

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗВИТИЯ ТРЕЩИН В УСЛОВИЯХ ПОЛЗУЧЕСТИ

Логинов О.А

Проблеме роста трещин в условиях высокотемпературной ползучести в последнее время уделяется все большее внимание. Основные теоретические модели докритического роста трещин при ползучести основываются на предположении, что перед вершиной трещины находится зона предразрушения. Можно выделить два наиболее распространенных способа описания накопленной поврежденности в указанной зоне - это величина интенсивности деформаций ползучести, или параметр поврежденности Качанова - Работнова [2 - 4]. Данные меры поврежденности использовались при моделировании роста трещин в ряде работ [5 - 7]. В [8] вместо критерия локального разрушения $\omega = 1$ при моделировании роста трещин использовался критерий разрушения $\sigma_e = \sigma_*(1 - \omega)$. Большинство моделей роста трещин основано на несвязанной постановке задачи теории ползучести с поврежденностью. Имеется лишь несколько работ [1,9], где анализ роста трещины проводился в связанной постановке теории ползучести с поврежденностью. В публикуемой работе (аналогично [10]) предполагается, что у вершины трещины находится зона предразрушения, напряжения и поврежденность в которой связаны соотношением $\sigma_e = \sigma_*(1 - \omega)$. Вне зоны предразрушения определяющие соотношения используются в несвязанной форме. Накопление поврежденности ведет к перераспределению напряжений как в самой зоне предразрушения, так и вне ее. Показано, что в момент старта напряжения и сплошность в вершине трещины обращаются в нуль и наступает докритический этап ее роста. При достижении трещиной критической длины происходит переход к неустойчивому (динамическому) этапу роста трещины.

1 Постановка задачи

Рассмотрим поведение трещины при ползучести в условиях плоского напряженного состояния. Начало неподвижной декартовой системы координат расположено в центре трещины длиной $2l(t)$, начало движущейся системы координат находится в вершине трещины. Будем считать, что трещина распространяется со скоростью $v(t)$ в направлении оси x . Накопление поврежденности в материале в условиях высокотемпературной ползучести описывается параметром поврежденности ω , меняющимся от $\omega = 0$ в начальном состоянии, до $\omega = 1$ в момент локального разрушения материальной точки. Кинетическое уравнение для параметра поврежденности записывается в виде [2,3]:

$$\dot{\omega} = A(\sigma_1/(1 - \omega))^m \quad (1)$$

где σ_1 максимальное главное напряжение, A, m - константы материала.

В несвязанной постановке теории ползучести с поврежденностью предполагается, что накопленная поврежденность не влияет на процесс ползучести. Следовательно, определяющее уравнение для упруго - нелинейно вязкого материала может быть записано в виде [3]:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1+\nu}{E}(\dot{\sigma}_{ij} - \frac{\nu}{1+\nu}\dot{\sigma}_{kk}\delta_{ij}) + \frac{3}{2}B\sigma_e^{n-1}s_{ij} \quad (2)$$

где $\varepsilon_{ij}, \sigma_{ij}$ - тензоры деформаций и напряжений, s_{ij} - девиатор тензора напряжений, δ_{ij} - символ Кронекера, s_e - интенсивность напряжений, E, ν - модуль Юнга и коэффициент Пуассона, B, n - константы степенного закона ползучести. Решение краевой задачи для упругого - нелинейновязкого материала в случае неподвижной трещины было дано в работе [11]. В этом случае около вершины трещины имеется следующая асимптотика напряжений:

$$\sigma_{ij}(r \rightarrow 0, \varphi, t) = (C(t)/BI_n r)^{1/(n+1)}\sigma_{ij}^{(c)}(\varphi) \quad (3)$$

а на бесконечности поле напряжений имеет упругую асимптотику

$$\sigma_{ij}(r \rightarrow \infty, \varphi, t) = K_I \sigma_{ij}^{(e)}(\varphi)/(2\pi r)^{1/2} \quad (4)$$

где K_I - коэффициент интенсивности напряжений, $\sigma_{ij}^{(c)}(\varphi)$ и $\sigma_{ij}^{(e)}(\varphi)$ - безразмерные функции полярного угла, I_n - безразмерная константа, величина $C(t)$ представлена в работе [11] как

$$C(t) = (1 - \nu^2)K_I^2/[(n+1)Et] \quad (5)$$

Для растущей трещины при $n > 3$ в работе [12] было показано наличие новой асимптотики

$$\sigma_{ij}(r \rightarrow 0, \varphi, t) = (v(t)/EBr)^{1/(n-1)}\sigma_{ij}^{(v)}(\varphi) \quad (6)$$

