

МАТЕМАТИКА

УДК 517.9

АЛЕКСАНДР АНДРОНОВ И НЕЛИНЕЙНАЯ НАУКА

© 2001 Л.М. Беркович¹

Настоящая статья посвящена 100-летию со дня рождения академика А.А. Андропова, его вкладу в теорию нелинейных колебаний и качественную теорию нелинейных дифференциальных уравнений. Он по праву считается одним из пионеров нелинейной науки. Влияние А.А. Андропова и его научной школы на междисциплинарную нелинейную науку нашло достойное отражение в международной конференции "Прогресс в нелинейной науке" (Нижний Новгород, 2–6 июля 2001 г.). Работа конференции, в которой участвовало свыше 300 ученых, проходила по трем секциям: "Математические проблемы нелинейной динамики", "Границы нелинейной физики", "Нелинейные колебания, управление и информация".

Александр Александрович Андронов, основоположник современной теории нелинейных колебаний, создал всемирно известную научную школу и оставил учеников, продолживших его дело.

Он родился 11 апреля 1901 г. в Москве. В 1918 г. окончил трудовую школу II ступени (среднюю школу). Добровольцем вступил в Красную Армию. В 1920 г. вернулся в Москву и поступил в Высшее техническое училище (МВТУ) на электротехнический факультет. В 1921 г. начал слушать лекции в Московском университете (МГУ). В 1923 г. перевелся из МВТУ в МГУ. В 1925 г. окончил физмат МГУ по специальности "Теоретическая физика".

Студенческие годы А. Андропова совпали с расцветом московской математической школы. В то время студенты (математики и физики) слушали в Московском университете общие математические лекции. Кроме того, Андронов много самостоятельно занимался математикой и приобрел математическую культуру, более глубокую и разностороннюю, чем та, которой обычно обладают физики, в том числе и теоретики. В университетские годы он проявлял также большой интерес к теоретической механике (возможно, сказалось влияние С.А. Чаплыгина, который произвел на Александра сильное впечатление), и занятия ею наложили отпечаток на его творчество. С 1925 по 1929 гг. Андронов обучался в аспирантуре под научным руководством Леонида Исааковича Мандельштама в НИИ физики при МГУ. Аспирантура была решающим этапом в формировании ученого. Его основное внимание уделяется вопросам генерации колебаний, поставленным в порядок дня радиотехникой в связи с появлением электронной лампы. Как известно, в 1910–20 гг. началось быстрое развитие радиотехники. Ученые стали развивать соответствующую теорию

¹Беркович Лев Мейлихович (berk@ssu.samara.ru), действительный член Академии нелинейных наук, кафедра алгебры и геометрии Самарского государственного университета, 443011, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.

радиоустройств, но при этом они умели говорить только языком линейной теории колебаний.

Такой язык не соответствовал сущности явлений (принципиально нелинейных явлений!). Требовались новые понятия и новые математические средства. Стали применяться и частные решения нелинейных задач (Баркгаузен, Папалекси, Зоммерфельд, Ван-дер-Поль, Фридлиндер и др.). В то время, когда Андронов приступил к работе над диссертацией, ситуация характеризовалась небольшим количеством разрозненных, локальных попыток решения отдельных частных нелинейных задач.

Александр Александрович сумел осветить вопросы генерации колебаний с позиций "большой науки", указав адекватный этим вопросам математический аппарат. Развивая теорию нелинейных колебаний, он сумел установить тесный контакт между физикой и математикой.

Здесь произошло то, что определило весь дальнейший научный путь ученого: он усмотрел тождество замкнутых кривых на фазовой плоскости, изображающих незатухающие колебания часов и лампового генератора, с предельными циклами, которые были открыты и исследованы Пуанкаре вне всякой связи с техникой.

