frac{m_3^4}{m_1^4}\right), \\
\frac{\Gamma(B_c \rightarrow c\bar{c}[^3D_1]\rho)}{\Gamma(B_c \rightarrow c\bar{c}[^3D_1]\pi)} &= B_{c\bar{c}[^3D_1]} \times \\
&\left(1 + \frac{m_3^2}{2m_1^2} \frac{1}{(1-x)^2(1+x)^2(5x^3 - 22x^2 + 41x + 8)^2} (169x^{10} - 1306x^9 + \right. \\
&\quad \left. 5334x^8 - 13168x^7 + 22638x^6 - 25436x^5 + 10336x^4 + 14672x^3 - \right. \\
&\quad \left. 8271x^2 - 1514x + 642)\right) + \mathcal{O}\left(\frac{m_3^4}{m_1^4}\right), \\
\frac{\Gamma(B_c \rightarrow c\bar{c}[^3D_2]\rho)}{\Gamma(B_c \rightarrow c\bar{c}[^3D_2]\pi)} &= B_{c\bar{c}[^3D_2]} \left(1 + \frac{m_3^2}{24m_1^2} \frac{1}{(1-x)^6(1+x)^2} (13x^8 - 96x^7 + \right. \\
&\quad \left. 433x^6 - 822x^5 + 1201x^4 - 124x^3 - 873x^2 + 1230x + 122)\right) + \mathcal{O}\left(\frac{m_3^4}{m_1^4}\right), \\
\frac{\Gamma(B_c \rightarrow c\bar{c}[^3D_3]\rho)}{\Gamma(B_c \rightarrow c\bar{c}[^3D_3]\pi)} &= B_{c\bar{c}[^3D_3]} \left(1 + \frac{m_3^2}{12m_1^2} \frac{1}{(1-x)^2(1+x)^2} (x^6 - 8x^5 + 52x^4 - \right. \\
&\quad \left. 96x^3 - 15x^2 + 152x - 22)\right) + \mathcal{O}\left(\frac{m_3^4}{m_1^4}\right).
\end{aligned}$$

Факторы B для различных состояний чармония становятся равными отношению лептонных констант ρ - и π -мезонов, если пренебречь массой ρ -мезона, в то время как в общем случае мы получаем

$$B_{\eta_c} = \frac{f_\rho^2}{f_\pi^2} \frac{x^6 (1-x)^5}{(1+x) \left((1-x)^2 - \frac{m_3^2}{m_1^2} \right)^3} \sqrt{(1-x)^2 (1+x)^2 - \frac{2m_3^2}{m_1^2} (1+x^2) + \frac{m_3^4}{m_1^4}},$$

$$B_{J/\psi} = B_{\eta_c} \frac{x^6 (1-x)^2}{\left((1-x)^2 - \frac{m_3^2}{m_1^2} \right)},$$

$$B_{h_c} = \frac{f_\rho^2}{f_\pi^2} \frac{(1-x)^7}{(1+x) \left((1-x)^2 - \frac{m_3^2}{m_1^2} \right)^4} \times \sqrt{(1-x)^2 (1+x)^2 - \frac{2m_3^2}{m_1^2} (1+x^2) + \frac{m_3^4}{m_1^4}},$$

$$B_{\chi_{c0}} = B_{h_c} \frac{(1-x)^2}{\left((1-x)^2 - \frac{m_3^2}{m_1^2} \right)},$$

$$B_{\chi_{c1}} = B_{\chi_{c0}},$$

$$B_{\chi_{c2}} = \frac{f_\rho^2}{f_\pi^2} \frac{(1-x)^9}{(1+x) \left((1-x)^2 - \frac{m_3^2}{m_1^2} \right)^5} \times \frac{1}{\sqrt{(1-x)^2 (1+x)^2 - \frac{2m_3^2}{m_1^2} (1+x^2) + \frac{m_3^4}{m_1^4}}},$$

