ГАЗОДИНАМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ СИММЕТРИЧНЫХ ТЕЧЕНИЙ НЕРАВНОВЕСНЫХ ГАЗОВ

И.П. Завершинский[1]

Гидродинамическая устойчивость течений равновесных газов подробно исследована. Однако, в основном в связи с практическими приложениями, в последнее время активно рассматриваются задачи устойчивости потоков неравновесных газов.

Показано, что релаксационные процессы в среде при большом коэффициенте второй вязкости, формируемом ими, могут существенно влиять на известную энергетическую оценку критического числа Рейнольдса R_c даже при малых числах Маха [1,2].Показано, что в неравновесной среде возможно нарастание возмущений однородных дозвуковых потоков механизмом параметрической перекачки энергии от неустойчивых акустических мод [2]. Проблема устойчивости ламинарного потока неравновесного газа, текущего между двумя неподвижными параллельными плоскостями, исследовалась в [3]. В [4] рассматривались вопросы устойчивости плоского сжимаемого пограничного слоя неравновесных газов. В указанных выше работах показано, что критическое число Рейнольдса для течений неравновесных газов может существенно уменьшаться либо вообще терять смысл.

Важным вопросом при анализе характера неустойчивости течений является симметрия турбулентности. Это связано с тем, что для симметричных течений существуют два типа собственных функций базовых уравнений, описывающих структуру турбулентности - четные и нечетные [5]. Кроме того, спектральные моды указанных типов могут быть приосевыми (у которых фазовая скорость стремится к максимальной скорости течения) и пристенными (у которых фазовая скорость при $k \to \infty$ стремится к нулю). Обычно при анализе устойчивости симметричных течений рассматривают четные функции, так как нечетные решения в равновесных средах более устойчивы. Однако в акустически активных средах вопрос о симметрии развитой турбулентности требует отдельного рассмотрения.

Система уравнений движения, непрерывности и энергии, дополненная релаксационным уравнением для внутренних степеней свободы и уравнением состояния газа, имеет вид

[1] Завершинский Игорь Петрович, кафедра физики Самарского государственного аэрокосмического университета

$$\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t}+(v\nabla)v\right)=-\nabla P+\eta\nabla^2 v,\quad \frac{\partial\rho}{\partial t}+\nabla(\rho v)=0,$$

$$c_{V\infty}(\frac{\partial T}{\partial t}+v\nabla T)-\frac{T}{\rho}(\frac{\partial\rho}{\partial t}+v\nabla\rho)+\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}+v\nabla\varepsilon=\frac{\kappa}{\rho}\nabla^2 T+Q, \tag{1}$$

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}+v\nabla\varepsilon=\frac{\varepsilon_e-\varepsilon}{\tau(\rho,T)}+Q,\quad P=\frac{\rho T}{m},$$

где ρ, v и T - газодинамические плотность, скорость и температура газа, η и κ - коэффициенты сдвиговой вязкости и теплопроводности, ε, ε_e - энергия внутренней степени свободы с временем релаксации τ и ее равновесное значение, m - масса молекулы.

В системе существует два типа собственных мод: вихревые возмущения потока и акустические возмущения. Вихревые возмущения потока в отсутствие релаксационных процессов описываются уравнением Орра-Зоммерфельда [5]. Возмущения этого типа усиливаются в ограниченной области частот при превышении числом Рейнольдса критического значения, $R > R_c$. Акустические возмущения усиливаются в средах с неравновесно заселенными внутренними степенями свободы при выполнении условий релеевской неустойчивости $s > s_c$, где s - степень неравновесности среды.

Для исследования устойчивости возмущений ламинарного течения, скорость которого равна $U = U(y)$ (в случае плоского течения Пуазейля $U = 1-y^2$, для течения Бикли-Шлихтинга $U = 1 - th^2(y)$, следа за плохо обтекаемым телом $U = exp(-y^2)$), положим

$$v(x,y,t)=U+v'(x,y,t)\,,\ \rho(x,y,t)=\rho_0+\rho'(x,y,t). \tag{2}$$

Спектр рассматриваемых мод допускает выполнение условий синхронизма вида

$$k_0=k_s+k_1\,,\ \omega_0=\omega_s+\omega_1+\Delta\omega, \tag{3}$$

соответствующих распаду акустической волны с частотой ω_0 и продольной компонентой волнового вектора k_0 на акустическую волну с параметрами ω_s, k_s и вихревое возмущение потока с параметрами ω_1, k_1. Таким образом, возникает канал перекачки энергии внутренних степеней свободы в вихревую моду.

