

РОЖДЕНИЕ АТОМОВ ПОЗИТРОНИЯ В СТОЛКНОВЕНИЯХ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ИОНОВ

А.П. Мартыненко¹, В.А. Салеев²

Показано, что в столкновениях тяжелых релятивистских ионов при энергии порядка 100 ГэВ/нуклон сечение двухфотонного рождения атомов позитрония достигает величины около 10^{-25} см² для 1S_0 волновых состояний и $\sim 10^{-30}$ см² для Р волновых.

В последнее время достигнуты значительные успехи в теоретическом описании энергетических спектров и ширин распада атомов позитрония (см., например обзор [1]). Так в работе [2] были вычислены поправки порядка $\alpha^4 R_\infty$ к Р-уровням позитрония на основе нерелятивистской теории возмущений для уравнения Шредингера, а в [3] был вычислен ряд вкладов $m\alpha^6$ для S-уровней позитрония. Эти расчеты представляют большой интерес для исследования интервалов тонкой структуры в позитронии $2^3S_1 \div 2^3P_J$ ($J=0,1,2$), точность измерения которых уже составляет несколько МГц [4]. В ряде работ [5, 6, 7, 8] проведены расчеты радиационных и релятивистских поправок порядка α^2 к ширине распада ортопозитрония в связи с наблюдающимся в последние годы устойчивым расхождением между теорией и экспериментом. Получение атомов позитрония, особенно в состояниях с ненулевым орбитальным моментом (Р-волновых), в количествах, достаточных для прецизионного исследования энергетического спектра и парциальных ширин распада имеет большое значение для решения проблем связанных состояний в квантовой электродинамике [9]. Различные механизмы рождения атомов позитрония обсуждаются достаточно давно [10, 11, 12]. Наиболее перспективным представляется рождение позитрониев в распадах пионов [10] и рождение фотонами [11] или электронами [12, 13] высоких энергий на ядерных мишенях. Принимая во внимание, что сечение рождения позитрониев существенно зависит от величины зарядов сталкивающихся частиц, в настоящей работе исследуется рождение позитрониев в столкновениях релятивистских ионов при энергиях ~ 100 ГэВ/нуклон, достигнутых в настоящее время в ЦЕРНе [14].

На рис. 1 показана диаграмма двухфотонного рождения атома позитрония в состояниях 1S_0 и $^{2S+1}P_J$ в процессе $\gamma\gamma \rightarrow [^{2S+1}L_J]$ в столкновениях ионов A_1 и A_2 с зарядами Z_1 и Z_2 , соответственно.

В области высоких энергий сталкивающихся ионов основной вклад в сечение рождения связанных e^+e^- -состояний дает область малых виртуальностей фотонов: $s \gg M^2 \gg Q_1^2, Q_2^2$, где M - масса позитрония. В рамках приближения

¹Мартыненко Алексей Петрович. Кафедра общей и теоретической физики Самарского государственного университета.

²Салеев Владимир Анатольевич. Кафедра общей и теоретической физики Самарского государственного университета.

Вайцзеккера-Вильямса [15] сечение рождения позитрония в столкновении ионов A_1 и A_2 может быть найдено как свертка сечения рождения атома позитрония двумя фотонами $\hat{\sigma}(\gamma\gamma \rightarrow {}^{2S+1}L_J, \hat{s})$ со спектрами эквивалентных фотонов:

$$\sigma(A_1 A_2 \rightarrow A_1 A_2 [{}^{2S+1}L_J], s) = \int d\omega_1 \int d\omega_2 \Phi_{A_1}(\omega_1) \Phi_{A_2}(\omega_2) \hat{\sigma}(\gamma\gamma \rightarrow [{}^{2S+1}L_J], \hat{s}), \quad (1)$$

где $s(p_1 + p_2)^2$ - квадрат полной энергии ионов в с.ц.м., $\hat{s} = (k_1 + k_2)^2 = 4\omega_1\omega_2$. При высоких энергиях спектры эквивалентных фотонов могут быть выбраны в приближенном виде, учитывающем только вклад главных логарифмических членов:

$$\omega \Phi_A(\omega) = \frac{\alpha}{\pi} \ln \frac{k_{max}^2}{k_{min}^2}, \quad (2)$$

где $k_{max}^2 = \omega^2$, $k_{min}^2 = M_A^2 \omega^2 / E^2$, M_A - массы сталкивающихся ионов (для простоты рассматриваем случай $A_1 = A_2$), $E = \sqrt{s}/2$ - энергия ионов в с.ц.м.

