

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОТРАЖЕНИЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ ОТ ДВИЖУЩЕГОСЯ ГАЗОВОГО СЛОЯ

О.Н.Жданова, В.В.Зайцев, Д.Н.Панин, Г.П.Яровой¹

Предложена методика численного моделирования взаимодействия акустической волны с плоским газовым потоком с произвольным поперечным профилем скорости течения. Получено дифференциальное уравнение для обобщенного коэффициента отражения волны от усеченного слоя.

Волновые процессы в слоисто-неоднородных средах последнее время являются предметом исследования радиофизики, акустики, гидродинамики [1]. В последние годы в акустике возрос интерес к вопросам взаимодействия звуковых волн с движущимися газовыми слоями [2, 3]. Он обусловлен, в частности, возможностью использования высокотемпературного газового потока для экранирования шума [4]. Адекватной моделью плоского газового потока является модель с неоднородным поперечным распределением скорости. При этом аналитические решения соответствующих волновых уравнений удается получить лишь для весьма ограниченного набора профилей неоднородности. Применимость же приближения геометрической акустики [1] ограничивается протяженными по сравнению с длиной волны слоями.

В настоящей работе предлагается методика численного моделирования процессов отражения акустических волн от плоских неоднородных газовых потоков. Получено дифференциальное уравнение для локального коэффициента отражения.

Пусть на слой движущегося газа падает плоская акустическая волна. Систему декартовых координат выберем так, что передняя граница слоя находится в плоскости XOZ, задняя - в плоскости XOZ, вектор скорости частиц газа $\vec{U}$ направлен по оси x, а волновой вектор $\vec{k}$ падающей волны лежит в плоскости XOY и составляет угол θ с осью y. Звуковое давление волн в однородных областях можно представить в виде:

$$p_i = A_i P_i(y) \exp \{ j (\omega t - kx \sin \theta) \}, \quad (1)$$

где значения индекса $i=0,1,2$ соответствуют падающей, отраженной и прошедшей волнам, A_0 - амплитуда падающей волны, ω - частота. Функции $P_i(y)$ через коэффициенты отражения и прохождения выражаются в форме:

$$\begin{aligned} P_0(y) &= \exp \{ -jk y \cos \theta \}, \\ P_1(y) &= R \cdot \exp \{ jk y \cos \theta \}, \end{aligned} \quad (2)$$

¹ Жданова Оксана Николаевна, Зайцев Валерий Васильевич, Панин Дмитрий Николаевич, Яровой Геннадий Петрович Кафедра радиофизики и компьютерного моделирования радиосистем Самарского государственного университета

$$\mathcal{P}_2(y) = T \cdot \exp\{-jk(y-a)\cos\theta\}.$$

При этом для y -компоненты скорости колебаний частиц в волне, в соответствии с уравнением Эйлера, имеем выражения:

$$v_i = A_0 Z_0 V_i(y) \exp\{j(\omega t - kx \sin\theta)\}. \quad (3)$$

Здесь $Z_0 = \rho_0 c_0$ - акустический импеданс однородной среды, ρ_0 - плотность среды, c_0 - фазовая скорость волны;

$$V_i(y) = \frac{j}{k} \frac{d\mathcal{P}_i(y)}{dy}. \quad (4)$$

В области неоднородного газового потока уравнения Эйлера и непрерывности сводятся к следующей системе дифференциальных уравнений для скорости и давления:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{P}(y)}{dy} &= -ikZ(y)V(y) = A_{12}(y)V(y), \\ \frac{dV(y)}{dy} &= -j\frac{k}{Z(y)} \left\{ 1 - \left(\frac{\sin\theta}{1 - M(y)\sin\theta} \right)^2 \right\} \mathcal{P}(y) = A_{21}(y)\mathcal{P}(y), \end{aligned} \quad (5)$$

где $Z(y) = \frac{\rho(y)c(y)}{Z_0}$ - нормированный акустический импеданс, $M(y) = \frac{U(y)}{c(y)}$ - число Маха.

Граничные условия для уравнений (5) формулируются на основе непрерывности звукового давления и y -компоненты скорости в плоскостях $y = 0$, $y = a$ и представлений волновых полей (1)-(4):

$$V(0) = \cos\theta \frac{1-R}{1+R} \mathcal{P}(0), \quad (6)$$

$$V(a) = \cos\theta \mathcal{P}(a). \quad (7)$$

Предположим, что связь между скоростью V и давлением $\mathcal{P}$ вида (6) имеет место в произвольном сечении y , т.е. будем искать решение системы (5) в виде:

$$V(y) = \cos\theta \frac{1-R(y)}{1+R(y)} \mathcal{P}(y).$$

Физический смысл функции $R(y)$ состоит в том, что она представляет собой коэффициент отражения от усеченного слоя, т.е. от газового потока в области между плоскостями $y = var$ и $y = a$ при условии, что слева от варьируемой плоскости располагается невозмущенная среда. Для определенного таким образом обобщенного коэффициента отражения можно получить следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{dR}{dy} = \frac{1}{2\cos\theta} \left[A_{12}(y)\cos^2\theta (1-R)^2 - A_{21}(y)(1+R)^2 \right], \quad (8)$$

где $A_{12}(y)$ и $A_{21}(y)$ определяются видами правых частей уравнений (5).

Полученное нелинейное уравнение (8) численно интегрируется с начальным условием $R(a) = 0$, соответствующим граничному условию (7), до плоскости $y = 0$. Значение $R(0)$ дает истинную величину коэффициента отражения. Таким образом, граничная задача для волновых полей сведена к задаче Коши для обобщенного коэффициента отражения.