$$B_{c\bar{c}[^1D_2]} = \frac{f_\rho^2}{f_\pi^2} \frac{(1-x)^9 (1+x)}{\left((1-x)^2 - \frac{m_3^2}{m_1^2} \right)^4} \frac{1}{\sqrt{(1-x)^2 (1+x)^2 - \frac{2m_3^2}{m_1^2} (1+x^2) + \frac{m_3^4}{m_1^4}}},$$

$$B_{c\bar{c}[^3D_1]} = \frac{f_\rho^2}{f_\pi^2} \frac{(1-x)^{11}}{(1+x) \left((1-x)^2 - \frac{m_3^2}{m_1^2} \right)^6} \times \sqrt{(1-x)^2 (1+x)^2 - \frac{2m_3^2}{m_1^2} (1+x^2) + \frac{m_3^4}{m_1^4}},$$

$$B_{c\bar{c}[^3D_2]} = B_{c\bar{c}[^3D_3]} = B_{c\bar{c}[^3D_1]}.$$

Наконец, заметим, что наиболее значительная численная поправка, обусловленная отличием от нуля массы ρ -мезона, имеет место за счет фазового объема в коэффициентах B .

Литература

- [1] F. Abe et al., CDF Collaboration// Phys. Rev. Lett. **81**, 2432 (1998), Phys. Rev. **D58**, 112004 (1998).
- [2] P.Colangelo, G.Nardulli, N.Paver// Z.Phys. **C57**, 43 (1993);
E.Bagan et al.// Z. Phys. **C64**, 57 (1994);
V.V.Kiselev, A.V.Tkabladze// Phys. Rev. **D48**, 5208 (1993);
V.V.Kiselev, A.K.Likhoded, A.I.Onishchenko// Nucl. Phys. **B569**, 473 (2000);
V.V.Kiselev, A.K.Likhoded, A.E.Kovalsky// Nucl. Phys. **B585**, 353 (2000), hep-ph/0006104 (2000).
- [3] M.Lusignoli, M.Masetti// Z. Phys. **C51**, 549 (1991);
V.V.Kiselev// Mod. Phys. Lett. **A10**, 1049 (1995);
V.V.Kiselev// Int. J. Mod. Phys. **A9**, 4987 (1994);
V.V.Kiselev, A.K.Likhoded, A.V.Tkabladze// Phys. Atom. Nucl. **56**, 643 (1993), Yad. Fiz. **56**, 128 (1993);
V.V.Kiselev, A.V.Tkabladze// Yad. Fiz. **48**, 536 (1988);
S.S.Gershtein et al.// Sov. J. Nucl. Phys. **48**, 327 (1988), Yad. Fiz. **48**, 515 (1988);
G.R.Jibuti, Sh.M.Esakia// Yad. Fiz. **50**, 1065 (1989), Yad. Fiz. **51**, 1681 (1990);
D.Scora, N.Isgur// Phys. Rev. **D52**, 2783 (1995);
A.Yu.Anisimov, I.M.Narodetskii, C.Semay, B.Silvestre-Brac// Phys. Lett. **B452**, 129 (1999);
A.Yu.Anisimov, P.Yu.Kulikov, I.M.Narodetsky, K.A.Ter-Martirosian// Phys. Atom. Nucl. **62**, 1739 (1999), Yad. Fiz. **62**, 1868 (1999);
M.A.Ivanov, J.G.Korner, P.Santorelli// Phys. Rev. **D63**, 074010 (2001);
P.Colangelo, F.De Fazio// Phys. Rev. **D61**, 034012 (2000).
- [4] I.Bigi// Phys. Lett. **B371**, 105 (1996);
M.Beneke, G.Buchalla// Phys. Rev. **D53**, 4991 (1996);
A.I.Onishchenko// [hep-ph/9912424];
Ch.-H.Chang, Sh.-L.Chen, T.-F.Feng, X.-Q.Li// Commun. Theor. Phys. **35**, 51 (2001), Phys. Rev. **D64**, 014003 (2001).
- [5] G.T.Bodwin, E.Braaten, G.P.Lepage// Phys. Rev. **D51**, 1125 (1995) [Erratum-ibid. **D55**, 5853 (1995)];
T.Mannel, G.A.Schuler// Z. Phys. **C67**, 159 (1995).
- [6] G.P.Lepage, S.J.Brodsky// Phys. Rev. **D23**, 2157 (1980).
- [7] S.S.Gershtein et al.// preprint IHEP 98-22 (1998) [hep-ph/9803433];
V.V.Kiselev// Phys.Lett. **B372**, 326 (1996), hep-ph/9605451;
O.N.Pakhomova, V.A.Saleev// Phys. Atom. Nucl. **63**, 1999 (2000); Yad.Fiz. **63**, 2091 (2000) [hep-ph/9911313];
V.A.Saleev// Yad. Fiz. **64**, 2113 (2001) [hep-ph/0007352].
- [8] V.V.Anisovich, D.I.Melikhov, V.A.Nikonov// Phys. Rev. **D55**, 2918 (1997), **D52**, 5295 (1995), Phys. Atom. Nucl. **57**, 490 (1994) [Yad. Fiz. **57**, 520 (1994)].
- [9] M.Dugan and B.Grinstein// Phys. Lett. **B255**, 583 (1991);
M.A.Shifman// Nucl. Phys. **B388**, 346 (1992);
B.Blok, M.Shifman// Nucl. Phys. **B389**, 534 (1993).
- [10] B.Guberina et al.// Nucl. Phys. **B174**, 317 (1980);
M.B.Voloshin, M.A.Shifman// Yad. Fiz. **41**, 187 (1985);
M.B.Voloshin, M.A.Shifman// Sov. Phys. JETP **64**, 698 (1986).
- [11] L.Bergström et al.// Phys. Rev. **D43**, 2157 (1991).

