

ВКЛАД ПОЛЯРИЗАЦИИ ВАКУУМА В ШИРИНУ РАСПАДА ПИОНИЯ

А.П. Мартыненко, В.А. Салеев¹

В рамках квазипотенциального метода вычислена поправка, обусловленная поляризацией вакуума и адронной поляризацией вакуума, в ширину распада связанного состояния $(\beta^+ \beta^-)$ - пиония. Учет этих эффектов поляризации вакуума приводит к следующей модификации формулы Дезера: $\Gamma = \frac{16\pi}{9} \sqrt{\frac{2\Delta m_\pi}{m_\pi}} (a_0 - a_2)^2 |(0)|^2 (1 + A_{VP} f^2 \frac{m_\pi}{m_e} + A_{HVP} f^2)$, $A_{VP} \approx 0.10$, $A_{HVP} \approx 0.3$.

В настоящее время в ЦЕРНе проводятся эксперименты по измерению времени жизни атома, состоящего из двух заряженных пионов $(\pi^+ \pi^-)$ - пиония [1] с 10% точностью. Первая оценка времени жизни $1S$ пиония была получена в работе [2]: $\tau = 2.9_{-2.1}^{+\infty} \cdot 10^{-15}$ с. Эти эксперименты позволят определить величину разности длин $\pi\pi$ - рассеяния $(a_0 - a_2)$ с полным изоспином 0 и 2 и, таким образом, проверить предсказания киральной теории возмущений (ChPT) [4]. Энергетический спектр пиония [3] определяется кулоновским потенциалом, т.к. боровский радиус $r_B = 378$ фм значительно превосходит размеры области сильных взаимодействий. Вместе с тем сильные взаимодействия ответственны за распад $(\pi^+ \pi^-)$ - атома. Амплитуда процесса $\pi^+ + \pi^- \rightarrow \pi^0 + \pi^0$ может быть найдена в рамках киральной теории возмущений. Эффективный лагранжиан взаимодействия пионов

$$L_{int.}(\vec{\pi}) = \frac{1}{4} A_0 (\pi_0^* \pi_0^* \pi_0 \pi_0) + B_0 (\pi_+^* \pi_-^* \pi_+ \pi_-) + \frac{1}{2} C_0 (\pi_+^* \pi_-^* \pi_0 \pi_0 + \pi_0^* \pi_0^* \pi_+ \pi_-) + \quad (1)$$

$$+ \frac{1}{4} D_0 (\pi_+^* \pi_+^* \pi_+ \pi_+ + \pi_-^* \pi_-^* \pi_- \pi_- + 2\pi_+^* \pi_0^* \pi_+ \pi_0 + 2\pi_-^* \pi_0^* \pi_- \pi_0)$$

содержит ряд феноменологических констант, которые могут быть выражены через длины $\pi\pi$ - рассеяния a_0 и a_2 с изотопическим спином $I=0$ и $I=2$:

$$A_0 = \frac{8\pi}{3m_\pi^2} (a_0 + 2a_2), \quad B_0 = \frac{8\pi}{3m_\pi^2} (a_0 + \frac{1}{2}a_2), \quad (2)$$

$$C_0 = \frac{8\pi}{3m_\pi^2} (a_0 - a_2), \quad D_0 = \frac{8\pi}{3m_\pi^2} a_2.$$

Для правильного извлечения длин рассеяния a_0 и a_2 из эксперимента необходим расчет ширины распада $A_{2\pi} \rightarrow \pi_0 + \pi_0$ с учетом сильных и электромагнитных поправок

¹ Мартыненко Алексей Петрович, Салеев Владимир Анатольевич, кафедра общей и теоретической физики Самарского государственного университета

