

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ В ПЛОТНОМ ГАЗЕ

С.А. Болычев, А.Л. Булавинцев, В.И. Курочкин, С.В. Цаплин ¹

В данной работе рассматривается задача о ламинарном пограничном слое на теплоизолированной пластине, продольно обтекаемой газом. Приведено численное решение задачи с учетом реальной зависимости коэффициентов переноса от плотности и температуры.

В настоящее время получили широкое развитие различного рода энергетические установки, работающие при высоких давлениях и низких температурах газа [1]. Так, в авиационных газотурбинных двигателях давление газа достигает 50 бар, в выпускаемых серийно компрессорах – 200, 320 и 400 бар; налаживается выпуск компрессоров на 1000 бар и более. В скважинах и системах природного газа давление доходит до 150 – 200 бар. В космических задачах, связанных с атмосферой Венеры, мы встречаемся с давлением выше 150 бар. В паросиловых установках современных ТЭЦ давление пара достигает 240 бар; в газодинамических установках и аппаратах для различных исследований давление газа часто превышает 200 бар и иногда достигает 1000 бар, температуры снижаются до 100 К и ниже. Получили развитие турбокомпрессорные холодильные установки с низкой температурой газа. В атомных установках применяются высокие давления и низкие температуры газа.

Исследованию пограничного слоя, образующегося на пластине при продольном ее обтекании вязким газом с большими скоростями, посвящено большое число работ [2], в основе которых лежит решение системы уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0, \\ \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right), \\ \rho c_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right), \\ p = const. \end{cases} \quad (1)$$

Вдали от пластины предполагается, что $u = u_\infty$, $v = 0$, $\rho = \rho_\infty$, $T = T_\infty$.

Введем, как обычно, функцию тока согласно соотношениям:

$$\rho u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad \rho v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}. \quad (2)$$

После перехода к автомодельной переменной

¹Болычев Станислав Александрович, Булавинцев Артем Леонидович, Курочкин Виктор Иванович, Цаплин Сергей Васильевич, кафедра физики твердого тела, Самарский государственный университет

$$\xi = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{u_\infty}{\nu_\infty x_0}} \int_0^y \frac{\rho}{\rho_\infty} dy \quad (3)$$

и введения безразмерных функций

$$\tau = \frac{T}{T_\infty}, \quad \varphi = \frac{\psi}{\rho_\infty \sqrt{u_\infty \nu_\infty x}} \quad (4)$$

система (1) преобразуется к виду

$$\begin{cases} (f_1 \varphi'')' + \varphi \varphi'' = 0, \\ (f_2 \tau')' + \frac{\beta \sigma}{4} f_1 (\varphi'')^2 + f_3 \varphi \sigma \tau' = 0, \end{cases} \quad (5)$$

где штрих означает производную по автомодельной переменной ξ ;

$f_1 = \mu \rho / \mu_\infty \rho_\infty$, $f_2 = \lambda \rho / \lambda_\infty \rho_\infty$, $f_3 = c_p / c_{p\infty}$, $\sigma = \mu_\infty c_{p\infty} / \lambda_\infty$ – функции температуры [3], которые также параметрически зависят от давления;

$$\beta = \frac{u_\infty^2}{c_{p\infty} T_\infty}, \quad \lim_{p \rightarrow \infty} \beta = (k-1) M_\infty^2.$$

Приведенная система уравнений отличается от известной в теории пограничного слоя газа обычной плотности наличием функций f_i , учитывающих реальную зависимость коэффициентов переноса от плотности (давления) и температуры.

Граничные условия для φ будут те же, что и в [1]

$$\begin{aligned} \varphi = 0, \quad \varphi' = 0 \quad \text{при} \quad \xi = 0, \\ \varphi'' = 2 \quad \text{при} \quad \xi = \infty. \end{aligned} \quad (6)$$

Граничные условия для безразмерной температуры τ в случае теплоизолированной стенки примут вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\tau}{d\xi} = 0 \quad \text{при} \quad \xi = 0, \\ \tau = 1 \quad \text{при} \quad \xi = \infty. \end{aligned} \quad (7)$$