Итогом учебы в аспирантуре явилась диссертация "Предельные циклы Пуанкаре и теория автоколебаний" [1], посвященная коренным вопросам теории нелинейных колебаний и ставшая решающим звеном в самом создании этой теории. А. Андронов считал, что эта диссертация определила область его дальнейшей научной деятельности — теория колебаний и смежные вопросы математики и теоретической физики. До работ Андропова математики, занимавшиеся качественной теорией дифференциальных уравнений, не подозревали, что предельные циклы имеют отношение к физике и технике, а физики и инженеры, занимавшиеся исследованием процессов, связанных с генерацией колебаний, не знали, что математический аппарат, нужный для создания общей теории этих процессов, уже существует.

Андронов также установил связь между теорией генерации колебаний и теорией устойчивости А.М. Ляпунова, изложенной в его знаменитой работе "Общая задача об устойчивости движения" [2], впервые опубликованной в 1892 г.

Александр Александрович поставил вопрос об устойчивости предельных циклов (как известно, автоколебаниям отвечают только устойчивые предельные циклы). Для этой цели он сумел привлечь классические математические методы, развитые Ляпуновым и Пуанкаре для нужд небесной механики. Теория нелинейных колебаний стала научной дисциплиной, твердо опирающейся на труды Ляпунова и Пуанкаре.

Как считал ученый, в реальных физических системах автоколебания должны удовлетворять следующим двум условиям: 1) они должны сохраняться при достаточно малых изменениях самих систем (физическое требование "грубости" периодических движений, представляющих автоколебания); 2) движение, представляющее реальный автоколебательный процесс, должно быть устойчиво по отношению к изменению начальных условий (ляпуновское требование устойчивости периодических движений).

В диссертационной работе Андронов ввел в теорию колебаний настоящую, большую математику, основанную на теории нелинейных дифференциальных уравнений, дал автоколебаниям их название и четкое математическое определение, указал путь строгого анализа автоколебательных режимов, предопределив надолго вперед теоретический подход к исследованию автоколебательных систем. Он связал их теорию с *качественной теорией дифференциальных уравнений* (КТДУ), а потому и с топологией, а также общей теорией устойчивости движения. Его работы способствовали больше, чем чьи-либо другие, превращению учения об автоколебаниях и родствен-

ных им явлениях из набора немногих отрывочных результатов и расчетных рецептов в новую, прекрасную главу теории колебаний.

Судьба научных открытий. Крупное открытие в науке совершается дважды: первый раз абстрактно, теоретически, отдельными людьми, и это открытие никого не волнует и не трогает, его не замечают, а второй раз конкретно, практически, когда оно овладевает многими умами и потрясает людей, открывая им что-то ранее неведомое, неожиданное и очень важное. В теории колебаний так было с открытием автоколебаний, а также с открытием хаотических и стохастических колебаний.

У крупных открытий есть и третья фаза, когда ранее потрясшее всех открытие становится общеизвестным и как бы "исчезает". Так произошло с автоколебаниями и происходит сейчас с хаотическими и стохастическими колебаниями.

Первый раз устойчивые предельные случаи открыл А. Пуанкаре. Он изобразил решения дифференциальных уравнений в виде кривых в пространстве их переменных, и именно поэтому естественно и легко обнаружил предельные циклы. Почти никто не обратил внимание на то, что это чрезвычайно важно и несет открытие человечеству.

Открытие предельных циклов произошло в 80-е гг. XIX столетия. С этого времени берет начало КТДУ [3], ставящая целью выяснение общих свойств решений уравнений. Пуанкаре отмечал:

"Число уравнений, интегрируемых в квадратурах, крайне ограничено, и постольку, поскольку не решались изучать свойства интегралов самих по себе, вся эта аналитическая область оставалась лишь обширной *terra incognita*, которая казалась навсегда запретной для геометра.²

... После длинных и тщетных усилий свести эти проблемы к более простым геометры уступили, наконец, необходимости изучения проблем самих по себе и они были вознаграждены" [4, с. 580].