где $\sigma_{ij}^{(v)}(\varphi)$ - так же безразмерная функция полярного угла. Кинетическое уравнение (1) при известном распределении напряжений σ_{ij} (3)-(6) можно проинтегрировать и для параметра поврежденности записать следующее выражение:

$$\omega(x, y, t) = 1 - (1 - A(m+1) \int_0^t \sigma_1^m(x, y, \tau) d\tau)^{\frac{1}{m+1}} \quad (7)$$

Основная проблема при моделировании роста трещин в несвязанной постановке теории ползучести с поврежденностью связана с сингулярностью поля напряжений перед вершиной трещины. В этом случае распределение поврежденности (7) не имеет смысла в некоторой окрестности у вершины трещины. Для устранения возникшей проблемы можно привлечь связанную постановку теории ползучести с поврежденностью [1,9] или ввести некоторую зону предразрушения перед вершиной трещины.

2 Простейшие модели

В первых работах по моделированию роста трещин в условиях ползучести [5 - 7] предполагалось, что критическое значение поврежденности $\omega = 1$ достигается на некотором расстоянии d от вершины трещины. Поле напряжений внутри области характерного значения d оставалось неопределенным, а вне этой области имело асимптотику (3) - (6). Поврежденность внутри данной области оставалась равной критическому значению $\omega = 1$, а вне ее

определялась из соотношения (7). Учитывая условие непрерывности для параметра поврежденности в точке $x = l(t) + d$, уравнение (7) можно переписать как уравнение для неизвестной зависимости $l(t)$ [7]:

$$A(m+1) \int_0^t \sigma_1^m(l(t) + d, \tau) d\tau = 1 \quad (8)$$

В работе [13] было показано, что при определенных значениях характеристик роста трещины (длины трещины $l(t)$ и скорости ее роста $v(t)$), уровня внешней нагрузки p , констант материала B, E, n асимптотики напряжений (3) или (6) справедливы лишь в малой окрестности у вершины трещины. Если размер этой окрестности меньше размера зоны предразрушения d , то вне зоны предразрушения для поля напряжений можно использовать упругую асимптотику (4). В результате уравнение (8) позволяет найти время старта трещины:

$$t_i = 1/[A(m+1)(K_I/(\sqrt{2\pi d})^m] \quad (9)$$

а так же записать интегральное уравнение для неизвестной скорости ее роста $v(t)$. Обозначим $t_* = 1/[A(m+1)\sigma_*^m]$ (σ_* - величина мгновенного предела прочности материала), $\alpha = m/2$, $K_{cr} = \sigma_*(2\pi d)^{1/2}$ и введем безразмерные переменные $\tau = t/t_*$, $z = (l(t) - l_0)/d$, $k(z) = (K_I(l(t))/K_{cr})^2$, $\tau'(z) = d/t_*v(t)$.

В результате уравнение (8) для неизвестной $\tau'(z)$ можно представить как:

$$\int_0^z \left(\frac{k(\xi)}{z - \xi + 1} \right)^\alpha \tau'(\xi) d\xi = 1 - \tau_i \left(\frac{k(0)}{z + 1} \right)^\alpha \quad (10)$$

где $\tau_i = 1/k^\alpha(0)$ - безразмерное время старта трещины. Решение уравнения (10) в размерных переменных имеет вид [7]:

$$v(t_i) = A(m+1)K_I^m(2\pi d)^{1-\alpha}/(2\pi d) \quad (11)$$

для скорости старта трещины;

$$v(t) = A(m+1)K_I^m(2\pi d)^{1-\alpha}/(2\pi(\alpha-1)) \quad (12)$$

при длительном процессе ее распространения ($l(t) - l_0 \gg d$). Соотношения (11), (12) устанавливают степенную зависимость величины $v(t)$ от K_I , что часто наблюдалось в экспериментальных исследованиях [1]. В [8] было показано, что простая модификация критерия локального разрушения $\omega = 1$ на $\sigma_e = \sigma_*(1 - \omega)$, где σ_* - мгновенный предел прочности, позволяет описать всю диаграмму длительной прочности. В этом случае простейшая модель зоны предразрушения, рассмотренная выше, может быть так же модифицирована на основе локального критерия разрушения $\sigma_e = \sigma_*(1 - \omega)$. Будем принимать, что в зоне предразрушения поврежденность уже не раняется критическому значению $\omega = 1$, а каким-то образом меняется в диапазоне $1 - \sigma_e/\sigma_* < \omega < 1$. Поле напряжений в зоне предразрушения в этом случае так же не определено. Вне этой зоны для поля напряжений можно записать упругую асимптотику (4), а для поврежденности уравнение (7). Условие непрерывности для параметра поврежденности в точке $x = l(t) + d$ позволяет записать следующее уравнение для неизвестной длины трещины $l(t)$ [8]:

$$A(m+1) \int_0^t \sigma_1^m(l(t) + d, \tau) d\tau = 1 - \left(\frac{\sigma(l(t) + d, t)}{\sigma_*} \right)^{m+1} \quad (13)$$

из уравнения (13) можно найти время старта трещины :

$$t_i = \frac{1 - (K_I/K_{cr})^{m+1}}{A(m+1)(K_I/\sqrt{2\pi d})^m} \quad (14)$$

и записать аналогичное (10) интегральное уравнение для неизвестной функции $\tau'(z)$:

$$\int_0^z \left(\frac{k(\xi)}{z - \xi + 1} \right)^\alpha \tau'(\xi) d\xi = 1 - \tau_i \left(\frac{k(0)}{z + 1} \right)^\alpha - k^\beta(z) \quad (15)$$

$$\tau_i = (1 - k^\beta(0))/k^\alpha(0), \beta = \alpha + 1/2$$

где τ_i - безразмерное время старта трещины. Уравнение (14) показывает, что при условии $K_I = K_{cr}$ время старта равно нулю, т.е. при $K_I = K_{cr}$ сразу же начинается неустойчивый рост трещины. Это условие аналогично условию $K_I = K_{IC}$ в линейной механике разрушения, K_{cr} можно рассматривать как вязкость разрушения в условиях ползучести. Скорость старта трещины при $K_I < K_{cr}$ можно найти из уравнения (15) как $v(t_i) = \alpha/t_* \tau'(0)$, где

$$\tau'(0) = (\alpha\tau_i - \beta k^{\beta-\alpha-1}(0)k'(0)) \quad (16)$$

Как следует из (16) для малых τ_i значение $\tau'(0)$ обращается нуль. Это означает, что после некоторого периода τ_i , в течение которого трещина неподвижна, сразу же начинается неустойчивый этап ее роста и отсутствует этап докритического роста трещины (т.н. задержанное разрушение в условиях ползучести). Данное явление произойдет в том случае, когда

$$M < k^\beta(0) < 1, M = 1/(1 + \frac{\beta k'(0)}{\alpha k(0)}) \quad (17)$$

Для длинных трещин $d/l_0 \ll 1$, поэтому явление задержанного разрушения в этом случае практически не наблюдается. Но для коротких трещин $d/l_0 \simeq 1$ и это явление может происходить в широком диапазоне изменения нагрузки $1/2 < k^\beta(0) < 1$. При $k^\beta(0) < M$ трещина стартует в момент времени t_i со скоростью $v(t_i)$, определяемой уравнением (16), и начинается процесс докритического развития трещины. Численное решение интегрального уравнения (15) позволяет найти особенности роста трещин при различных зависимостях $k(z)$. Здесь можно отметить лишь некоторые качественные результаты решения уравнения (15). Во первых, при $k(z) \ll 1$ уравнения (10) и (15) близки. Это означает что при низком уровне нагрузки ($k(z) \ll 1$) можно пользоваться простейшей моделью зоны предразрушения с критерием локального разрушения $\omega = 1$. Во-вторых, уравнение (15) показывает, что существует критическая длина z_{cr} и критическое время t_{cr} , такое, что в момент t_{cr} величина $\tau'(z_{cr}) = 0$, а $v(t_{cr}) = \infty$. Точное значение критической длины возможно найти только численными методами. Простейшая оценка [8] показывает, что $k(z_{cr})$ лежит в следующем диапазоне:

$$\frac{\alpha}{\beta} \frac{1 - k^\beta(0)}{(1 + z_{cr})^\alpha} \frac{l_0}{l_{cr}} < k^\beta(z_{cr}) < 1 - \frac{1 - k^\beta(0)}{(1 + z_{cr})^\alpha} \quad (18)$$

Следовательно, оценка l_{cr} , основанная на условии $K_I(l_{cr}) = K_{cr}$, аналогичном условию $K_I = K_{IC}$ линейной механики разрушения, будет давать завышенные значения.