В случае заданной температуры стенки T_w граничные условия для температуры записываются в форме

$$\begin{aligned} \tau = \tau_w = T_w / T_\infty = 0 \quad \text{при} \quad \xi = 0, \\ \tau = 1 \quad \text{при} \quad \xi = \infty. \end{aligned} \quad (8)$$

В результате численного решения приведенной системы уравнений получены зависимости равновесной температуры стенки и параметры теплового и механического воздействия пограничного слоя со стенкой в зависимости от условий потока и давления газа. Результаты вычислений безразмерной равновесной температуры стенки с высокой точностью представимы в виде линейной зависимости от параметра β (рис.1)

$$\frac{T_t}{T_\infty} = 1 + \beta \alpha, \quad (9)$$

где α – коэффициент, зависящий от p_∞ и T_∞ .

Как показали расчеты, проведенные для воздуха, азота и аргона в диапазоне температур $300K < T_\infty < 1000K$ и давлений до 1000 атм, параметр α с точностью до 1 - 2% является универсальным для различных газов. На рис.2 представлена зависимость для воздуха коэффициента α от приведенного давления $\frac{p_\infty}{p_k}$ и приведенной температуры $\frac{T_\infty}{T_k}$, где p_k и T_k – критические параметры газа.

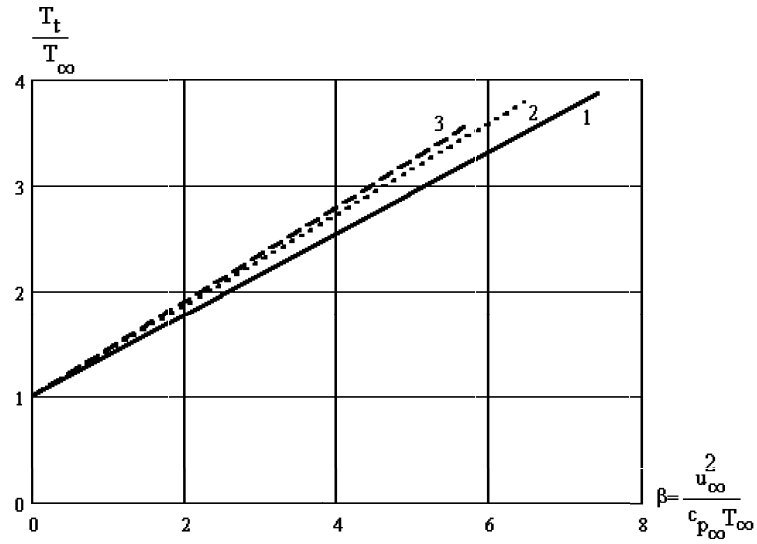


Рис.1. Зависимость равновесной температуры стенки T_t от параметра β для воздуха при температуре набегающего потока $T = 300$ К и различных значениях давления (в барах): 1 – $p = 1$; 2 – $p = 100$; 3 – $p = 1000$

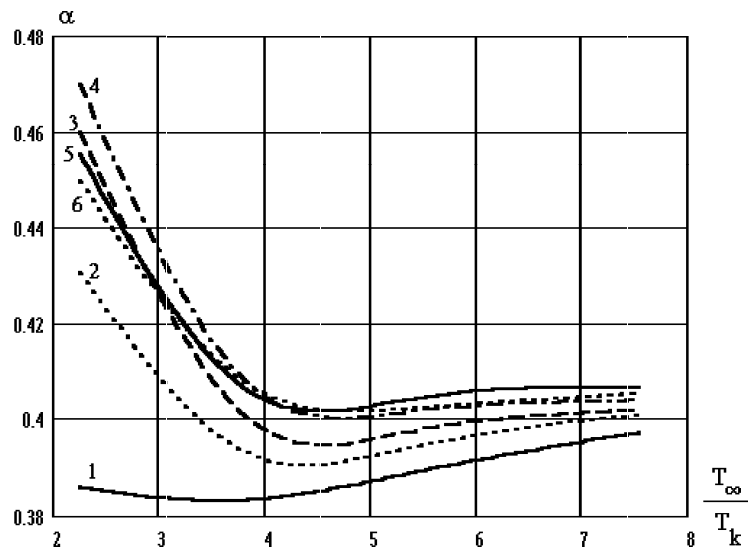


Рис.2. Зависимость коэффициента α для воздуха от приведенной температуры T_∞/T_k при различных значениях приведенного давления $\pi = p_\infty/p_k$: 1 – $\pi=0.0265$; 2 – $\pi=2.65$; 3 – $\pi=5.305$; 4 – $\pi=10.61$; 5 – $\pi=21.22$; 6 – $\pi=26.525$