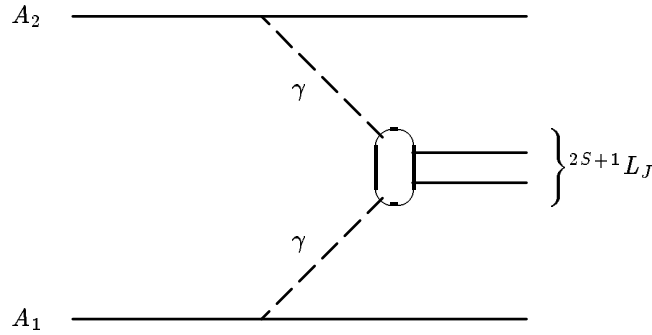


Рис. 1.

В нерелятивистском приближении, когда позитроний представляется как e^+e^- -пара с одинаковыми импульсами в состоянии со спин-четностью J^{PC} и $M = 2m_e$, используя формализм проекционного оператора [16], амплитуда процесса $\gamma\gamma \rightarrow [{}^{2S+1}L_J]$ может быть записана в виде:

$$\mathcal{M}({}^1S_0) = \sqrt{\frac{1}{\pi}} R_S(0) \text{Tr} [\mathcal{O}(P, k) P_{SS_z}(P, k)]|_{k=0}, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}({}^{2S+1}P_J) &= \sqrt{\frac{3}{4\pi}} R'_P(0) \sum_{L_z S_z} \varepsilon_\alpha^* < LL_z; SS_z | JJ_z > \\ &\text{Tr} [\mathcal{O}^\alpha(P, k) P_{SS_z}(P, k) + \mathcal{O} P_{SS_z}^\alpha(P, k)]|_{k=0}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\mathcal{O}(P, k)$ - амплитуда рождения e^+e^- -пары на массовой поверхности с полным 4-импульсом P и относительным импульсом $k = (0, \vec{k})$, $\varepsilon_\alpha^*(L_z)$ - 4-вектор, описывающий состояние поляризации при $L = 1$,

$$P_{SS_z}(P, k) = \sum_{s_1, s_2} < s_1, s_2 | SS_z > V(\frac{P}{2} - k, s_2) \bar{U}(\frac{P}{2} + k, s_1) \quad (5)$$

- спиновый проекционный оператор,

$$\mathcal{O}^\alpha(P, k) = \frac{\partial \mathcal{O}(P, k)}{\partial k^\alpha}, \quad P_{S_z}^\alpha(P, k) = \frac{\partial P_{S_z}(P, k)}{\partial k^\alpha}.$$

С точностью до членов $\sim k^2$:

$$P_{00}(P, 0) = \frac{1}{2\sqrt{2}}\gamma_5(\hat{P} + M) \quad (6)$$

$$P_{00}^\alpha(P, 0) = \frac{1}{\sqrt{2}M}\gamma^\alpha\gamma_5\hat{P} \quad (7)$$

$$P_{1S_z}(P, 0) = \frac{1}{2\sqrt{2}}\hat{\epsilon}^*(S_z)(\hat{P} + M) \quad (8)$$

$$P_{1S_z}^\alpha(P, 0) = \frac{1}{2\sqrt{2}M}\left[\hat{\epsilon}^*(S_z)(\hat{P} + M)\gamma^\alpha + \gamma^\alpha\hat{\epsilon}^*(S_z)(\hat{P} + M)\right]. \quad (9)$$

В случае Р-волновых позитрониев выполняются следующие правила суммирования:

$$\sum_{L_z S_z} \epsilon^{*\alpha}(L_z)\epsilon^{*\beta}(S_z) \langle 1L_z; 1S_z | J=0, J_z=0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(-g^{\alpha\beta} + \frac{P^\alpha P^\beta}{M^2}\right) \quad (10)$$

$$\sum_{L_z S_z} \epsilon^{*\alpha}(L_z)\epsilon^{*\beta}(S_z) \langle 1L_z; 1S_z | J=1, J_z \rangle = -\frac{i}{\sqrt{2}M}\epsilon^{\alpha\beta\mu\nu}P_\nu\epsilon_\mu^*(J_z) \quad (11)$$

$$\sum_{L_z S_z} \epsilon^{*\alpha}(L_z)\epsilon^{*\beta}(S_z) \langle 1L_z; 1S_z | J=2, J_z \rangle = \epsilon^{*\alpha\beta}(J_z), \quad (12)$$