3 Модель типа Леонова - Панасюка - Дагдейла

В рассмотренных выше простейших моделях роста трещины распределение напряжений в зоне предразрушения было неопределенным. Для нахождения такого распределения необходимо сформулировать определяющие соотношения (или связь напряжения - поврежденность) в зоне предразрушения. Пример такой зоны имеется в упругопластической механике разрушения, когда к вершине трещины примыкает пластическая область с условием текучести $\sigma_e = \sigma_*$. Учитывая процесс накопления поврежденности, модифицируем данное соотношение как $\sigma_e = \sigma_*(1 - \omega)$. Данное условие разрушения описывает в одноосном случае диаграмму длительной прочности во всем диапазоне изменения нагрузки [8]. Таким образом, зона предразрушения в условиях ползучести будет определяться как некоторая область у вершины трещины, напряжения и поврежденность в которой связаны соотношением $\sigma_e = \sigma_*(1 - \omega)$, а накопление поврежденности описывается кинетическим уравнением (1). Для плоского напряженного состояния простая идеализация пластической зоны в упругопластической механике разрушения была предложена в работах [14,15]. В этих работах полагалось, что пластическая зона с условием $\sigma_y = \sigma_*$ расположена на оси x перед вершиной трещины. При наличии поврежденности данное соотношение можно модифицировать как $\sigma_y = \sigma_*(1 - \omega)$. Чтобы проанализировать некоторые особенности инкубационного периода и старта трещины, рассмотрим полубесконечную трещину, расположенную на отрицательной полуоси x . Распределение напряжений σ_y на положительной полуоси x можно записать в следующем виде [16]:

$$\sigma_y(x, t) = \sigma_*(1 - \omega), 0 < x < d(t) \quad (19)$$

$$\sigma_y(x, t) = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi(x - d(t))}} \left(1 - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sigma_*}{K_I} \int_0^t \frac{\sqrt{d(t) - z}}{x - z} (1 - \omega(z, t)) dz \right) \quad (20)$$

где $d(t)$ - текущая длина зоны предразрушения. Распределение поврежденности вдоль положительной полуоси x можно найти интегрированием уравнения (1) как в предразрушенной зоне:

$$\omega(x, t) = \omega_0(x) + A\sigma_*^m(t - t_0(x)), \quad (21)$$

так и вне этой зоны:

$$\omega(x, t) = 1 - (1 - A(m + 1) \int_0^t \sigma_y^m(x, \tau) d\tau)^{\frac{1}{m+1}} \quad (22)$$

В уравнении (20) $\omega_0(x) = \omega(x, t_0(x))$ - величина накопленной поврежденности в точке x в момент времени $t = t_0(x)$, когда граница зоны предразрушения достигнет этой точки. Для нахождения двух неизвестных функций $d(t)$ и $\omega_0(x)$ (или $\omega_0(t) = \omega(d(t), t)$) необходимо записать условие непрерывности для напряжения σ_y и поврежденности ω в конце зоны предразрушения $x = d(t)$. Учитывая уравнения (20) и (22), эти условия можно записать в следующем виде:

$$\int_0^{d(t)} \frac{\sqrt{d(t) - z}}{x - z} (1 - \omega(z, t)) dz = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sigma_*}{K_I} \quad (23)$$

$$(1 - \omega_0(x, t))^{m+1} = 1 - A(m + 1) \int_0^t \sigma_y^m(d(t), \tau) d\tau \quad (24)$$

Систему нелинейных интегральных уравнений (23), (24) можно решать численным методом. В то же время для нее можно записать простую аналитическую аппроксимацию решения и проанализировать некоторые качественные особенности инкубационного периода и старта

трещины в условиях ползучести. Во первых, как следует из (21), в начальной зоне предразрушения $0 < x < d_0 = 5/8(K_I/\sigma_*)^2$ распределение поврежденности имеет простейший вид: $\omega = A\sigma_*^m t$. Следовательно, в момент времени $t = t_* = 1/(A\sigma_*^m)$ поврежденность во всех точках этой зоны достигнет своего критического значения $\omega = 1$, а напряжение σ_y упадет до нуля. Это означает, что трещина мгновенно продвинется на величину d_0 и начинает расти дальше. Для неизвестных функций $d(t)$ и $\omega_0(t)$ в период времени $0 < t < t_*$ можно записать следующие приближенные выражения:

$$d(\omega_0)/d_0 = (1 - \omega_0)^{-2} \quad (25)$$

$$t(\omega_0)/t_* = (1 - (1 - \omega_0)^{1+m})/(m+1)(1 - \omega_0)^m \quad (26)$$

