

СТРУЙНО-ПЛЕНОЧНОЕ ТЕЧЕНИЕ

В.И. Курочкин, С.А. Болычев, С.В. Цаплин¹

Рассматривается ламинарная изотермическая струя, истекающая из отверстия по направляющей нити в поле силы тяжести. На основе численного решения интегральных уравнений переноса массы, импульса и кинетической энергии показано, что область течения состоит из нескольких участков: развития пограничного слоя, развития вязкого течения и стабилизации вязкого течения. Получены зависимости толщины струи и скорости течения вдоль направляющей нити.

В ряде аппаратов химической технологии и физико-энергетических установках для осуществления гетерогенных реакций на поверхности "газ-жидкость" могут использоваться жидкостные струи, истекающие из отверстия. В настоящее время разработаны способы описания свободных струй [1-2]. Однако возможно использование несвободных струй, для фиксации которых в пространстве используются направляющие нити, так что струя имеет форму кольцевого пленочного течения. Поверхностное натяжение удерживает струю вокруг направляющей нити. Размер отверстия и разность давлений между резервуаром и пространством, в которое истекает жидкость, позволяют регулировать ее расход и скорость течения. В данной работе будет представлен приближенный расчет основных параметров такой струи.

Запишем систему интегральных уравнений переноса массы, импульса и кинетической энергии для ламинарной, изотермической, несжимаемой струи, вытекающей из отверстия радиуса R_0 вокруг нити радиуса r_0 с первоначальной скоростью u_0 вдоль оси x , совпадающей с направлением действия силы тяжести:

$$\int_{r_0}^R u r dr = \frac{1}{2}(R_0^2 - r_0^2)u_0, \quad (1)$$

$$\frac{d}{dx} \int_{r_0}^R u^2 r dr = \frac{1}{2}(R^2 - r_0^2)g - \nu r_0 \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)_{r=r_0}, \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dx} \int_{r_0}^R u^3 r dr = g \int_{r_0}^R u r dr - \nu \int_{r_0}^R \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 r dr. \quad (3)$$

Решение системы (1-3) получим аналогично способу, описанному в [3] при расчете участка стабилизации в случае движения по трубе. Для этого профиль скорости

¹Курочкин Виктор Иванович, Болычев Станислав Александрович, Цаплин Сергей Васильевич, кафедра физики твердого тела, Самарский государственный университет

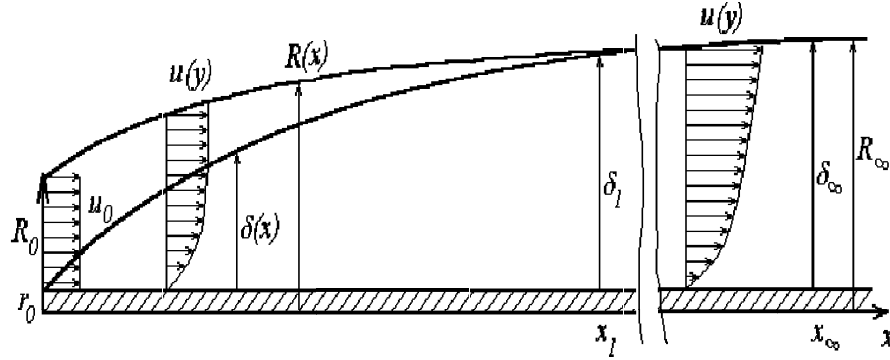


Рис. 1. Схема течения

представим в виде двух кусков — области пограничного слоя, в котором сосредоточено действие сил трения, и периферийной зоны свободного течения, в которой силы трения пренебрежимо малы.

Обозначим толщину пограничного слоя через $\delta(x)$ и пусть при $r_0 + \delta \leq r \leq R$ скорость постоянна в радиальном направлении, т.е. $u = u_1(x)$. При $r_0 \leq r \leq r_0 + \delta$ положим $u = u_1(x)f(r/\delta)$ (см. рис. 1).

Функцию f подберем так, чтобы выполнялись следующие условия: прилипание на поверхности направляющей нити,

$$u|_{r=0} = 0,$$

отсутствие напряжений на свободной поверхности, т.е.

$$\left(\frac{\partial u}{\partial r} \right) \Big|_{r=R} = 0$$

и наличие при $x \rightarrow \infty$ предельного перехода профиля скорости к профилю стабилизированного течения под действием силы тяжести. Всем перечисленным условиям удовлетворяет следующая функция:

$$u = u_1(x) \begin{cases} 1, & r_0 + \delta \leq r \leq R, \\ f(r, \delta), & r_0 \leq r \leq r_0 + \delta, \end{cases} \quad (4)$$