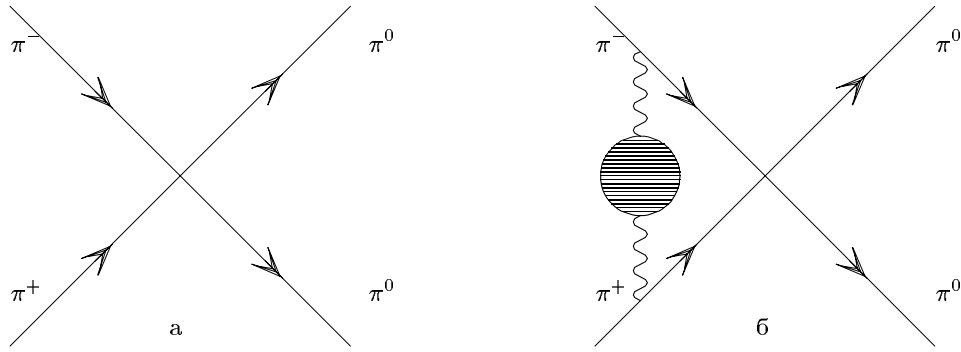


Рис. 1: Амплитуда процесса $\pi^+ + \pi^- \rightarrow \pi^0 + \pi^0$ в древесном приближении (а) и с учетом поляризации вакуума (б).

порядка $O(\alpha)$ и $O(\alpha^2)$ [5-11]. В данной работе вычислены электромагнитные поправки, обусловленные поляризацией вакуума [12] и адронной поляризацией вакуума [13] в ширину распада пиония.

Амплитуда распада пиония на пару π^0 мезонов может быть представлена в виде свертки амплитуды процесса $\pi^+ + \pi^- \rightarrow \pi^0 + \pi^0$ $M(q, P)$ и волновой функции Бете-Солпитера $\psi(q, P)$ [14]

$$F = \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \psi(q, P) M(q, P), \quad (3)$$

где 4-импульсы π - мезонов q_1, q_2 выражены через полный 4-импульс $P = q_1 + q_2$ и относительный 4-импульс $q = \frac{1}{2}(q_1 - q_2)$. В древесном приближении амплитуда процесса $\pi^+ + \pi^- \rightarrow \pi^0 + \pi^0$ определяется константой C_0 (рис.1,а):

$$M_0 = \frac{32}{3} \pi m_\pi (a_0 - a_2), \quad (4)$$

где m_π - масса π^+ - мезона. Квазипотенциальная волновая функция

$$\psi(\vec{q}) = \int \frac{dq^0}{2\pi} \psi(q, P)$$

в нерелятивистском приближении описывается обычным уравнением Шредингера с кулоновским потенциалом, и ее значение в нуле равно: $\psi_n(0) = \sqrt{m_\pi^3 \alpha^3 / 8\pi n^3}$.

Используя выражения (3), (4) и формулу для дифференциальной ширины распада $A_{2\pi} \rightarrow \pi^0 + \pi^0$ [12]

$$d\Gamma = \frac{|\vec{p}_{\pi_0}|}{E_{A_{2\pi}}^2} \frac{d\Omega_{\pi_0}}{32\pi^2} |F|^2, \quad (5)$$

мы получаем формулу Дезера для полной ширины распада пиония [18]

$$\Gamma_0 = \frac{16\pi}{9} \sqrt{\frac{2\Delta m_\pi}{m_\pi}} \sqrt{1 - \frac{\Delta m_\pi}{2m_\pi}} (a_0 - a_2)^2 |\psi(0)|^2, \quad (6)$$

где $\Delta m_\pi = m_{\pi^+} - m_{\pi^0}$. Вычисление электромагнитных и сильных поправок к этой формуле обсуждается в [5-11]. Поправка к амплитуде распада $A_{2\pi} \rightarrow \pi^0 + \pi^0$, определяемая поляризацией вакуума, представлена на рис.1,б. Учет поляризации вакуума в

этой однопетлевой диаграмме проводился при помощи следующей замены фотонного пропагатора [3, 12]

$$\frac{1}{k^2 + i\epsilon} \rightarrow \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \int_{s_{th}}^{\infty} \frac{\rho(s) ds}{k^2 - s + i\epsilon}, \quad (7)$$

где $\rho(s)$ - спектральная функция. Амплитуда, соответствующая диаграмме рис.1,б, имеет вид:

$$F_{VP} = \frac{32}{3} \pi m_\pi (a_0 - a_2) \int_{s_{th}}^{\infty} \rho(s) ds \int D^{\mu\nu}(k, s) \frac{[ie(2p_2^\mu + k^\mu)]}{(p_2 + k)^2 - m_\pi^2 + i\epsilon} \times \quad (8)$$

$$\times \frac{[-ie(2p_1^\nu - k^\nu)]}{(p_1 - k)^2 - m_\pi^2 + i\epsilon} \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \psi(p, P),$$