В соответствии с постановкой задачи возмущения газодинамических величин можно представить в виде: $v' = v^{(0)} + v^{(s)} + v^{(1)}$, $\rho' = \rho^{(0)} + \rho^{(s)} + \rho^{(1)}$ и т.д. Положим

$$v^{(0);(s)}=\nabla\Phi^{(0);(s)}\,,v_x^{(1)}=\frac{\partial(\Psi e^{-i\omega_1 t+ik_1 x})}{\partial y}\,,\ v_y^{(1)}=-\frac{\partial(\Psi e^{-i\omega_1 t+ik_1 x})}{\partial x},$$

где $\Phi^{(0);(s)} = \phi^{(0);(s)}(x,y,t)cos(\pi ny/h)exp(-i\omega_{0;s}t+ik_{0;s}x)$ - потенциал скоростей n-й радиальной акустической моды, $\Psi = \Phi(y)\psi(x,y,t)exp(-\delta_1 t)$ - функция тока, δ_1 - инкремент (или декремент при $R < R_c$) развития возмущений потока, определяемый мнимой частью собственных значений уравнения Орра-Зоммерфельда с граничными условиями, в случае плоского течения Пуазейля имеющими вид

$$\Phi(y=\pm h)=0,\ \frac{d\Phi}{dy}|_{y=0}=0.$$

Выбранный вид возмущений справедлив при выполнении условия несжимаемости потока $\rho^{(1)} = 0$. Поток можно считать несжимаемым при $U/u_s \ll 1$, $\omega_1 \ll \omega_0$. Кроме того, пренебрегалось вихревой компонентой акустического поля, что возможно при выполнении условия $U\pi n/h \gg \partial U/\partial y$, то есть для высших радиальных мод. Амплитуды $\Phi^{(0;s)}$ и ψ будем считать медленно меняющимися функциями координат и времени.

Подставляя (4) в систему уравнений (1) и пренебрегая слагаемыми выше второго порядка малости, получим два уравнения для акустических мод:

$$\frac{\partial\phi^{(s)*}}{\partial t} + w_{sx}\frac{\partial\phi^{(s)*}}{\partial x} + iw_{sy}\frac{\partial\phi^{(s)*}}{\partial y} + \delta_s\phi^{(s)*} = i\Delta_s\phi^{(0)*}\psi e^{i\Delta\omega t-\delta_1 t}, \tag{4}$$

$$\frac{\partial\phi^{(0)}}{\partial t} + w_{0x}\frac{\partial\phi^{(0)}}{\partial x} - iw_{oy}\frac{\partial\phi^{(0)}}{\partial y} + \delta_0\phi^{(0)} = -i\Delta_0\phi^{(s)}\psi e^{i\Delta\omega t-\delta_1 t} \tag{5}$$

и уравнение для вихревой газодинамической моды, которое имеет различный вид в приближении стационарных фаз возмущений ($|\Delta\omega| \ll \omega_{1,0,s}$)

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} + w_{1x}\frac{\partial\psi}{\partial x} - i\,w_{1y}\frac{\partial\psi}{\partial y} = -i\Delta_1\phi^{(0)}\phi^{(s)*}e^{-i\Delta\omega t+\delta_1 t}, \tag{6}$$

и в приближении случайных фаз ($|\Delta\omega| \gg \omega_{1,0,s}$)

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} + w_{1x}\frac{\partial\psi}{\partial x} - i\,w_{1y}\frac{\partial\psi}{\partial y} = e^{-i\delta_0 t}\psi\Delta_1\int\limits_0^t\Delta_s(y_c(\zeta),\tau_y)|\phi^{(0)}|^2e^{-i\Delta\omega t}e^{(\delta_1+\delta_s-\delta_0)t}, \tag{7}$$

где $\delta_{0;s}$ - акустический инкремент 0-й и s-й мод, функции $y(\xi)$, $\tau_y = y(0)$ определяются из интегрального уравнения

$$\int\limits_{\tau_y}^{y} w_{1y}^{-1}(\Xi)d\Xi = -i\xi$$

и зависят от собственных функций уравнения Орра-Зоммерфельда, Здесь $w_{1,s,0;x}$, $w_{1,s,0;y}$ - фазовые скорости возмущений, а $\Delta_{1,s,0}$ - интенсивности взаимодействия мод, зависящие от характеристик потока, среды и спектра рассматриваемых мод. Эти функции приведены в [3]. Первый случай исследован в [3].