В работе проводился расчет коэффициента сопротивления c_f , для которого имеем

$$c_f = \frac{2\tau_w}{\rho_\infty u_\infty^2} = a_1 Re_x^{-1/2}, \quad (10)$$

где

$$Re_x = \frac{u_\infty x}{\nu_\infty}, \quad a_1 = \frac{1}{2} \frac{\mu_w \rho_w}{\mu_\infty \rho_\infty} \varphi''(0). \quad (11)$$

Вычисления коэффициента α_1 , проведенные для воздуха, можно с точностью до 1-2% представить в форме

$$a_1 = \frac{0,664 + \alpha_1 \beta}{1 + \alpha \beta}, \quad (12)$$

где коэффициент α_1 является функцией T_∞ и p_∞ (рис.4), при этом величина $c_f \sqrt{Re_x} \tau_t$ является линейной функцией β (рис.3). На рис.4 представлена зависимость для воздуха коэффициента α_1 от приведенного давления $\frac{p_\infty}{p_k}$ и приведенной температуры $\frac{T_\infty}{T_k}$.

Численный анализ процесса теплопередачи при произвольных граничных условиях (8) показал, что зависимость числа Nu от $Re_\infty = \frac{u_\infty L}{\nu_\infty}$ (L - длина пластины) и β имеет сложный характер. При малых β ($\beta < 0,125$), когда можно положить $T_t \approx T_\infty$, зависимость числа Nu от Re_∞ можно представить в виде

$$Nu = a_2 \sqrt{Re_\infty}, \quad (13)$$

где

$$a_2 = \frac{\rho_w}{\rho_\infty} \frac{\lambda_w}{\lambda_\infty} \frac{T_w}{T_w - T_t} \tau'(0). \quad (14)$$

На рис.5 представлена зависимость a_2 от $\tau_w = \frac{T_w}{T_\infty}$ и p_∞ при $T_\infty = 300\text{K}$ для воздуха.

Таким образом, при высоких давлениях зависимость коэффициентов переноса от давления существенным образом влияет на параметры взаимодействия потока с пластиной. В этом случае расчеты, полученные при обычных плотностях, требуют существенной корректировки.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 96-01-00371).

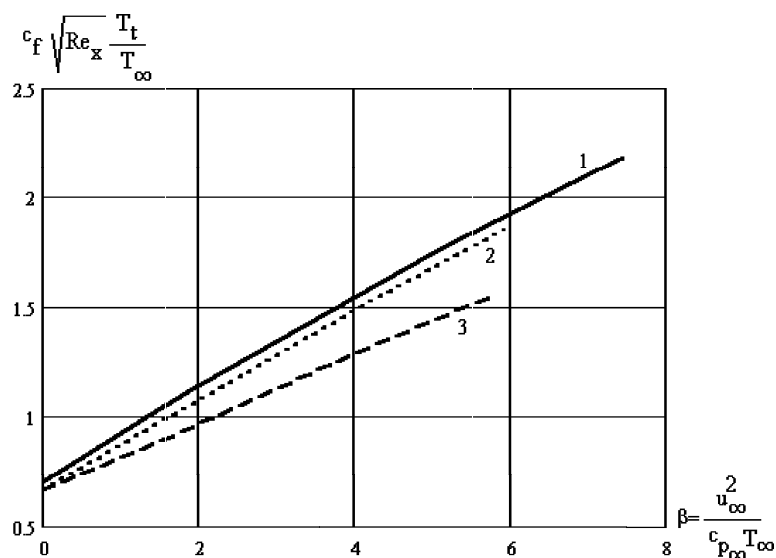


Рис.3. Зависимость $c_f \sqrt{Re_x} \tau_t$ от параметра β для воздуха при температуре набегающего потока $T = 300$ К для различных значений давлений (в барах):
 1 – $p = 1$; 2 – $p = 200$; 3 – $p = 1000$

