

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВСТРЕЧНЫХ ПОТОКОВ ПАРА И ЖИДКОСТИ В ТЕПЛОВЫХ ТРУБАХ¹

© 2001 Н.И. Ключев, В.А. Бруйка²

Предложены математические модели взаимодействия пара и жидкости в тепловой трубе с капиллярной структурой и в вертикальном цилиндрическом термосифоне. Проведено исследование критического режима течения встречных потоков пара и жидкости на основе численного решения краевых задач. В размерном и безразмерном виде получены зависимости для потерь давления в жидкости и напряжения трения на стенке канавки и поверхности жидкости. Для случая отсутствия взаимодействия пара и жидкости проведено сравнение с решением Пуазейля. Вычислены предельные тепловые потоки на основе анализа критерия Вебера. Результаты сопоставлены с известными в литературе данными.

Введение

В настоящее время тепловые трубы находят широкое применение в авиационной и космической технике. Передача теплоты в тепловой трубе происходит посредством испарения-конденсации теплоносителя. Возврат теплоносителя в зону испарения происходит, как правило, при взаимодействии со встречным потоком пара. Физическое описание этого процесса известно, в то время как математическая задача о взаимодействии жидкостного и газового потоков практически неразрешима в общем случае. Трудности связаны с тем, что задача по взаимодействию газа и жидкости является сопряженной гидродинамической задачей. Все это осложняется существенной нелинейностью исходных дифференциальных уравнений, трудностями в вычислениях, а также другими факторами.

Однако для тепловых труб возможно следующее упрощение исходной сопряженной задачи. Скорость пара в тепловой трубе на порядок и более превосходит скорость жидкости. Жидкость не оказывает существенного влияния на паровой поток, напротив, пар может сильно влиять на течение жидкости. Данное обстоятельство позволяет разделить исходную сопряженную задачу на внешнюю — о течении пара и внутреннюю — о течении жидкости. Сопряжение внутренней и внешней задач выполняется через напряжение трения, полученное из решения внешней задачи.

¹Представлена доктором физико-математических наук профессором Ю.Н. Радаевым.

²Ключев Николай Ильич (kluev@info.ssu.samara.ru), Бруйка Виталий Анатольевич (cauchy@ssu.samara.ru), кафедра математического моделирования в механике Самарского государственного университета, 443011, г.Самара, ул. Акад. Павлова, 1.

Взаимодействие встречных потоков пара и жидкости приводит к возникновению напряжения трения на поверхности раздела фаз. В связи с этим увеличиваются потери давления в жидкостном и паровом потоках. Более того, при достижении паром некоторой скорости возникает явление "срыва" верхних слоев жидкости. Такой режим течения потоков называют критическим. Несмотря на большое количество экспериментальных данных, качественная картина критического режима остается невыясненной, отсутствуют математические модели по взаимодействию газовых и жидкостных потоков. Актуальность задачи связана с тем, что срыв жидкостного потока обозначает предел по тепло- и массопереносу и его изучение необходимо для определения предельных характеристик тепловых труб. Взаимодействие встречных потоков проявляется и в модификации тепловых труб при отсутствии капиллярной структуры, например в термосифонах.

В работах [1, 4] проведены экспериментальные исследования взаимодействия встречных потоков пара и жидкости. Полученные результаты обобщены в виде критериальных уравнений, которые дают лишь количественные характеристики. В работе [2] предложена математическая модель, основанная на аналитическом решении исходных уравнений движения. Получено соотношение, определяющее наступление критического режима, однако рекомендации к его использованию весьма противоречивы. В данной работе предложены математические модели взаимодействия пара и жидкости в тепловой трубе с канавочной капиллярной структурой и в термосифоне. Проведено качественное исследование критического режима, получены необходимые характеристики течения пара и жидкости, проведено сравнение с имеющимися опытными данными.

1. Математическая модель течения в прямоугольной канавке транспортной зоны тепловой трубы

Тепловая труба представляет собой замкнутый объем, на внутренней поверхности которого расположена капиллярно-пористая структура, заполненная жидким теплоносителем (рис.1). Теплоноситель должен смачивать капиллярную поверхность, быть химически однородным и не вступать в химическую реакцию с материалом корпуса. В тепловой трубе можно условно различить три зоны: испарения, транспортная и конденсации. При подводе тепла в зоне испарения жидкость нагревается и начинает интенсивно испаряться. Поток пара через транспортную зону перемещает-

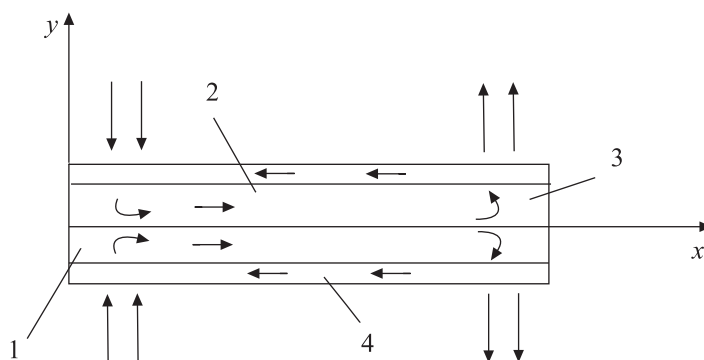


Рис. 1. Схема тепловой трубы: 1 — зона подвода тепла, 2 — транспортная зона, 3 — зона конденсации, 4 — капиллярно-пористая структура

ся в зону конденсации. Возврат жидкости из конденсаторной зоны в испарительную происходит по капиллярно-пористой структуре, таким образом обеспечивая непрерывную циркуляцию теплоносителя в тепловой трубе.