где

$$f(r, \delta) = \frac{2 \left(\frac{r_0 + \delta}{r_0} \right)^2 \ln \left(\frac{r}{r_0} \right) + 1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2}{2 \left(\frac{r_0 + \delta}{r_0} \right)^2 \ln \left(\frac{r_0 + \delta}{r_0} \right) + 1 - \left(\frac{r_0 + \delta}{r_0} \right)^2}. \quad (5)$$

После перехода к безразмерным координатам и переменным

$$\xi = \frac{x}{r_0}, \quad y = \frac{r - r_0}{\delta}, \quad (6)$$

$$w = \frac{u}{u_0}, \quad a = \frac{\delta}{r_0}, \quad h = \frac{R - r_0}{\delta} \quad (7)$$

система (1)-(3) переписывается в форме

$$\int_0^h w(ay + 1)a dy = \frac{(1 + \beta)^2 - 1}{2}, \quad (8)$$

$$\frac{d}{d\xi} \int_0^h w^2 (ay + 1) a dy = \frac{1}{\beta Re} \frac{(ah + 1)^2 - 1}{2} - \frac{\beta}{Re} \frac{1}{a} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)_{y=0}, \quad (9)$$

$$\frac{d}{d\xi} \int_0^h w^3 (ay + 1) a dy = \frac{1}{\beta Re} \frac{(1 + \beta)^2 - 1}{2} - \frac{\beta}{Re} \frac{1}{a} \int_0^h \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 (ay + 1) dy, \quad (10)$$

где $\beta = \frac{R_0 - r_0}{r_0}, \quad H_0 = R_0 - r_0,$

$$Re = \frac{u_0 H_0}{\nu} \quad - \text{число Рейнольдса}, \quad Fr = \frac{u_0^2}{g H_0} \quad - \text{число Фруда}.$$

Профиль скорости и функция f примут вид

$$w = w_1(\xi) \begin{cases} 1, & 1 \leq y \leq h, \\ f(y, a), & 0 \leq y \leq 1, \end{cases} \quad (11)$$

$$f(y, a) = \frac{2(a + 1)^2 \ln(ay + 1) + 1 - (ay + 1)^2}{2(a + 1)^2 \ln(a + 1) + 1 - (a + 1)^2}. \quad (12)$$

Выполняя интегрирование в уравнениях (8), (9) и (10), приходим к следующей системе одного алгебраического и двух обыкновенных дифференциальных уравнений относительно w_1 , h и a :

$$w_1 \left(I_1(a) + \frac{(ah + 1)^2 - (a + 1)^2}{2} \right) = \frac{(1 + \beta)^2 - 1}{2}, \quad (13)$$

$$\frac{d}{d\xi} \left\{ w_1^2 \left(I_2(a) + \frac{(ah + 1)^2 - (a + 1)^2}{2} \right) \right\} = \frac{1}{\beta Fr} \frac{(ah + 1)^2 - 1}{2} - \frac{\beta}{Re} G_1(a), \quad (14)$$

$$\frac{d}{d\xi} \left\{ w_1^3 \left(I_3(a) + \frac{(ah + 1)^2 - (a + 1)^2}{2} \right) \right\} = \frac{1}{\beta Fr} \frac{(1 + \beta)^2 - 1}{2} - \frac{\beta}{Re} G_2(a), \quad (15)$$

где $I_1(a) = \int_0^1 f(y, a)(ay + 1)a dy,$

$$I_2(a) = \int_0^1 f^2(y, a)(ay + 1)a dy, \quad I_3(a) = \int_0^1 f^3(y, a)(ay + 1)a dy,$$

$$G_1(a) = \frac{1}{a} \left(\frac{\partial f(y, a)}{\partial y} \right)_{y=0}, \quad G_2(a) = \frac{1}{a} \int_0^1 \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 (ay + 1) dy.$$

Решение полученной системы показало (результаты приведены в размерном виде), что течение можно разделить на несколько зон: зона развития пограничного слоя $0 \leq x \leq x_1$, к концу которой пограничный слой полностью заполняет течение ($\delta = R - r_0$); зону развития вязкого течения $x_1 \leq x \leq x_2$, на протяжении которой почти всюду изменение толщины слоя δ линейно зависит от x ; и зону стабилизации вязкого течения $x_2 \leq x \leq x_\infty$, к концу которой имеет место чисто гравитационно-плёночное течение (см. рис. 2).