"Итак, необходимо изучать функции, определенные дифференциальными уравнениями, сами по себе, не пытаясь сводить к более простым формам" [4, с. 596].

Потребности науки и практики привели к необходимости изучения колебательных явлений в различных областях механики, физики, астрономии. Но теория колебаний конца XIX и начала XX веков была классической линейной теорией, она исследовала малые колебания с помощью линейных дифференциальных уравнений. Важнейшим исключением была небесная механика. Ее уравнения нелинейные — из-за ньютоновского закона всемирного тяготения. Неудивительно, что первые серьезные шаги в разработке методов решения нелинейных уравнений динамики делались именно в связи с задачами небесной механики. Особенно существенный вклад внес Пуанкаре. Он разработал метод отыскания периодических решений в нелинейных системах, содержащих малый параметр. Этот метод носит его имя и до сих пор является одним из основных в теории нелинейных колебаний. Пуанкаре рассмотрел и другие нелинейные уравнения, более общие, чем те, которыми описываются движения небесных тел. Однако эти исследования считались чисто математическими, не имеющими отношения к физике и технике.

Второй раз, спустя значительное время после Пуанкаре, устойчивые предельные циклы в виде автоколебаний реальных систем открыл Андронов. Открыл не как абстрактные устойчивые замкнутые кривые, а как исключительно важные явления в механике, электричестве, астрономии, химии и биологии. Это второе открытие вызвало революцию во взглядах инженеров и ученых. Подчас оно воспринималось

²Так по сложившейся исторической традиции в XIX веке называли вообще любого математика (примечание Л.Б.).

с недоверием, с большим трудом. Трудно было примириться с мыслью, что автоколебания возникают сами по себе, без внешнего воздействия.

Признание автоколебаний было без помех, пожалуй, только в зарождающейся радиотехнике.

А. Андронов не просто указал на идентичность предельных циклов Пуанкаре и автоколебаний в реальных объектах и системах автоколебаний. Он нашел их и изучил во многих реальных конкретных системах, обнаружил и исследовал явления синхронизации при периодическом воздействии на автоколебательную систему. Андронов опирался сначала на метод малого параметра Пуанкаре, а затем (в сильно нелинейных системах) — на метод точечных отображений (см., например, [5]).

Как работал Андронов. Предоставим слово известному физiku и коллеге Андронova Г.С. Горелику [6]:

”Многие физики для своих исследований поднимаются в стратосферу, плавают по океанам, взбираются на снеговые вершины Кавказа, строят гигантские сооружения (циклотроны и прочее). Кто знал 25-летнего Шурку Андронова с его могучим телосложением, буйной энергией, голосом, гремевшим на все этажи НИИФ МГУ, мог бы подумать, что именно он больше, чем кто-либо, предназначен для дел, не чуждых внешней эффектности, производящих сильное впечатление и на людей, далеких от науки. На деле оказалось совсем иначе. Подвиги А.А. Андронova иного рода. Они совершались в тишине. Для того чтобы их понять, нужно смотреть в глубь вещей”.

”...Научная работа Андронova протекает за письменным столом, наедине с белым листом бумаги, книгами и карандашом. Он большей частью исследует ДУ (или системы ДУ). Мне всегда хочется сказать, что Андронов исследует ДУ так, как зоолог исследует зверей (определяет вид и подвид, узнает повадки и строение внутренних органов) или как врач обследует пациента. Он допрашивает ДУ, применяя к нему свой богатый математический инструментарий, пользуясь разными рабочими критериями. Ставит диагноз и назначает лечение. Я хотел сказать: указывает метод решения, а иногда приходит к выводу, что случай безнадежен.”

Ученики и коллеги Андронova отмечали, что одной из характерных черт Александра Александровича как исследователя была его целеустремленность. Другой характерной его чертой была страстная потребность в полной, абсолютно логической ясности. С ней было связано его стремление при разработке любого научного вопроса к исчерпывающему знанию его истории и всех связей с другими вопросами, к стройной классификации всех возможных случаев, к применению возможно более общих математических методов.