Рассмотрим тепловую трубу с капиллярной структурой, выполненной в виде прямоугольных капиллярных канавок (рис.2). Течение жидкости в транспортной зоне

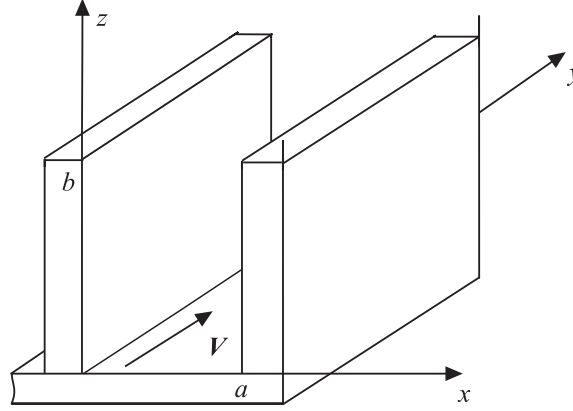


Рис. 2. Схема прямоугольной капиллярной канавки тепловой трубы: a — ширина канавки, b — ее высота

считаем ламинарным, жидкость несжимаемой при постоянном расходе массы.

Основными уравнениями модели будут система уравнений Навье-Стокса для вязкой несжимаемой жидкости в отсутствие массовых сил

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \text{grad } p + \nu \Delta \mathbf{V} \quad (1.1)$$

и уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{V}) = 0, \quad (1.2)$$

где $\mathbf{V}$ — вектор скорости жидкости, ν — кинематическая вязкость жидкости, p и ρ — давление и плотность жидкости соответственно.

В транспортной зоне скорость течения жидкости не зависит от продольной координаты y , тогда имеем $V = V(x, z)$. Проектируя векторное уравнение (1.1) на координатные оси x , z и отбрасывая нулевые слагаемые, получаем, что $p = p(y)$, то есть давление в канавке не зависит от x и z . Таким образом, уравнение (1.1) запишется в виде

$$\frac{\partial^2 V}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 V}{\partial^2 z} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y}. \quad (1.3)$$

Добавим к уравнению (1.3) граничные условия

$$\begin{aligned} x = 0, V = 0; \quad x = a, V = 0; \\ z = 0, V = 0; \quad z = b, \frac{\partial V}{\partial z} = \frac{\tau}{\mu}, \end{aligned} \quad (1.4)$$

где τ — напряжение трения, полученное из решения внешней задачи о течении пара.

Примем b за характерный размер и выполним безразмерные преобразования уравнения (1.3) и граничных условий (1.4). Преобразуем правую часть уравнения

(1.3). Так как $p = p(y)$, имеем $\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{dp}{dy} \approx \frac{\Delta p}{l}$, где p — перепад давления по длине транспортной зоны, l — длина транспортной зоны. Получим уравнение

$$\frac{\partial^2 \bar{V}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{V}}{\partial \bar{z}^2} = -1 \quad (1.5)$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} \bar{x} = 0, \bar{V} = 0; \quad \bar{x} = \frac{a}{b}, \bar{V} = 0; \\ \bar{z} = 0, \bar{V} = 0; \quad \bar{z} = 1, \frac{\partial \bar{V}}{\partial \bar{z}} = \bar{\tau}, \end{aligned} \quad (1.6)$$

где $\bar{x} = \frac{x}{b}$, $\bar{y} = \frac{y}{b}$, $\bar{z} = \frac{z}{b}$, $\bar{V} = \frac{V l \mu}{b^2 \Delta p}$, $\bar{\tau} = \frac{\tau l}{b \Delta p}$ — безразмерные переменные.

Итак, уравнение (1.5) с граничными условиями (1.6) дает нам краевую задачу для нахождения продольной скорости жидкости в прямоугольной канавке. Положительное значение $\bar{\tau}$ будет соответствовать спутному паровому потоку, отрицательное — встречному и $\bar{\tau}=0$, если нет взаимодействия между жидкостью и паром.

Краевая задача решалась численно методом сеток. Полученное численное решение позволило построить профиль скорости жидкости для различных значений $\bar{\tau}$. Для случая, когда $\bar{\tau}=0$, профиль скорости изображен на рис.3.

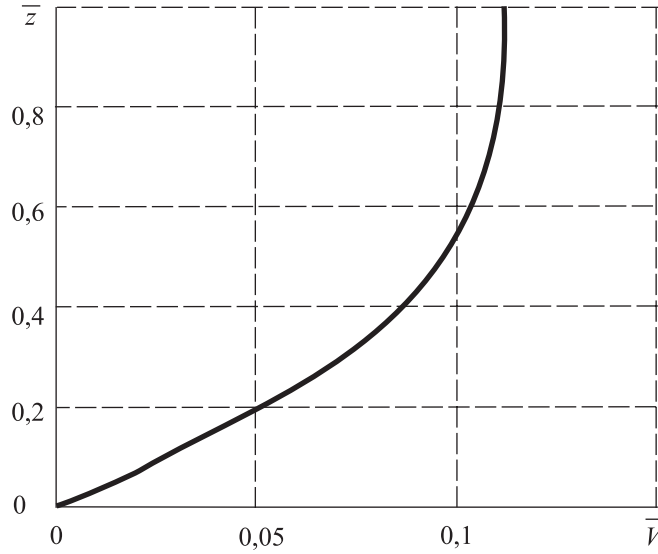


Рис. 3. Профиль безразмерной скорости по сечению $x = a/2$ при $a = b$

Используя численное решение, можно получить среднее значение скорости жидкости, которое зависит от геометрии канавки, то есть $\bar{V}_{cp} = f_0(b/a)$. С другой стороны, воспользовавшись соотношением для безразмерной скорости, получим