где вектор поляризации $\epsilon^\alpha(J_z)$ и тензор $\epsilon^{\alpha\beta}(J_z)$ имеют свойства:

$$P_\alpha\epsilon^\alpha(J_z) = 0, \quad P_\alpha\epsilon^{\alpha\beta}(J_z) = 0, \quad \epsilon_\alpha^\alpha(J_z) = 0, \quad \epsilon^{\alpha\beta}(J_z) = \epsilon^{\beta\alpha}(J_z).$$

Суммирование по поляризационным состояниям для $J=1, 2$ осуществляется при помощи соотношений:

$$\sum_{J_z=-1}^1 \epsilon_\alpha(P, J_z)\epsilon_\beta^*(P, J_z) = \mathcal{P}_{\alpha\beta} \quad (13)$$

$$\sum_{J_z=-2}^2 \epsilon_{\alpha\beta}(P, J_z)\epsilon_{\mu\nu}^*(P, J_z) = \frac{1}{2}(\mathcal{P}_{\alpha\mu}\mathcal{P}_{\beta\nu} + \mathcal{P}_{\alpha\nu}\mathcal{P}_{\beta\mu}) - \frac{1}{3}\mathcal{P}_{\alpha\beta}\mathcal{P}_{\mu\nu}, \quad (14)$$

где

$$\mathcal{P}_{\alpha\beta} = -g_{\alpha\beta} + \frac{P_\alpha P_\beta}{M^2}.$$

Сечение процесса $\gamma\gamma \rightarrow [^{2S+1}L_J]$ выражается через квадрат модуля амплитуды, усредненной по двум поляризациям фотонов:

$$\sigma(\gamma\gamma \rightarrow [^{2S+1}L_J]) = \frac{\pi}{s}\delta(\hat{s} - M^2)|\mathcal{M}(\gamma\gamma \rightarrow [^{2S+1}L_J])|^2. \quad (15)$$

Принимая во внимание, что квадрат модуля радиальной части волновой функции позитрония в нуле и ее производной равны, соответственно,

$$|R_S(0)|^2 = \frac{m_e^3\alpha^3}{2n^3}, \quad |R_P'(0)|^2 = \frac{m_e^5\alpha^5(n^2-1)}{72n^5}, \quad (16)$$

сечение процесса рождения позитрония представляется в виде:

$$\hat{\sigma}(\gamma\gamma \rightarrow {}^1S_0) = \frac{2\pi^2\alpha^5}{n^3}\delta(\hat{s} - M^2), \quad (17)$$

$$\hat{\sigma}(\gamma\gamma \rightarrow {}^1P_1) = 0, \quad (18)$$

$$\hat{\sigma}(\gamma\gamma \rightarrow {}^3P_0) = \frac{\pi^2\alpha^7(n^2 - 1)}{2n^5}\delta(\hat{s} - M^2), \quad (19)$$

$$\hat{\sigma}(\gamma\gamma \rightarrow {}^3P_1) = 0, \quad (20)$$

$$\hat{\sigma}(\gamma\gamma \rightarrow {}^3P_2) = \frac{2\pi^2\alpha^7(n^2 - 1)}{3n^5}\delta(\hat{s} - M^2). \quad (21)$$

Полезно отметить, что сечение рождения позитрония в $\gamma\gamma$ -взаимодействии связано с шириной распада Γ связанного e^+e^- -состояния на два фотона следующим образом:

$$\hat{\sigma}(\gamma\gamma \rightarrow {}^{2S+1}L_J) = \frac{8\pi^2(2J+1)}{M}\Gamma({}^{2S+1}L_J \rightarrow \gamma\gamma)\delta(\hat{s} - M^2). \quad (22)$$

Ограничившись главным логарифмическим приближением получаем сечение рождения атома позитрония в столкновениях тяжелых ионов [17]:

$$\sigma(AA \rightarrow AA[{}^{2S+1}L_J], s) = 2 \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 \int d\hat{s} \frac{\hat{\sigma}(\gamma\gamma \rightarrow [{}^{2S+1}L_J], \hat{s})}{\hat{s}} \ln^2 \frac{E}{M_A} F\left(\frac{\hat{s}}{s}\right), \quad (23)$$

где

$$F(x) = (2+x)^2 \ln \sqrt{\frac{1}{x}} - (3+x)(1-x). \quad (24)$$

В таблице 1 приведены результаты расчетов сечений рождения $S(n=1)$ - и $P(n=2)$ -волновых позитрониев в столкновениях ионов урана ($Z=92$, $A=238$) в зависимости от энергии на один нуклон $E_1 = E/A$. Очевидно, что полное сечение образования 1S_0 -позитрония, просуммированное по всем S -уровням, отличается множителем $\zeta(3) = \sum_{n=1}^{\infty} 1/n^3 \approx 1,202$, а полное сечение рождения P -волнового позитрония, просуммированное по всем P -уровням, включает дополнительный фактор $32(\zeta(3) - \zeta(5))/3 \approx 1,76$.