”Мобилизация информации” (по А. Андронову). Приступая к новым исследованиям, Андронов всегда проводил мощную ”мобилизацию информации”. Этого удавалось достичь благодаря изучению литературы по теме исследования, а также его редкой библиографической памяти. Вот какое значение он придавал научной библиотеке.

”...Библиотека для научного работника является одним из основных ”орудий производства”. Она должна быть хорошо подобрана, и именно подбор книг библиотеки, а не количество книг должно стоять на первом месте в отношении предъявляемых требований. В библиотеке научного учреждения особенно показательны и ценны следующие ее отделы: во-первых, отдел русских и иностранных журналов. Они особенно ценны в виде целых комплектов, длинных серий за ряд лет. Здесь самое существенное, самое важное, чтобы не было пропусков (”лакун”). Библиотека с пропусками в основных журналах — это некультурная, плохая библиотека. Во-вторых, отдел классиков данной науки. В-третьих, отдел справочников и энциклопедических

словарей. Наконец, в-четвертых, ценен подбор монографий, оттисков, фотокопий и даже литографированных курсов по отдельным научным вопросам.”

Андронов как историк науки. Александр Александрович уделял большое внимание истории науки. Совместно со своей женой Е.А.Леонтович он опубликовал книгу “Лаплас, жизнь, мировоззрение, место в истории науки” (1930 г.). Им был опубликован также ряд статей о роли И.А.Вышнеградского, Д.К.Максвелла и А.Стодолы в создании теории автоматического регулирования. Вообще он был одним из знатоков истории автоматического регулирования, что позволило ему провести ряд важных исследований в этой области. Этот факт хорошо известен.

Менее известен другой факт. В конце 20-х гг. XX столетия Л.И.Мандельштам, А.А.Андронов и М.А.Леонтович, основываясь на преобразовании Лиувилля, нашли асимптотическое решение уравнения колебаний маятника переменной длины в переменном поле силы тяжести. Примерно в те же годы западные физики Вентцель, Крамерс, Бриллюэн нашли асимптотическое решение уравнения Шредингера. Метод, которым было найдено указанное решение, вошел в науку как метод ВКБ. Между тем этот метод был также связан с применением преобразования Лиувилля. В обоих указанных случаях асимптотические решения искали для линейных дифференциальных уравнений второго порядка с переменными коэффициентами. Так, незнание истории науки, в данном случае математики, привело к открытию “нового” метода ВКБ.

А.А.Андронову мировая математика обязана установлением даты и места рождения гениального русского математика Николая Ивановича Лобачевского. Изучая архивные материалы, Андронов установил, что Н.И.Лобачевский родился 20 ноября 1792 г. в Нижнем Новгороде. По его предложению Горьковский (ныне Нижегородский) университет получил имя Н.И.Лобачевского.

Гражданская позиция А.А.Андропова. Андронов был одним из инициаторов создания научных центров в российской провинции. С этой целью в 1931 г.он с женой Евгенией Александровной Леонтович и группой коллег-единомышленников переехал из Москвы в г. Горький (Нижний Новгород), где при их участии был создан один из центров физической науки.

В 1944 г. за оборонные работы, выполненные в годы Великой Отечественной войны (магнитная защита кораблей, траление магнитных мин и др.), А.А.Андронов был награжден орденом Красной Звезды.

В 1945 г. в ГГУ был организован первый в СССР радиофизический факультет, одним из инициаторов создания которого явился Андронов.

Он отличался мужеством, независимостью и смелостью в отстаивании своих позиций, умением находить достойные компромиссы, если они способствовали выполнению главной цели. А главным жизненным приоритетом для него было развитие отечественной науки. И здесь он был патриотом в самом высоком и достойном смысле этого слова.