$$\bar{V}_{cp} = \frac{V_{cp} l \mu}{b^2 \Delta p} = f_0(b/a). \quad (1.7)$$

Пользуясь этой связью, можно получить зависимости для потерь давления в размерном

$$\frac{dp}{dy} = \frac{V_{cp} \mu}{f_0(b/a) b^2} \quad (1.8)$$

и безразмерном виде

$$\frac{d\bar{p}}{d\bar{y}} = \frac{2}{\text{Re}_b f_0(b/a)}, \quad (1.9)$$

где $\bar{p} = \frac{2p}{\rho V_{cp}^2}$, $\bar{y} = \frac{y}{b}$, $\text{Re}_b = \frac{V_{cp} b}{\nu}$.

Далее, если умножить потери давления на площадь поперечного сечения канавки, то получим силу сопротивления на поверхности канавки

$$F = \Delta p ab. \quad (1.10)$$

Иначе силу сопротивления можно записать как

$$F = \tau_w(a + 2b), \quad (1.11)$$

где τ_w — напряжение трения на стенках канавки.

Приравнявая (1.10) и (1.11), найдем среднюю величину трения на стенках канала в размерном

$$\tau_w = \frac{V_{cp} \mu}{b(1 + 2b/a) f_0(b/a)} \quad (1.12)$$

и безразмерном виде

$$\bar{\tau}_w = \frac{2\tau_w}{\rho V_{cp}^2} = \frac{2}{\text{Re}_b(1 + 2b/a) f_0(b/a)}. \quad (1.13)$$

Используя эквивалентный радиус, можно провести сравнение с решением Пуазейля для прямоугольных каналов

$$\frac{dp}{dy} = \frac{18\mu V_{cp}}{b^2}. \quad (1.14)$$

Для $a = b$ из численного решения определим $f_0 = 0,056$. Тогда, согласно (1.8), получим соотношение

$$\frac{dp}{dy} = \frac{17,8\mu V_{cp}}{b^2}. \quad (1.15)$$

Расхождение формул (1.14) и (1.15) не превосходит 1%, что является вполне удовлетворительным для численного решения.

Рассмотрим случай встречного взаимодействия пара и жидкости, что соответствует $\bar{\tau} < 0$. Очевидно, что верхние слои жидкости будут испытывать торможение встречным потоком пара и оно, в силу вязкости жидкости, будет передаваться в глубину канавки. При некоторой величине трения верхний слой жидкости в канавке полностью останавливается. Дальнейшее увеличение скорости пара приводит к тому, что верхние слои жидкости начинают двигаться в обратную сторону. Критическим режимом течения назовем такое течение встречных потоков пара и жидкости, при котором начинается интенсивный унос капель жидкости паровым потоком обратно в зону конденсации. Количественные характеристики критического режима будут рассмотрены ниже.

Если и далее увеличивать скорость пара, то трение на поверхности взаимодействия становится таким, что жидкость полностью сносится встречным потоком и не поступает в испаритель. Испарение прекращается, тормозящее влияние пара исчезает, и движение и испарение возобновляются. Эти процессы периодически повторяются.

Потери давления определим исходя из формулы (1.8)

$$\frac{dp}{dy} = \frac{V_{cp}\mu}{f(b/a)b^2}, \quad (1.16)$$

где $f(b/a)$ — средняя безразмерная скорость жидкости, соответствующая встречному течению потоков.

Эти потери давления по длине канавки l будут определяться трением на стенках канавки τ_w и трением на поверхности жидкости τ . Таким образом,

$$\frac{V_{cp}\mu l}{b^2 f(b/a)} ab = \tau_w l(a + 2b) + \tau al. \quad (1.17)$$

Выражая отсюда трение на поверхности жидкости, получим

$$\tau = \frac{V_{cp}\mu}{b} \left(\frac{1}{f(b/a)} - \frac{1}{f_0(b/a)} \right). \quad (1.18)$$

В безразмерном виде потери давления определяются аналогично (1.9)

$$\frac{d\bar{p}}{d\bar{y}} = \frac{2}{\text{Re}_b f(b/a)}. \quad (1.19)$$

Трение на поверхности раздела фаз в безразмерном виде, опираясь на (1.18), можно записать как

$$\bar{\tau} = \frac{2\tau}{\rho V_{cp}^2} = \frac{2}{\text{Re}_b} \left(\frac{1}{f(b/a)} - \frac{1}{f_0(b/a)} \right). \quad (1.20)$$

Обратимся к исследованию критического режима течения. Воспользуемся критериальным соотношением Уоллиса-Кутателадзе [4], характеризующим режим "захлебывания" течения в противоточных парожидкостных системах

$$q = \frac{Q}{A_x} = C_k^2 h_{fg} \left(\frac{\sigma}{h} \right) \left(\rho_f^{-1/4} + \rho_g^{-1/4} \right)^{-2}, \quad (1.21)$$

где $C_k = \sqrt{3,2} \text{th} \left(0,5 \text{Bo}^{1/4} \right)$, A_x — поперечное сечение парового канала, h_{fg} — скрытая теплота парообразования, $\text{Bo} = [Dg(\rho_f - \rho_g)/\sigma]^{1/2}$ — критерий Бонда, g — ускорение свободного падения, D — диаметр парового канала, ρ — плотность, σ — поверхностное натяжение, h — ширина канавки, индексы f и g соответствуют пару и жидкости.