На участке развития погранслоя скорость течения и радиус канала не успевают измениться существенно. Для оценки величины этого участка можно положить

$$\delta_1 \approx H_0 = R_0 - r_0, \quad (16)$$

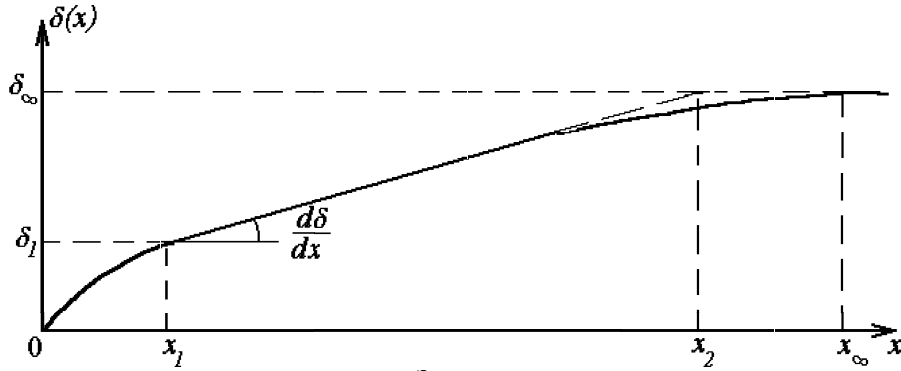


Рис. 2. Зоны течения

что позволяет получить для x_1 приближенное соотношение:

$$x_1 \approx \frac{Re r_0}{72\beta} \left(\frac{R_0^2}{r_0^2} - 1 \right). \quad (17)$$

Практически на всем участке развития вязкого течения угол наклона зависимости $\delta(x)$ сохраняет постоянное значение, для которого можно положить:

$$\frac{d\delta}{dx} = \frac{2.04 - 0.06(\delta_1/r_0)}{Re} - \frac{1.1}{Fr}. \quad (18)$$

Длина зоны развития вязкого течения оценивается по формуле

$$x_2 = \frac{\delta_\infty - \delta_1}{\frac{d\delta}{dx}}, \quad (19)$$

где

$$\delta_\infty = R_\infty - r_0 = 0.97 \left[\frac{\nu u_0}{g} \left(\frac{R_0^2}{r_0^2} - 1 \right) \right]^{0.25}. \quad (20)$$

Стабилизация потока наступает после потери начальной кинетической энергии струи на трение. Профиль стабилизированного течения описывается формулой

$$\frac{u}{u_0} = \frac{1}{4} \frac{Re}{Fr} \left[2 \left(\frac{R_\infty}{r_0} \right)^2 \ln \left(\frac{r}{r_0} \right) + 1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right], \quad (21)$$

в которой R_∞ вычисляется по формуле (20). Для скорости потока на поверхности струи стабилизированного потока получено соотношение:

$$\frac{u_\infty}{u_0} = \frac{(R_0/r_0)^2 - 1}{1.33(\delta_\infty/r_0) + 0.92(\delta_\infty/r_0)^2}. \quad (22)$$

Формулы (16)-(22) позволяют рассчитать основные параметры струйно- пленочного течения с точностью 3-5 %.

В качестве примера было рассчитано истечение щелочного раствора перекиси водорода при температуре $T = -15^\circ \text{C}$ ($\nu = 1.06 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$) из отверстия размером $R_0 = 0.4 \text{ мм}$ вдоль лески радиусом $r_0 = 0.15 \text{ мм}$ со скоростью $u_0 = 5 \text{ м/с}$. При этом получено:

$$x_1 \approx 6r_0 \approx 1 \text{ см},$$

$$x_2 \approx 300r_0 \approx 4.5 \text{ см},$$

$$\delta_\infty \approx 6r_0 \approx 0.9 \text{ мм},$$

$$u_\infty \approx 0.24u_0 \approx 1.2 \text{ м/с}.$$

Работа выполнена при частичной поддержке ФЦП "Интеграция" (проект N 235).

Литература

- [1] Холпанов Л.П., Запорожец В.П., Зиберт Г.К., Кащицкий Ю.А. Математическое моделирование нелинейных термогазодинамических процессов. М.: Наука, 1998.
- [2] Холпанов Л.П., Шкатов В.Я. Гидродинамика и тепломассообмен с поверхностью раздела. М.: Наука, 1990.
- [3] Петухов Б.С. Теплообмен и сопротивление при ламинарном течении жидкости в трубах. М.: Энергия, 1967.

THE JET-FILM FLOW

V. Kurochkin, S. Boluchev, S. Tsaplin²

The laminar isothermal jet flowing from orifice along directive thread in the gravity field is considered. By solving integral equations of mass transfer, impulse transfer and kinetic energy transfer it is shown that flow field consist of some part: developing laminar layer part, developing viscous flow part and part of viscous flow stabilization. Jet thickness and flow velocity along directive thread is obtained.

²V. Kurochkin, S. Boluchev, S. Tsaplin, departament of solid state physics, Samara state university