24–29 января 1949 г. было проведено Всесоюзное совещание физиков на тему: “О современном состоянии физической науки в СССР и улучшении качества подготовки специалистов физиков”. Предполагалось обсудить (и, вероятно, принять как руководство к действию) доклад Н.С.Акулова. В нем содержались, например, такие утверждения: “Физики — антипатриоты-космополиты оттеснили ученых-патриотов, захватив ведущие места в науке... Нужна беспощадная борьба с предателями Родины!” Содержались в докладе и прямые обвинения в адрес многих видных ученых: Л.И.Мандельштама, Н.Д.Папалекси,³ А.Ф.Иоффе и др. В защиту

³Л.И.Мандельштам умер в 1944 г., Н.Д.Папалекси умер в 1947 г. Кошунство Н.С.Акулова

ученых одним из первых выступил А.А. Андронов. "...Акулов изображает деятельность Мандельштама и Папалекси во время Великой Отечественной войны в юмористическом тоне, злословя по поводу проводившихся ими измерений до Луны и т.п. Да ведь эта издевка только раскрыла перед нами поразительную безграмотность Акулова! Сложная радиофизическая проблема, над которой работали Мандельштам и Папалекси, была связана с целым рядом самых злободневных оборонных тем! Я убежден, что раздел выступления Акулова, посвященный этим двум выдающимся ученым, представляет собой яркий, даже классический пример недобросовестности и недоброкачественной критики. Я не верю, что Николай Сергеевич, дискредитируя творчески работающих ученых, заботится о советской физике. Острие его доклада направлено на охаивание в научном отношении целого ряда крупных личностей в физической науке. А нам нужна объективная и конструктивная программа действий. В ней должно быть место и для анализа допущенных ошибок, но анализ этот должен быть уважительным, исключая огульное охаивание".

Точка зрения А.А. Андропова имела тем большую значимость, что она принадлежала члену Президиума Верховного Совета РСФСР, депутату Верховного Совета СССР.

Умер Александр Александрович Андронов в г. Горьком 31 октября 1952 г. от тяжелой формы гипертонии.⁴

Вклад Андропова в нелинейную науку. Андронов не ограничился применением к физике колебаний уже имевшихся математических результатов. Он занимался дальнейшей разработкой КТДУ. Он внес новые идеи и получил ряд существенных математических результатов.

Он ввел в науку о колебаниях ряд новых понятий: понятие автоколебаний, понятие о грубости системы, о бифуркационных значениях параметра, об описании колебательных явлений на фазовой плоскости, получившей позже название "фазового портрета" и т.д.

Здесь следует особо отметить работы Андропова по теории бифуркаций автоколебательных систем и по выдвижению и осуществлению идеи о грубых динамических системах (разработанную при участии Л.С. Понтрягина).

Он изучил, как возникают и исчезают автоколебания при изменении параметров — это широко известная сейчас бифуркация рождения предельного цикла из положения равновесия. Качественные изменения в фазовом портрете динамической системы при непрерывном изменении параметра носят название бифуркаций. При некоторых значениях параметров (их называют бифуркационными) происходят не только количественные, но и качественные изменения: рождаются или исчезают предельные циклы, сливаются особые точки, происходят существенные изменения в расположении сепаратрис седел. Целая ветвь КТДУ, которая изучает рождение (и исчезновение) предельных циклов в двумерных и многомерных динамических системах, называется теперь *теорией бифуркаций Пуанкаре–Андропова–Хопфа*.

Идея о грубых системах, разработанная А.А. Андроновым совместно с Л.С. Понтрягиным [8], также оказалась весьма плодотворной. Эта идея вряд ли могла зародиться внутри самой математики; понятие грубости пришло из техники.

Каждый радиотехник знает, что замена перегоревшей лампы практически не влияет на работу генератора колебаний, хотя, разумеется, двух совершенно одинаковых ламп не бывает. Это пример того, что всякое техническое устройство, всякая физическая или иная реальная система обладают определенной нечувствительнос-

состояло, в частности, и в том, что сами эти ученые уже не могли выступить в свою защиту.