где $D^{\mu\nu}(k, s)$ - пропагатор фотона, модифицированный соответствующим образом согласно формуле (7). Выбирая $D^{\mu\nu}$ в кулоновской калибровке и оставляя основной вклад в амплитуде, определяемый кулоновскими фотонами, мы можем преобразовать амплитуду (8) следующим образом:

$$F_{VP} = \frac{16m_\pi^3 \alpha^2 (a_0 - a_2) \psi(0)}{3\pi} \int_{s_{th}}^{\infty} \frac{\rho(s) ds}{s + \vec{k}^2} \int \frac{d\vec{k}}{\sqrt{\vec{k}^2 + m_\pi^2} (\vec{k}^2 + W^2)}, \quad (9)$$

где при построении оператора взаимодействия частиц в начальном состоянии в рамках квазипотенциального метода мы положили равной нулю относительную энергию частиц [15]. В случае обычной поляризации вакуума

$$\rho(s) = \frac{1}{3s} \left(1 + \frac{2m_e^2}{s}\right) \sqrt{1 - \frac{4m_e^2}{s}}, \quad (10)$$

а для адронной поляризации вакуума мы выбираем $\rho(s)$ в виде:

$$\rho(s) = \frac{(s - 4m_\pi^2)^{3/2}}{12s^{5/2}} |F_\pi(s)|^2. \quad (11)$$

Чтобы выполнить интегрирование в (9), в этом случае мы использовали выражение для пионного формфактора F_π , предложенного в работе [16]:

$$F_\pi(s) = \frac{m_\rho}{m_\rho^2 - s - im_\rho \Gamma_\rho(s)} \exp \left\{ -\frac{s}{96\pi^2 f_\pi^2} \operatorname{Re} \left[A\left(\frac{m_\pi^2}{s}, \frac{m_\pi^2}{m_\rho^2}\right) + \frac{1}{2} A\left(\frac{m_K^2}{s}, \frac{m_K^2}{m_\rho^2}\right) \right] \right\} \quad (12)$$

где функция

$$A\left(\frac{m_P^2}{s}, \frac{m_P^2}{\mu^2}\right) = \ln\left(\frac{m_P^2}{\mu^2}\right) + \frac{8m_P^2}{s} - \frac{5}{3} + \sigma_P^3 \ln\left(\frac{\sigma_P + 1}{\sigma_P - 1}\right), \quad \sigma_P = \sqrt{1 - 4m_P^2/s}, \quad (13)$$

$$\Gamma_\rho(s) = -\frac{m_\rho s}{96\pi^2 f_\pi^2} \operatorname{Im} \left[A\left(\frac{m_\pi^2}{s}, \frac{m_\pi^2}{m_\rho^2}\right) + \frac{1}{2} A\left(\frac{m_K^2}{s}, \frac{m_K^2}{m_\rho^2}\right) \right], \quad (14)$$

$f_\pi = 92.42 \pm 0.07 \pm 0.25$ MeV [17], m_K , m_ρ - массы $K^\pm$ и ρ -мезонов. Этот пионный формфактор хорошо описывает экспериментальные данные до энергий 1 ГэВ в терминах m_π , m_K , m_ρ , и f_π . Выполняя численное интегрирование в (9) и учитывая интерференцию амплитуд M_0 и F_{VP} при вычислении ширины распада пиония,

мы получили следующую модификацию формулы Дезера за счет рассматриваемых эффектов:

$$\Gamma = \frac{16\pi}{9} \sqrt{\frac{2\Delta m_\pi}{m_\pi}} \sqrt{1 - \frac{\Delta m_\pi}{2m_\pi}} (a_0 - a_2)^2 |\psi(0)|^2 (1 + A_{VP} \alpha^2 \frac{m_\pi}{m_e} + A_{HVP} \alpha^2), \quad (15)$$