Систему (4) - (7) дополним начальными условиями вида

$$\psi(x,y,0) = \psi_0\ ,\ \phi^{(0);(s)}(x,y,0) = \phi_0^{(0);(s)}.$$

Для простоты будем считать ψ_0 и $\phi_0^{(0);(s)}$ константами. Решение начальной задачи (4)-(6) можно получить с помощью преобразований Фурье по x и Лапласа по t системы (4) - (6). Однако нетрудно видеть, что при $|\delta_{0;s}| \gg |\delta_1|$ взаимодействие волн незначительно влияет на эволюцию акустических возмущений. Поэтому для поиска решения уравнения (6) можно использовать однородные решения задачи Коши для уравнений (4),(5) то есть $\phi^{(0);(s)} = \phi_0^{(0);(s)}e^{-\delta_{0;s}t}$. В результате решение задачи Коши для уравнения (6) имеет вид:

$$\psi(x,y,t) = e^{-\delta_1 t}\left[\psi_0 - i\phi_0^{(0)}\phi_0^{(s)*}\int\limits_0^t\Delta_1(y(\xi),\tau_y)e^{-(\delta_0+\delta_s-\delta_1)\xi}e^{-i\Delta\omega\xi}d\xi\right]. \tag{8}$$

Анализ системы (4),(5), (7) позволяет получить выражение для инкремента неустойчивости радиальной моды

$$\Gamma = e^{-i\delta_0 t}\Delta_1 \int\limits_0^t \Delta_s(y_c(\zeta), \tau_y)|\phi^{(0)}|^2 e^{-i\Delta\omega t} e^{(\delta_1+\delta_s-\delta_0)t}. \qquad (9)$$

Таким образом, в акустически активных средах с $\delta_{0;s} < 0$ существенно влияние рассеянного звука на вихревые моды плоского течения Пуазейля, что приводит к их неустойчивости даже при числах Рейнольдса $R < R_c$. Кроме того, отметим, что при $|\delta_{0;s}| \gg |\delta_1|$ величина Γ может существенно превышать величину δ_1 для любой из пристеночных и приосевых мод, в результате чего происходит нарушение пространственной симметрии турбулентности, характерной для потоков равновесных газов. Наконец, отметим, что последнее условие серьезно затрудняет анализ нелинейной стадии газодинамической турбулентности потоков неравновесных газов, поскольку неустойчивыми в силу малого отличия инкрементов могут становиться сразу несколько мод, и стандартный анализ, основанный на использовании принципа подчинения, невозможен.

Работа выполнена при поддержке СМКНО "Университет Наяновой".

Литература

[1] Коган Е.Я., Молевич Н.Е. Звуковые волны в потоках с отрицательной второй вязкостью // Акуст. журнал. 1995. Т.41. N 4. С.613-616.

[2] Коган Е.Я., Молевич Н.Е. Параметрическое возбуждение низкочастотных колебаний в потоке активной среды. // Акуст.журнал.1994.Т.40.N4.С.609-612.

[3] Завершинский И.П., Коган Е.Я., Молевич Н.Е. Параметрическое взаимодействие акустических волн с возмущениями плоскопараллельных течений неравновесных газов // Акустический журнал. 1998. Т.44. N.6 С. 772-776.

[4] Молевич Н.Е. Асимптотический анализ устойчивости плоскопараллельного пограничного слоя сжимаемого релаксирующего газа // Известия РАН. МЖГ. 1999

[5] Гольдштик М.А., Штерн В.Н. Гидролднамическая устойчивость и турбулентность. Новосибирск.: Наука. 1977. 368с.

GASDYNAMIC STABILITY OF SYMMETRICAL FLOW FOR NONEQULIBRIUM GASES

I. Zavershinsky[2]

[2]Igor Zavershinsky, Samara state aerospace university