⁴Более подробно о жизненном пути Андропова рассказано в книге В.Д. Горяченко [7].

тью к малым изменениям в их устройстве. Андронов заключил, что и дифференциальные уравнения, если они претендуют на описание реальных систем, должны будут обладать аналогичным свойством. Общий характер решений этих уравнений должен быть нечувствителен к малым изменениям самих уравнений. Так возникло новое для математики понятие грубой динамической системы, оказавшееся плодотворным как для математики, так и для приложений. Грубость динамической системы можно трактовать как устойчивость структуры разбиения ее фазового пространства на траектории по отношению к малым изменениям уравнений.

Согласно определению, данному Андроновым и Понтрягиным, *динамическая система второго порядка*

$$\dot{x} = P(x, y), \quad \dot{y} = Q(x, y)$$

называется грубой, если существует такое малое число $\delta > 0$, что все динамические системы

$$\dot{x} = P(x, y) + p(x, y), \quad \dot{y} = Q(x, y) + q(x, y),$$

в которых аналитические функции P и Q удовлетворяют неравенству

$$|P| + |Q| + |p_x| + |p_y| + |q_x| + |q_y| < \delta,$$

имеют одинаковую структуру разбиения фазовой плоскости на траектории.

Андронов одним из первых понял, что нелинейность — не экзотика, а неотъемлемое свойство природы, и математический язык ее описания должен быть адекватен этой сущности. Объективно высокую оценку результатам ученого дал Л.И. Мандельштам.

”Здесь мы имеем действительно адекватный нашим нелинейным задачам, не имеющий ”линейных воспоминаний” математический аппарат... Опираясь на этот аппарат, можно будет создавать новые понятия, специфичные для нелинейных систем, можно будет вырабатывать новые руководящие точки зрения, которые позволяют мыслить нелинейно”.

Андронов о научной школе. ”Научной школой я назову группу научных работников, возглавляемых одним крупным ученым или несколькими ведущими фигурами, объединенных областью научной работы и ее методом, дающих в науке нечто новое, оригинальное, характерное для всех работников данной школы. При этом, как правило, вся основная тематика научных работ работников данной группы дается руководителем группы. Для научной школы характерна апробация трудов внутри школы, что обеспечивает высокий научный уровень работ.

Живой контакт с крупным ученым, участие в коллоквиумах и семинарах, когда открывается возможность систематически воспитывать научного работника, является фактором первостепенного значения.

С другой стороны, наличие учеников, молодых ученых не позволяет руководителю отставать от жизни. Резерфорд говорил, что ученики заставляют его оставаться молодым...” (А.А. Андронов)

Научной школой Андропова разработаны:

— качественная теория дифференциальных уравнений второго порядка, с помощью которой решен ряд важных прикладных задач;

— метод точечных преобразований, с помощью которого решены основные нелинейные задачи теории автоматического регулирования.

В 1937 г. вышла книга ”Теория колебаний”, написанная А.А. Андроновым совместно с А.А. Виттом и С.Э. Хайкиным (переиздана в 1959 г. и 1981 г.) [9].

Андронов и его сотрудники много работали над созданием монографий по КТДУ. Эта работа завершилась уже после смерти ученого [10,11].

”Работы А.А. Андропова сыграли, несомненно, существенную роль в общем развитии теории нелинейных колебаний не только у нас, но и за границей...” (Л.И. Мандельштам).

”А.А. Андронов прожил очень мало, его творческая научная деятельность длилась немногим более двадцати лет, но за это время он успел очень много. Благодаря его усилиям теория нелинейных колебаний и нелинейное мышление начали обретать свой адекватный аппарат, общие понятия и представления, и они стали завоевывать всеобщее признание... Всеобъемлющая роль и значимость нелинейного мышления по-настоящему осознаны совсем недавно, а сейчас настолько, что уже становятся достоянием всех и ничьим...” (см. [12] и доклад Ю.И. Неймарка на Андроновской конференции [13]).