Среднюю скорость потока пара можно выразить через плотность теплового потока

$$V_{cp}^f = \frac{q}{\rho_f L}, \quad (1.22)$$

где L — скрытая теплота парообразования.

Подставляя q , вычисленное по формуле (1.21), в (1.22), найдем скорость пара, соответствующую критическому режиму течения встречных потоков пара и жидкости.

Скорость жидкости в канавке при критическом режиме течения найдем из условия равенства массовых расходов пара и жидкости

$$V_{cp}^g = \frac{\pi R^2 V_{cp}^f \rho_f}{ab n \rho_g}, \quad (1.23)$$

где n — число канавок в тепловой трубе.

Для парового потока трение на стенке в цилиндрическом канале определяется из решения внешней задачи [3] как $\frac{2\tau}{\rho_f V_{cp}^2} = \frac{16}{\text{Re}}$, откуда найдем величину трения

$$\tau = \frac{4V_{cp}^f \mu_f}{R}, \quad (1.24)$$

где R — радиус парового канала.

Из соотношения (1.18) найдем

$$f(b/a) = \left(\frac{1}{f_0(b/a)} + \frac{\tau b}{V_{cp}^g \mu_g} \right)^{-1}. \quad (1.25)$$

Подставляя в (1.25) значение трения, вычисленное по (1.24), получим величину средней безразмерной скорости, которая соответствует критическому режиму течения встречных потоков пара и жидкости.

Далее, используя программу, реализующую алгоритм численного решения задачи о течении жидкости в канавке, можно подобрать такое значение $\bar{\tau} < 0$, чтобы получить вычисленную из (1.25) величину $f(b/a)$. Таким образом, можно получить профиль скорости жидкости при критическом режиме течения (рис.4).

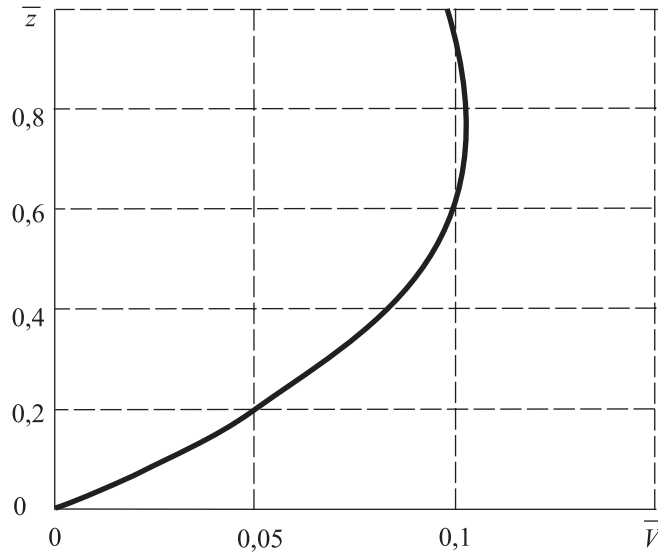


Рис. 4. Профиль безразмерной скорости по сечению $x = a/2$, $a = b$ при критическом режиме течения встречных потоков пара и жидкости

Как видно из рис.4, существует плоскость $\bar{z} = \bar{z}_0$, в которой касательная к графику параллельна оси z , следовательно, напряжение трения на этом слое равно 0. Таким образом, слои жидкости выше координаты $\bar{z}_0$ не взаимодействуют с нижележащими слоями жидкости, что ведет к расслоению общего потока жидкости. На входе в зону испарения появляется поперечный градиент давления, обусловленный фазовым переходом, а также градиент противодавления. Под действием этих сил верхние слои жидкости выталкиваются в паровой поток.

Разрушение верхних слоев жидкости паровым потоком происходит, когда сила инерции в потоке пара сравнивается с силой поверхностного натяжения в жидкости. Следовательно, формируя критерий, который отражает соотношение между собой инерциальных сил парового потока и сил поверхностного натяжения в жидкости, мы получаем возможность исследовать критический режим течения пара и жидкости. Этот критерий представлен числом Вебера, записанным в виде

$$We = \frac{\rho_f V_{cp}^2}{\sigma/a}. \quad (1.26)$$

Расчеты по формулам (1.21) – (1.26) показывают, что с увеличением температуры теплопереноса число Вебера все менее отличается от 1. В силу того, что соотношение (1.21) есть критериальное уравнение, можно считать, что при критическом режиме $We = 1$. Тогда, согласно (1.26), получим

$$V_{cp}^f = \sqrt{\frac{\sigma}{a\rho_f}}. \quad (1.27)$$

Переходя к тепловой мощности, найдем

$$\frac{Q_{max}(t)}{S} = \rho_f(t) V_{cp}^f L(t), \quad (1.28)$$

где S — площадь поперечного сечения парового канала, L — скрытая теплота парообразования, t — температура процесса.