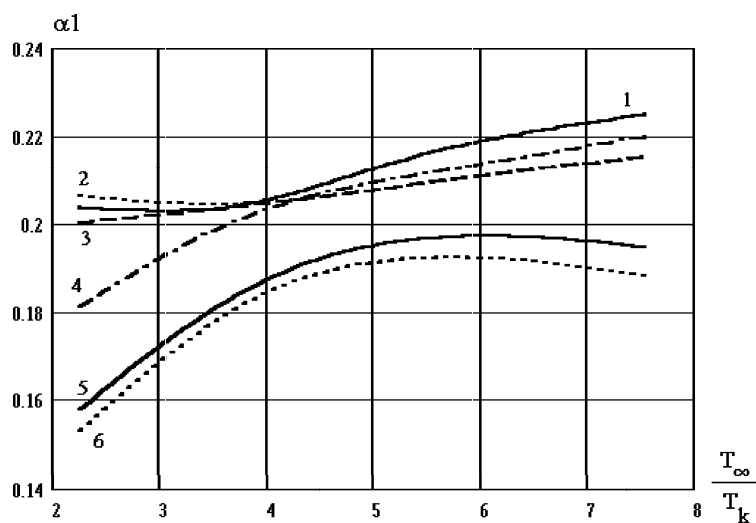


Рис.4. Зависимость коэффициента α_1 для воздуха от приведенной температуры T_∞/T_k при различных значениях приведенного давления $\pi = p_\infty/p_k$:
 1 – $\pi = 0.0265$; 2 – $\pi = 2.65$; 3 – $\pi = 5.305$; 4 – $\pi = 10.61$; 5 – $\pi = 21.22$; 6 – $\pi = 26.525$

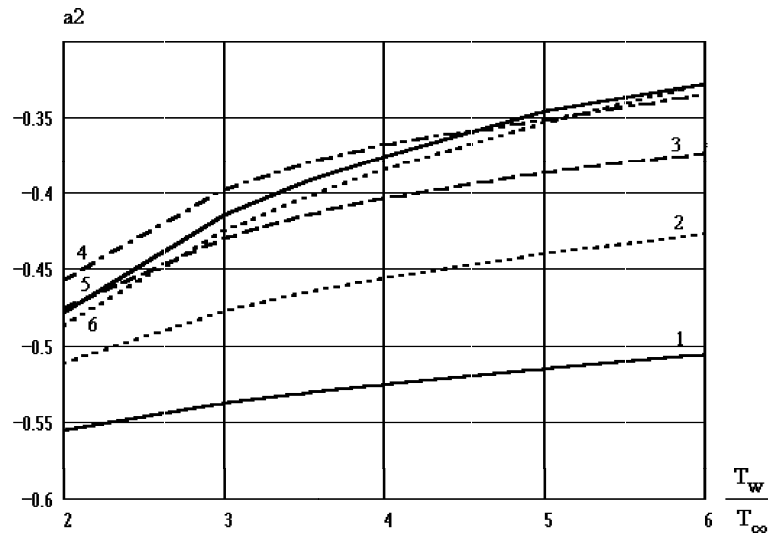


Рис.5. Зависимость a_2 для воздуха от приведенной температуры стенки T_w/T_∞ при малых параметрах β для воздуха при температуре набегающего потока $T = 300\text{K}$ для различных значений давления (в барах):
 1 – $p = 1$; 2 – $p = 100$; 3 – $p = 200$;
 4 – $p = 400$; 5 – $p = 800$; 6 – $p = 1000$

Литература

- [1] Шехтман А.М. Газодинамические функции реальных газов. Справочник. М.: Энергоатомиздат, 1988. 171с.
- [2] Лойцянский В.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1978. 736с.
- [3] Вассерман А.А., Казавчинский Я.З., Рабинович В.А. Теплофизические свойства воздуха и его компонентов. М.: Наука, 1966. 375с.

ABOUT FEATURES OF BOUNDARY LAYER IN DENSE GAS

S. Bolijchev, A. Bulavincev, V. Kurochkin, S. Tsaplin ²

In given article the task about laminar boundare layer on heat – insulated plate is considered. The numerical solution of task in view of real dependence of factors from density and temperature is adduced.

²Stanislav Bolijchev, Artem Bulavincev, Victor Kurochkin, Sergei Tsaplin, departament of solid state physics, Samara state university