где $A_{VP} \approx 0.10$, $A_{HVP} \approx 0.3$. Обе поправки в формуле (15) имеют порядок $O(\alpha^2)$, но вклад обычной поляризации вакуума фактически содержит параметр $x = \alpha \frac{m_\pi}{m_e} = 1.99$, что делает эту поправку сравнимой с членами порядка $O(\alpha)$. В формулу для ширины распада пиония (15) входит ряд параметров: значение кулоновской волновой функции в нуле, масса π^+ мезона, разность масс заряженного и нейтрального π мезонов, а также величина $(a_0 - a_2)$. Теоретические значения S-волновых длин $\pi\pi$ -рассеяния были найдены в рамках киральной теории возмущений: $a_0 = 0.217$, $a_2 = -0.041$ [4]. Экспериментальные значения составляют соответственно: $a_0 = 0.26 \pm 0.05$, $a_2 = -0.028 \pm 0.012$ [19]. Поэтому планируемое определение времени жизни пионных атомов на эксперименте в ЦЕРНе позволит определить разность $(a_0 - a_2)$ с более высокой точностью.

В заключение авторы выражают благодарность Л.Л. Неменову, А.Г. Русецкому, Р.Н. Фаустову за полезные обсуждения. Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных исследований (Грант 98-02-16185) и Программы "Университеты России - Фундаментальные Исследования" (Грант 2759).

Литература

- [1] Неменов Л.Л. // ЯФ, 1985. Т.41, С.629.
- [2] Afanasyev L.G., et al. //Phys. Lett., 1994. V.B338, P.478.
- [3] Мартыненко А.П., Фаустов Р.Н. //Вестник МГУ. Сер.3. Физика. Астрономия, 1986. Т.27. N3. С.3.
- [4] Gasser J., Leutwyler H. //Annals of Phys., 1984. V.158. P.142.
- [5] Silagadze Z. //JETP Lett., 1994. V.60. P.689.
- [6] Kuraev E.A. //ЯФ, 1998. Т.61. С.239.
- [7] Jallouli H., Sazdjian H. //Preprint IPNO/TH 97-01. 1997.
- [8] Labelle P., Buckley K. //Preprint hep-ph/9804201.
Kong X., Ravndal F. //Preprint hep-ph/9805357
- [9] Lyubovitskij V.E., Rusetsky A.G. //Phys. Lett., 1996. V.B389. P.181.
- [10] Lyubovitskij V.E., Lipartia E.Z., Rusetsky A.G. //JETP Lett., 1997. V.66. P.747.
- [11] Ivanov M.A., et al. //Preprint hep-ph/9805356.
- [12] Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. // Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1989.
- [13] Мартыненко А.П., Фаустов Р.Н. //ЯФ, 1998. Т.61, С.435.
- [14] Faustov R.N., Martynenko A.P., Saleev V.A. //Phys. Rev. A, 1995. V.51. P.4520.
- [15] Мартыненко А.П., Фаустов Р.Н. //ТМФ, 1985. Т.64. С.179.
- [16] Guerrero F., Pich A. //Phys.Lett., 1997. V.B412. P.382.
- [17] Review of Particle Properties //Phys. Rev., 1996. V.D54. N1. Part 1.
- [18] Deser S. //Phys. Rev., 1954. V.96, P.774.
- [19] Knecht M., Urech R. //Preprint hep-ph/9709348.

VACUUM POLARIZATION CONTRIBUTION TO THE PIONIUM DECAY RATE

A.P. Martynenko, V.A. Saleev ²

The contribution of vacuum polarization and hadronic vacuum polarization to the decay rate of the bound state ($\beta^+\beta^-$) is evaluated on the basis of the quasipotential method. Taking into account these effects of the vacuum polarization we have obtained the next modification of Deser-type formula: $\Gamma = \frac{16\pi}{9} \sqrt{\frac{2\Delta m_\pi}{m_\pi}} (a_0 - a_2)^2 |\chi(0)|^2 (1 + A_{VP} f f^2 \frac{m_\pi}{m_e} + A_{HVP} f f^2)$, $A_{VP} \approx 0.10$, $A_{HVP} \approx 0.3$.

²Martynenko Alexei Petrovich, Saleev Vladimir Anatolievich, dept. of general and theoretical physics, Samara state university