Критическая тепловая мощность характеризует гидродинамическую границу взаимодействия встречных потоков пара и жидкости в открытых капиллярных канавках цилиндрической тепловой трубы. Результаты расчетов представлены на рис.5.

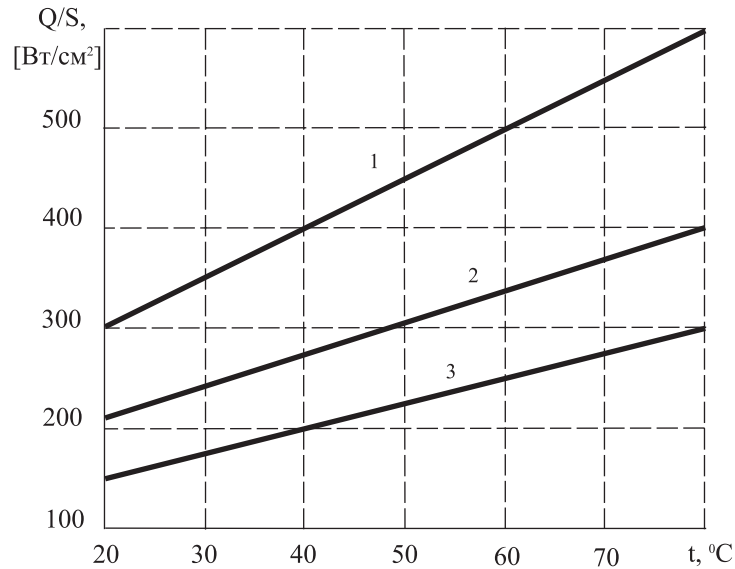


Рис. 5. Зависимость плотности теплового потока от температуры процесса: 1 — $b/a = 2$, 2 — $b/a = 1$, 3 — $b/a = 0,5$; $b = 1$ мм, теплоноситель — ацетон

Возрастание плотности теплового потока обусловлено существенным увеличением плотности пара в зависимости от температуры. Уменьшению величины b/a соответствует увеличение ширины канавки. При увеличении ширины канавки критический режим наступает при меньших скоростях парового потока, поэтому предельная тепловая мощность уменьшается. Сравнение тепловой мощности, подсчитанной по (1.21), с результатами расчета по (1.28) представлено на рис.6.

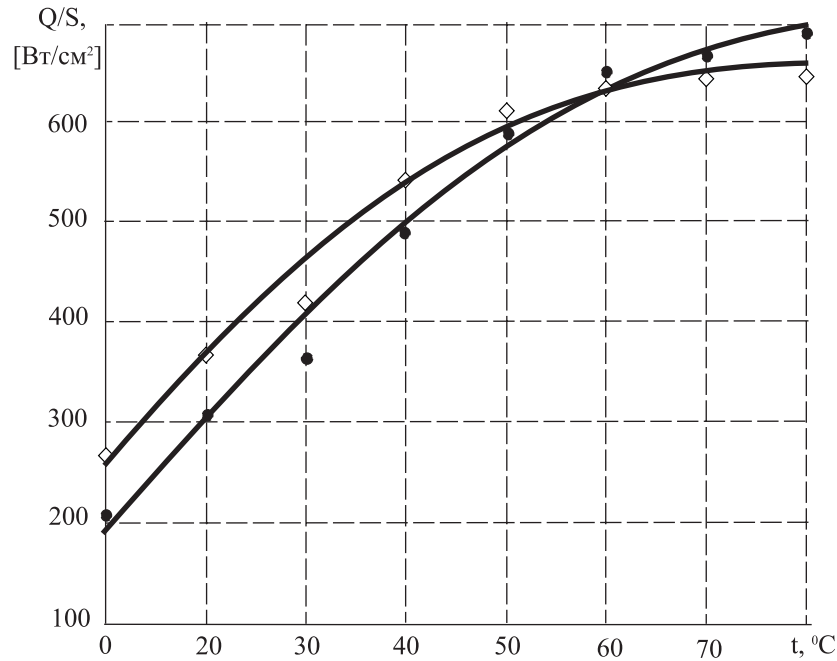


Рис. 6. Сравнение полученных результатов со значениями, подсчитанными по (1.21) при $D = 18$ мм, $h = 0,5$ мм, $\diamond$ — (1.21), $\bullet$ — (1.28), теплоноситель — ацетон

Расхождение результатов, полученных по (1.21) и (1.28), не превосходит 25%.

Следовательно, соотношение $We = \frac{\rho_f V_{cp}^2}{\sigma/a} = 1$ может быть использовано для определения режима течения, при котором происходит отрыв жидкости встречным потоком пара.