По словам Г.С. Горелика,

”Коллеги и студенты за глаза звали Александра Александровича Андропова ”А в кубе” — в соответствии с инициалами. К этому ”объему” время добавляет свое измерение. Значит, будут новые точки на осях развивающихся научных направлений, новые имена последователей и учеников”.

Нелинейная наука сегодня. Роль теории колебаний в различных ее обликах — нелинейных колебаний, нелинейной физики, нелинейных волн, нелинейной динамики, теории динамических систем, качественной теории дифференциальных уравнений, синергетики — огромна. Теория колебаний — наука об общих закономерностях эволюционных процессов различной природы: физической, химической, биологической, экономической, социальной... Изучаемая ею математическая модель — динамическая система — стала основной математической моделью точной науки. ... Она охватила как классическую физику, так и квантовую, как детерминированные процессы, так и стохастические.

Теория колебаний сегодня — это широкая всеобъемлющая наука об эволюционных процессах в природе, технике и обществе, в механике, физике, астрономии, химии, биологии, и во всем, что нас окружает, и в нас самих.

Сегодня это наука всеобъемлющая, воплощающая в себе великую идею изоморфизма и единства природы и мира. Ее ядром являются математические модели законов природы и происходящих в ней процессов, включая технику и общество.”

Поменяв слова ”теория колебаний” на слова ”нелинейная наука”, с этим мнением Ю.И. Неймарка, старейшего ученика А.А. Андропова, несомненно, можно согласиться.

С 2 по 6 июля 2001 г. в Нижнем Новгороде состоялась международная конференция ”Прогресс в нелинейной науке”, посвященная 100-летию со дня рождения А.А. Андропова (см. [13]).

Конференция собрала более 300 участников из России, Белоруссии, Казахстана, Латвии, Украины, Австралии, Австрии, Бразилии, Великобритании, Германии, Греции, Дании, Израиля, Индии, Испании, Италии, Канады, Мексики, Нидерландов, Норвегии, Польши, Португалии, США, Турции, Франции, Швеции, Швейцарии, Японии.

Работа конференции проходила по трем секциям.

В секции ”Математические проблемы нелинейной динамики” рассматривались вопросы, связанные с гладкими динамическими системами, странными аттракторами, гомоклиническими бифуркациями и др.

Тематика секции ”Границы нелинейной физики” охватывала нелинейную волно-

вую физику, нелинейность и турбулентность в гидродинамике, нелинейную оптику и лазеры, нелинейную акустику, нелинейность в квантовых системах, нелинейную плазму и лазерно-плазменные взаимодействия.

На секции "Нелинейные колебания, управление и информация" рассматривались следующие вопросы: синхронизация, хаос, управление, пространственно-временная динамика, нейродинамика, комплексные системы, биологические системы, экономическое и социальное поведение, информационные аспекты нейродинамики и др.

На пленарном заседании состоялись доклады:

Ю.И. Неймарк. "А.А. Андронов и теория колебаний".

М.И. Рабинович, Н.Ф. Рулков. "Нелинейная динамика диссипативных систем: вчера, сегодня и завтра."

Л.П. Шильников. "А.А. Андронов и теория динамических систем".

Автор этих строк принял участие в работе секции "Математические проблемы нелинейной динамики". Председатель секции — академик Л.П. Шильников, ученый секретарь — Л.М. Лерман. С докладами выступили академики Д.В. Аносов, А.А. Болибрух, С.П. Новиков и другие ученые.

Автор выступил с докладом: "О методах факторизации и точной линеаризации обыкновенных дифференциальных уравнений" [14], содержание которого частично отражено в работах [15, 16].