- [12] R. Mertig// The FeynCalc Book, March 12, (1999),
Copyright ©1999 Mertig Research & Consulting,
HTML version: <http://www.feyncalc.com>
- [13] E.Eichten, C.Quigg// Phys. Rev. **D49**, 5845 (1994);
S.S.Gershtein et al.// Phys. Rev. **D51**, 3613 (1995);
S.S.Gershtein et al.// Usp. Fiz. Nauk **165**, 3 (1995);
E.Eichten, C.Quigg// Phys. Rev. **D52**, 1726 (1995);
V.V.Kiselev// Phys. Part. Nucl. **31**, 538 (2000) [Fiz. Elem. Chast. Atom. Yadra **31**, 1080 (2000)];
V.V.Kiselev// Int. J. Mod. Phys. **A11**, 3689 (1996);
V.V.Kiselev// Nucl. Phys. **B406**, 340 (1993).
- [14] Ch.-H.Chang, Y.-Q.Chen, G.-L.Wang, H.-Sh.Zong// hep-ph/0103036 (2001).
- [15] D.E.Groom et al.// Eur. Phys. J. **C15**, 1 (2000).
- [16] Ch.-H.Chang, Y.-Q.Chen// Phys. Rev. **D49**, 3399 (1994).
- [17] A. Abd El-Hady, J.H.Munoz, J.P. Vary// Phys. Rev. **D62**, 014019 (2000).

TWO-PARTICLE DECAYS OF B_c MESON INTO ORBITALLY EXCITED CHARMONIUM STATES

© 2002 V.V. Kiselev,³ O.N. Pakhomova, V.A. Saleev⁴

The factorization of hard and soft contributions into the hadronic decays of B_c meson at large recoils is explored in order to evaluate the decay rates into the S, P and D-wave charmonia associated with ρ and π . The constraints of approach applicability and uncertainties of numerical estimates are discussed. The mode with the J/ψ in the final state is evaluated taking into account the cascade radiative electromagnetic decays of excited P-wave states, that enlarges the branching ratio by 20–25%.

Поступила в редакцию 10/IV/2002;
в окончательном варианте — 24/V/2002.

³Kiselev Valery Valerievich, Dept. of Theoretical Physics, Institute for High Energy Physics, 142280, Protvino, Russia.

⁴Pakhomova Olga Nikolaevna (pakhomova@ssu.samara.ru), Saleev Vladimir Anatolievich (saleev@ssu.samara.ru), Dept. of General and Theoretical Physics, Samara State University, 443011, Samara, Russia.