2. Математическая модель взаимодействия жидкости и газа в транспортной зоне вертикального цилиндрического термосифона

Термосифоном называется тепловая труба, где отсутствует капиллярная структура и циркуляция теплоносителя осуществляется за счет силы тяжести (рис.7). Это возможно, если зона конденсации расположена выше испарительной зоны. Отсутствие капиллярной структуры приводит к тому, что конденсат стекает по стенке термосифона в зону испарения. Процесс массопереноса может происходить по-разному, в зависимости от степени заполнения термосифона теплоносителем. Можно

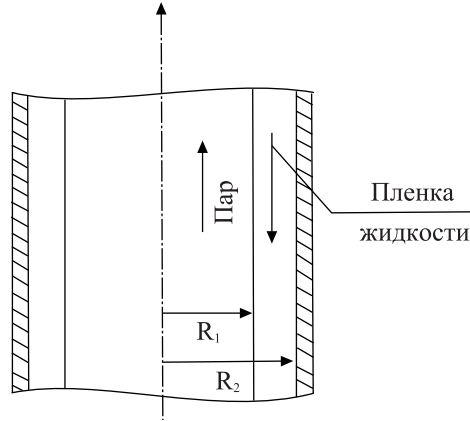


Рис. 7. Схема транспортной зоны цилиндрического термосифона: R_1 — радиус парового канала, R_2 — внешний радиус жидкой пленки

выделить три качественно различающихся режима работы термосифона: стекающей пленки, снарядный (или пробковый) и режим двухфазной смеси [1].

Режим стекающей пленки жидкости реализуется при степени заполнения, соответствующей количеству жидкости, стекающей в виде пленки по внутренним стенкам термосифона, и количеству теплоносителя в паровой фазе. При наличии избытка теплоносителя по сравнению с количеством, необходимым для осуществления режима стекающей пленки, режим работы термосифона (снарядный и двухфазной смеси) зависит от его диаметра. При относительно малом диаметре термосифона отдельные паровые пузыри собираются в верхней части зоны нагрева в паровые пробки, занимающие все поперечное сечение трубы и выталкивающие при своем движении находящуюся над ними жидкость в конденсатор. Вследствие этого восходящее движение отдельных паровых пробок чередуется с нисходящим движением жидкости, и работа термосифона носит явно выраженный пульсационный характер. С увеличением диаметра трубы и повышением давления в полости термосифона в нижней части трубы образуется двухфазная смесь с распределением паровых пузырей вблизи стенки. При этом отдельные паровые пузыри покидают двухфазный слой, не сливаясь в паровые пробки, и движение двухфазного потока в целом стабилизируется.

В данной модели предполагается пленочный режим стекания теплоносителя. Скорость пара в термосифоне гораздо больше скорости жидкости, поэтому сопряженная гидродинамическая задача может быть разделена на внешнюю — о течении пара и внутреннюю — о течении жидкости. Рассмотрим режимы работы, для которых числа Маха $M < 0,3$ и числа Рейнольдса $Re < 2300$. В этом случае пар можно считать несжимаемой жидкостью, а течение ламинарным. Основными соотношениями модели будут уравнение Навье-Стокса в общем виде

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = \mathbf{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad } p + \nu \Delta \mathbf{V} \quad (2.1)$$

и уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{V}) = 0. \quad (2.2)$$

Рассмотрим внешнюю задачу об установившемся течении пара в цилиндрическом канале транспортной зоны вертикального двухфазного термосифона. Массовыми силами, действующими на паровой поток, пренебрегаем в силу их малости.

3. Течение пара в транспортной зоне вертикального термосифона

В транспортной зоне массовый расход пара одинаков в любом сечении. В качестве условия на границе течения для внешней задачи вместо жидкости задаем твердую стенку. Введем цилиндрическую систему координат r, θ, y . Скорость пара имеет только продольную составляющую вдоль оси y . Можно показать, что перепад давления в радиальном направлении равен нулю, следовательно, $p = p(y)$. Таким образом, уравнения (2.1) и (2.2) можно записать в виде

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} r \left(\frac{dV}{dr} \right) = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dy}. \quad (3.1)$$

Поставим граничные условия

$$r = 0, \frac{dV}{dr} = 0; \quad r = R_1, V = 0, \quad (3.2)$$

где r, y — радиальная и продольная координаты, p — давление, V — продольная скорость, R_1 — внешний радиус потока, μ — динамическая вязкость.

Интегрируя уравнение (3.1) и удовлетворяя граничным условиям (3.2), получим

$$V = \frac{1}{4\mu} \frac{dp}{dy} (r^2 - R_1^2). \quad (3.3)$$

Среднюю скорость потока пара в поперечном сечении канала определим как

$$V_{cp} = \frac{1}{\pi R_1^2} \int_S V dS = -\frac{R_1}{8\mu} \frac{dp}{dy}, \quad (3.4)$$

где $S = \pi R_1^2$ — площадь поперечного сечения парового канала.

Используя закон трения Ньютона, вычислим напряжение трения на стенке канала

$$\tau = \mu \left(\frac{dV}{dr} \right)_{r=R_1} = -\frac{4\mu_f V_{cp}^f}{R_1}, \quad (3.5)$$

где индекс f соответствует пару. Знак "минус" показывает, что сила трения направлена в сторону, противоположную движению пара.

4. Течение жидкости в транспортной зоне вертикального термосифона

В силу того, что давление по оси парового потока изменяется незначительно, для жидкости можно принять $\frac{dp}{dy} = 0$, следовательно, поперечный перепад давления будет одинаковым во всех сечениях. Толщина пленки принимается постоянной, поэтому скорость жидкости по оси канала не меняется, то есть $\frac{dV}{dy} = 0$. Массовыми силами пренебрегать нельзя, так как пленка жидкости стекает под действием силы тяжести. Уравнения (2.1) и (2.2), с учетом вышесказанного, можно представить в виде

$$\nu \frac{1}{r} \frac{d}{dr} r \left(\frac{dV}{dr} \right) = g \sin \varphi \quad (4.1)$$

с граничными условиями

$$r = R_1, \frac{dV}{dr} = \frac{\tau}{\mu}; \quad r = R_2, V = 0, \quad (4.2)$$

где ν — кинематическая вязкость, φ — угол наклона к горизонту оси термосифона, τ — трение, полученное из решения внешней задачи, g — ускорение свободного падения, R_1, R_2 — внутренний и внешний радиусы жидкой пленки.