Нелинейная наука переживает сейчас период бурного развития, начавшийся лет 30–35 тому назад. Наряду с КТДУ в ней все возрастающую роль играют помимо компьютерного моделирования точные аналитические, алгебро-геометрические, а также дифференциально-алгебраические методы. Проблемы точного интегрирования перестают быть *terra incognita*. Однако в нелинейной науке, по мнению автора, нужно большее внимание уделять как известным интегрируемым динамическим системам, так и поиску новых.

Нелинейная наука является междисциплинарной наукой. Она вовлекает в свою орбиту ученых самых различных специальностей. В настоящее время образованы Международная федерация нелинейных аналитиков, Академия нелинейных наук, проводятся всемирные конгрессы нелинейных аналитиков, а также международные конгрессы по нелинейному динамическому анализу.

Литература

- [1] Андронов А.А. Собрание трудов. М.: Изд-во АН СССР, 1956. 538 с.
- [2] Ляпунов А.М. Общая задача об устойчивости движения. М.; Л.: Гостехиздат, 1950. 471 с.
- [3] Пуанкаре А. О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями/ Под ред. А.А. Андропова, М.; Л.: Гостехиздат, 1947. 392 с.
- [4] Пуанкаре А. Избранные труды. Т. III. М.: Наука, 1974. 772 с.
- [5] Андронов А.А. Теория точечных преобразований Пуанкаре–Брауэра–Биркгофа и теория нелинейных колебаний// Вестник АН СССР. 1944. № 6.
- [6] Памяти Александра Александровича Андропова. М.: Изд-во АН СССР, 1955. 719 с.
- [7] Горяченко В.Д. Андронов Александр Александрович. Н. Новгород: Изд-во Нижегородск. ун-та, 2001. 80 с.
- [8] Андронов А.А., Понтрягин Л.С. Грубые системы// Доклады АН СССР. 1937. Т.14. № 5. С. 247–250.
- [9] Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. С предисловием Л.И. Мандельштама. М.: Наука, 1981. 568 с.

- [10] Андронов А.А., Леонтович Е.А., Гордон И.И., Майер А.Г. Качественная теория динамических систем второго порядка. М.: Наука, 1966. 568 с.
- [11] Андронов А.А., Леонтович Е.А., Гордон И.И., Майер А.Г. Теория бифуркаций динамических систем на плоскости. М.: Наука, 1967. 487 с.
- [12] Неймарк Ю.И. Создатель нелинейной динамики и физики: К 100-летию со дня рождения академика А.А. Андропова// Вестник РАН. 2001. Т.71. № 4. С. 231–236.
- [13] Progress in Nonlinear Science/ International Conference dedicated to the 100th Anniversary of A.A.Andronov, Nizhny Novgorod, July 2–6, 2001. 352 p.
- [14] Berkovich L.M. On methods of factorization and exact linearization for ordinary differential equations// Progress in Nonlinear Science. 2001. P. 30–31.
- [15] Berkovich L.M. Factorization and transformation of nonlinear differential equations: methods and algorithms// Intern. Congress on Nonlinear Analysis and it's applications. Moscow, Sept. 1–5, 1998. P. 595–625.
- [16] Беркович Л.М. Факторизация нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений и линеаризация// Докл. РАН. 1999. Т.368. № 5. С. 604–608.

ALEXANDER ANDRONOV AND NONLINEAR SCIENCE

© 2001 L.M. Berkovich⁵

The international Conference "Progress in Nonlinear Science" (Nizhny Novgorod, July, 2–6, 2001) was dedicated to the centenary of Alexander A. Andronov (1901–1952), the outstanding Russian scientist, one of the most prominent persons in the theory of dynamical systems and one of the pioneers of nonlinear science.

Поступила в редакцию 14/XI/2001;
в окончательном варианте — 30/XI/2001.

⁵Berkovich Lev Meilikhovich (berk@ssu.samara.ru), academician of Academy of Nonlinear Science, Dept. of Algebra and Geometry, Samara State University, Samara, 443011, Russia.