Приведем для примера результаты расчетов частотных и угловых зависимостей коэффициентов отражения от потоков с ограниченным параболическим

$$M(y) = 4M_m \frac{y}{a} \left(1 - \frac{y}{a}\right)$$

и линейным

$$M(y) = M_m \left(1 - \left|1 - \frac{y}{2a}\right|\right)$$

профилями. Здесь M_m - нормированное значение числа Маха.

На рис. 1 представлены графики частотных зависимостей модуля коэффициента отражения волны с углом падения $\theta = 30^\circ$ на слой $M_m = 0.7$. Кривая 1 соответствует параболическому профилю, 2 - линейному. Слой с параболическим распределением скорости эффективно отражает на низких частотах, с линейным - на высоких. Отметим, что расчеты проведены для исследования влияния скорости частиц среды на коэффициент отражения. Поэтому акустический импеданс слоя принят равным импедансу внешней среды. При учете изменения импеданса слоя картина отражений является более сложной, однако процедура расчета при этом не изменяется.

Графики угловых зависимостей $|R|$ на частоте $ka = 5$ приведены на рис. 2. Кривая 3 соответствует однородному распределению скорости в слое. Как видно из графиков, наблюдается эффект полного отражения от движущегося слоя. При этом для неоднородных профилей скорости имеет место монотонное возрастание $|R|$. При отражении от слоя с однородным профилем наблюдаются побочные максимумы коэффициента отражения.

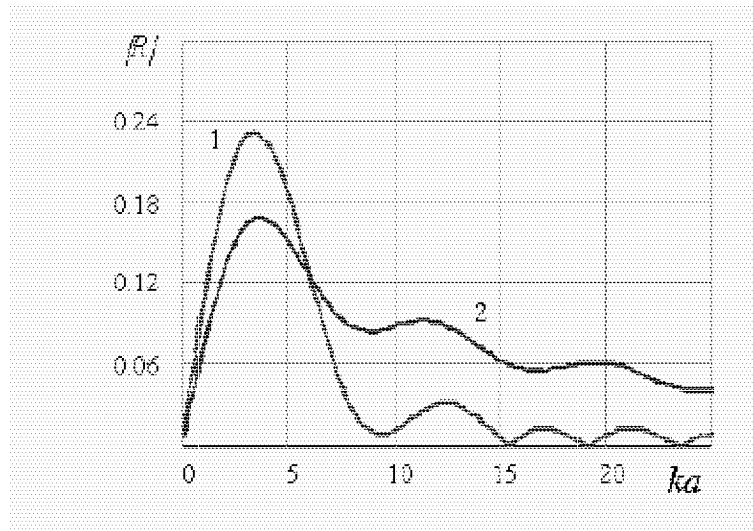


Рис. 1. Частотные зависимости модуля коэффициента отражения волны с углом падения $\theta = 30^\circ$ на слой $M_m = 0.7$

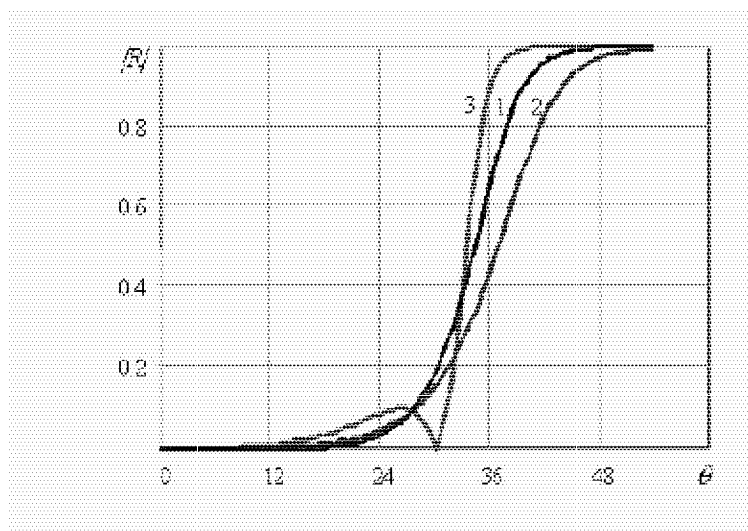


Рис. 2. Угловые зависимости модуля коэффициента отражения волны на частоте $ka = 5$

Предлагаемая методика применима также при моделировании отражений от неоднородных слоев плазмы [5].

Литература

- [1] Бреховских Л.Н. Волны в слоистых средах. - М.: Наука, 1973. - 343 с.
- [2] Лямишев Л.М. К вопросу отражений звука от границы раздела движущихся сред // Акустический журнал. 1998. Т. 10. N2. С. 34.
- [3] Cowan S.J., Crouch R.W. Transmission of sound through a two-dimensional shielding jet. AIAA. 1973. P.1002.
- [4] Кузнецов В.Е., Потокин В.В. О применении движущегося газового слоя // Акустический журнал. 1998. Т.44. N2. С.56.
- [5] Зайцев В.В., Панин Д.Н., Яровой Г.П. Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2000. Т.3. Вып.1.

THE NUMERICAL MODELING OF ACUSTIC WAVES REFLECTIONS FROM MOVING GAS STREAM

O.Zhdanova, V.Zaitsev, D.Panin, G.Yarovoy²

The numerical modeling method of acustic waves interaction with plane gas stream with several cross profile of stream speed is given. Differential equation for common reflection coefficient of wave from cutoff layer is obtained.

²Oksana Zhdanova, Valeriy Zaitsev, Dmitriy Panin, Genadiy Yarovoydept. of radiophysics and computer modeling of radiosystem, Samara state university