Проводя интегрирование уравнения (4.1) с граничными условиями (4.2), получим профиль скорости

$$V(r) = \frac{g \sin \varphi}{4\nu} (R_2^2 - r^2) + \frac{R_1}{\nu} \left(\frac{\tau}{\rho} + \frac{g R_1 \sin \varphi}{2} \right) \ln \left(\frac{r}{R_2} \right). \quad (4.3)$$

Найдем объемный расход жидкости через поперечное сечение жидкой пленки. Элементарный расход через элемент площади $dS = 2\pi r dr$ запишем как $dG = V(r)dS = 2\pi V(r)r dr$ и, интегрируя, получим

$$G = 2\pi \int_{R_1}^{R_2} V(r)r dr. \quad (4.4)$$

С другой стороны,

$$G = 2\pi R_1 (R_2 - R_1) V_{cp}^g, \quad (4.5)$$

где индекс g соответствует жидкости. Приравнявая (4.4) и (4.5) и выражая среднюю скорость жидкости, получим

$$V_{cp}^g = \frac{\int_{R_1}^{R_2} V(r)r dr}{R_1(R_2 - R_1)}. \quad (4.6)$$

5. Взаимодействие жидкости и потока пара в транспортной зоне термосифона

Как уже было сказано ранее, взаимодействие противоположно направленных потоков пара и жидкости оказывает существенное влияние на тепло- и массоперенос. При относительно небольших тепловых нагрузках и малой толщине пленки жидкости течение носит устойчивый характер, то есть паровой поток не оказывает существенного влияния на течение жидкости. При некоторой скорости пара жидкая пленка начинает разрушаться, и возникает паразитная циркуляция теплоносителя, который скапливается в конденсаторе и, таким образом, исключается из тепло-массопереноса. Это может привести к перегреву зоны испарения и выходу из строя термосифона. Соотношение (3.5) дает связь между скоростью парового потока и напряжением трения на поверхности раздела фаз. Из решения внутренней задачи, согласно (4.6), была получена средняя скорость жидкости. Указанные два уравнения содержат четыре неизвестных величины: напряжение трения τ , средняя скорость пара V_{cp}^f , средняя скорость жидкости V_{cp}^g , внутренний радиус парового канала R_1 (геометрические размеры термосифона и теплофизические параметры теплоносителя считаются заданными). Чтобы замкнуть систему, надо добавить еще два условия. Первым условием будет закон сохранения массы

$$\pi R_1^2 V_{cp}^g \rho_f = \pi (R_2^2 - R_1^2) V_{cp}^g \rho_g. \quad (5.1)$$

Второе условие, при котором жидкая пленка разрушается, есть условие $We = 1$, где We — число Вебера, отношение инерционных сил в потоке пара к силам поверхностного натяжения в пленке жидкости

$$We = \frac{\rho_f V_{cp}^2}{\sigma / (R_2 - R_1)}. \quad (5.2)$$

В (5.2) в качестве характерного размера выбрана толщина жидкой пленки, так как она является величиной, определяющей течение жидкости в канавке. Таким образом, уравнения (3.5), (4.6), (5.1) и (5.2) образуют замкнутую систему из четырех нелинейных уравнений с четырьмя неизвестными. Решая ее, получим параметры критического режима встречного течения потоков.

Переходя к тепловой мощности, получим

$$Q(t) = \pi R_1^2 V_{cp}^f \rho_f(t) L(t), \quad (5.3)$$

где L — скрытая теплота парообразования, t — температура процесса, V_{cp}^f — критическая скорость парового потока.

Этот поток будет предельным для заданной геометрии термосифона и температуры теплопереноса. Чтобы произвести расчет, необходимо задать геометрию термосифона и выбрать теплоноситель. Расчет проведен для термосифона радиусом $r=15$ мм, теплоноситель — вода. На рис.8 представлен профиль скорости жидкости в стекающей пленке.

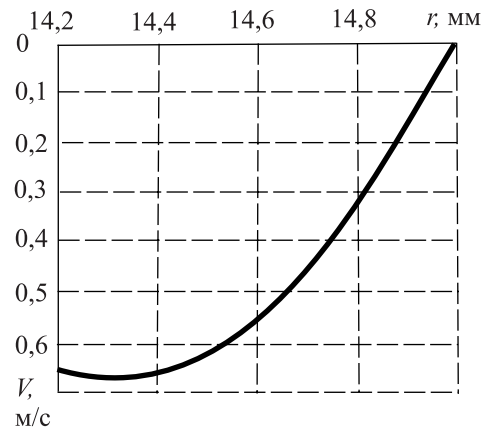


Рис. 8. Профиль скорости в стекающей пленке жидкости, теплоноситель — вода при $t = 60^\circ C$

Как видно из рис.8, существует плоскость, в которой трение между слоями жидкости равно 0. Верхние слои жидкости уже не удерживаются силами трения с основным потоком. Любое возмущение может привести к срыву жидкости паровым потоком. Такие возмущения появляются на границе транспортной зоны и зоны испарения, где проявляются радиальный и встречный градиенты давления. Очевидно, что возмущение может распространяться вверх по потоку и отрыв жидкости будет происходить уже в транспортной зоне. На рис.9 представлена зависимость предельной тепловой мощности от температуры теплопереноса.