Таблица 1.

E_1 , ГэВ	1	10	50	100	200
$\sigma[{}^1S_0]$, см ²	$2.5 \cdot 10^{-29}$	$4.4 \cdot 10^{-26}$	$1.4 \cdot 10^{-25}$	$1.9 \cdot 10^{-25}$	$2.7 \cdot 10^{-25}$
$\sigma[{}^3P_0 + {}^3P_2]$, см ²	$9.4 \cdot 10^{-35}$	$1.6 \cdot 10^{-31}$	$5.1 \cdot 10^{-31}$	$7.2 \cdot 10^{-31}$	$1.0 \cdot 10^{-30}$

Таким образом, в столкновениях ядер урана при энергии 100 ГэВ/нуклон сечение рождения атомов паразитрония составляет около 0.1 бн или 10^{-25} см², а сечение рождения P -волновых позитрониев - около 10^{-30} см². В тоже время сечение фоторождения паразитрония в области энергий фотона ~ 100 ГэВ на тяжелом ядре составляет примерно 10^{-27} см² при учете эффекта экранирования заряда атомными электронами [11], а сечение электроорождения на тяжелом ядре имеет порядок 10^{-29} см² [13].

В заключение авторы выражают благодарность Б.А.Арбузову и Р.Н.Фаустову за полезные обсуждения. Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных исследований грант 96-02-17309.

Литература

- [1] Двоглазов В.В., Тюхтяев Ю.Н., Фаустов Р.Н. // ЭЧАЯ, 1994. Т.25. С.145.
- [2] Елховский А.С., Мильштейн А.И., Хриплович И.Б. //ЖЭТФ, 1994. Т.105. Вып.2. С.299.
- [3] Eides M.I., Grotch H. //Preprint PSU/TH/151 1994.
- [4] Westbrook C.I., Gidley D.W., et al. // Bull. Am. Phys. Soc., 1987, V.32, P.1051; Phys. Rev. A, 1989, V.40, P.5489.; Nico J.S., Gidley D.V., et al. // Phys. Rev. Lett., 1990, V.65, P.1344; Gidley D.W., Rich A., Sweetman I.J. et al. //Phys. Rev. Lett., 1982, V.49, P.525.
- [5] Faustov R.N., Martynenko A.P., Saleev V.A. //Phys. Rev. A, 1995, V.51, P.4520.
- [6] Labelle P., Lepage G.P. //Preprint CLNS/93/1199, 1993.
- [7] Буриченко А.П. //ЯФ, 1993. Т.56. Вып.5. С.123.
- [8] Khriplovich I.B., Milstein A.I. //Preprint BINP 94-30, 1994.
- [9] Ахиезер А.И., Берестецкий В.Б. // Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1981.
- [10] Неменов Л.Л. // ЯФ, 1972, Т.15, С.1047.
- [11] Любошиц В.Л. // ЯФ, 1987, Т.45, С.1099.
- [12] Ахундов А.А., Бардин Д.Ю., Неменов Л.Л. // ЯФ, 1978. Т.27. С.1542.
- [13] Меледин Г.В., Сербо В.Г., Сливков А.К. // Письма в ЖЭТФ, 1971. Т.13. С.98.
- [14] Abreu M.C. et al. // Z. Phys. C, 1988, V.38, P.117; Baglin C. et al. // Phys. Lett. B, 1989, V.220, P.471.
- [15] Weizsacker C.F. // Z. Phys., 1934, V.88, P.612; Williams E.J. // Phys. Rev., 1934, V.45, P.729.
- [16] Cahn R.N. et al. // Phys. Lett. B, 1979, V.82, P.113.
- [17] Исаев П.С. // Квантовая электродинамика в области высоких энергий. Энерго-атомиздат, 1984.

POSITRONIUM PRODUCTION IN THE COLLISIONS OF RELATIVISTIC IONES

A.P.Martynenko¹, V.A.Saleev²

It is shown that in the collisions of relativistic ionies at the energy range of ~ 100 GeV/nucleon the positronium production cross section is about of 10^{-25} cm² for S wave states and $\sim 10^{-30}$ cm² for sum of P wave states.

¹Martynenko Alexei Petrovich, Dept. of General and Theoretical Physics, Samara State University

²Saleev Vladimir Anatolievich, Dept. of General and Theoretical Physics, Samara State University