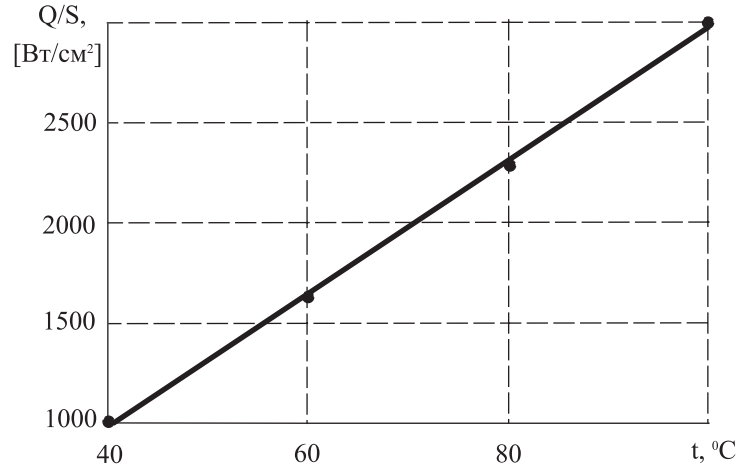


Рис. 9. Зависимость предельного теплового потока, отнесенного к площади поперечного сечения парового канала, от температуры: $r = 15$ мм, теплоноситель — вода

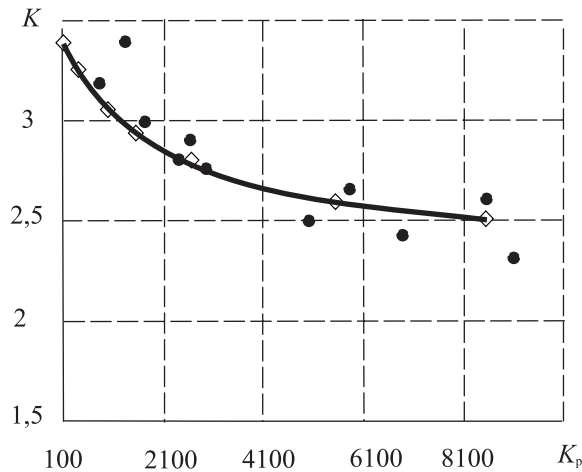


Рис. 10. Сравнение полученных результатов с опытными данными: ● — данные работы [1]

На рис.10 приведены полученные результаты и опытные данные работы [1], обработанные в критериях

$$K = \frac{\omega''_{kp} \sqrt{\rho''}}{\sqrt[4]{\sigma g (\rho' - \rho'')}} \quad \text{и} \quad K_p = \frac{p}{\sigma} \sqrt{\frac{\sigma}{g (\rho' - \rho'')}} ,$$

где ω''_{kp} — критическая скорость парового потока, ρ' — плотность жидкости, ρ'' — плотность пара, σ — поверхностное натяжение жидкости, p — давление, g — ускорение свободного падения. Максимальное расхождение результатов не превосходит 10%.

Таким образом, предложенная математическая модель процесса взаимодействия пара и жидкости в противоточном термосифоне достаточно хорошо отражает реальные физические процессы и может быть рекомендована для расчета предельной тепловой мощности в двухфазном термосифоне.

Литература

- [1] Безродный М.К. О верхней границе максимальной теплопередающей способности испарительных термосифонов// Теплоэнергетика. 1978. № 8.
- [2] Ивановский М.Н., Сорокин В.П., Ягодкин И.В. Физические основы тепловых труб. М.: Атомиздат, 1978. 256 с.
- [3] Ключев Н.И. Математическое моделирование процессов взаимодействия жидких и газообразных сред: Учебное пособие. — Самара: Изд-во Самарского гос. университета, 2000. 48 с.
- [4] Тьен К.Л., Чанг К.С. Ограничения по переносу в тепловых трубах, связанные с уносом капель жидкости потоком пара// Ракетная техника и космонавтика. 1979. Т.17, № 6.

MATHEMATICAL MODELLING INTERACTION OF COUNTER STREAMS OF VAPOUR AND FLUID IN HEAT-PIPES³

© 2001 N.I. Klyuev, V.A. Bruyaka⁴

In the paper, mathematical models for interaction of vapour and fluid in a heat-pipe with capillary structure and in a vertical cylindrical thermosiphon are developed. The study of the critical mode for the streams of vapour and fluid is based on the numerical solution of governing equations. The formulas of the pressure loss in fluid and the wall friction of a heat-pipe and surface of fluid in the both dimensional and dimensionless forms are obtained. In the case of negligible interaction of vapour and fluid the corresponding results are compared with the solution of Poiseuille. The limiting heat flux are computed by the aid of Webers criterion. The results are compared with available experimental data.

Поступила в редакцию 17/IX/2001;
в окончательном варианте — 12/XI/2001.

³Communicated by Dr. Sci. (Phys. & Math.) Prof. Yu.N. Radayev.

⁴Klyuev Nikolai Ilyich (klyuev@info.ssu.samara.ru), Bruyaka Vitaly Anatolyevich (cauchy@ssu.samara.ru), Dept. of Mathematical Simulation in Mechanics, Samara State University, Samara, 443011, Russia.