Соотношения (25) и (26) показывают, что длина зоны предразрушения $d(t)$ (или $d(\omega_0)$, как записано в (25), (26)) может достигать своего критического значения d раньше момента времени t_* , при котором поврежденность достигает своего предельного значения $\omega = 1$. В этом случае неустойчивый рост трещины начинается сразу же после момента достижения величиной $d(t)$ своего критического значения d_{cr} . Условие, когда такое задержанное распространение трещины может произойти, записывается в следующем виде:

$$\left(\frac{d_0}{d}\right)^\beta + (m+1)\left(\frac{d_0}{d}\right)^\alpha > 1 \quad (27)$$

Это условие аналогично неравенству (17) для простейшей модели роста трещины при ползучести. В том случае, когда условие (27) не выполняется, в момент времени $t = t_*$ величина ω достигает значения $\omega = 1$ и начинается докритический этап роста трещины. Для анализа процесса докритического этапа развития трещины рассмотрим трещину длиной $2l(t)$ с зоной предразрушения, лежащей на оси x перед ее вершиной. Распределение напряжений перед вершиной трещины имеет следующий вид [16]:

$$\sigma_y(x, t) = \sigma_*(1 - \omega(x, t)), l(t) < x < c(t) \quad (28)$$

$$\sigma_y(x, t) = \frac{px}{x^2 - c^2(t)} \left(1 - \frac{2\sigma_*}{\pi p} \int_{l(t)}^{c(t)} \frac{\sqrt{c^2(t) - z^2}}{x^2 - z^2} (1 - \omega(z, t)) dz \right), x > c(t) \quad (29)$$

где $c(t) = l(t) + d(t)$, p - внешняя нагрузка, действующая вдоль оси y . Распределение поврежденности описывается уравнениями (21), (22) для $\sigma_y(x, t)$, определенных уравнениями (28), (29). Для нахождения трех неизвестных функций $l(t)$, $d(t)$ и ω_0 необходимо записать два условия непрерывности для напряжения σ_y и поврежденности ω в конце зоны предразрушения $x = c(t)$, и так же условие локального разрушения $\omega = 1$ в вершине трещины. Эти уравнения можно представить в следующем виде:

$$\int_{l(t)}^{c(t)} \frac{1 - \omega(z, t)}{\sqrt{c^2(t) - z^2}} dz = \frac{\pi p}{2\sigma_*} \quad (30)$$

$$(1 - \omega_0(x, t))^{m+1} = 1 - A(m+1) \int_0^t \sigma_y^m(c(t), \tau) d\tau \quad (31)$$

$$\omega_0(l(t)) + A\sigma_*^m(t - t_0(l(t))) = 1 \quad (32)$$

Решение системы (30) - (32) осуществлялось численно при постоянном шаге по времени. На рис. 1 показано распределение нормального напряжения перед вершиной трещины, полученное в результате численного счета для различных моментов времени.

Рис. 1 Распределение напряжений σ_y перед вершиной трещины с течением времени:

$$1 - t = 0; 2 - t < t_*; 3 - t > t_*$$

Как видно из рисунка, за время $0 < t < t_*$ происходит существенное перераспределение напряжений σ_y . Аналогичное распределение для растущей трещины в условиях ползучести было получено методом конечных элементов в работе [16]. Анализ результатов численного счета показывает существенное влияние параметра m на характер распределения нормального напряжения перед вершиной трещины при ползучести. Так при низких значениях m ($2 < m < 4$) величина максимального значения нормального напряжения (оно всегда находится в точке $x = c(t)$) в зависимости от уровня приложенной нагрузки за период докритического роста может снижаться в 1.5 - 2 раза от начального значения. В случае высоких значений m ($5 < m < 8$) снижение напряжения в точке $x = c(t)$ составляет лишь несколько процентов. Исходя из величины напряжения в точке $x = c(t)$, легко оценить величину накопленной поврежденности перед вершиной трещины и сделать вывод о том, что в рассмотренных случаях рост трещин происходит в существенно различных условиях: при низких значениях m трещина растет в значительно поврежденном материале ($\omega_0 = 0.4 - 0.5$) а при высоких значениях m - в практически неповрежденном. Численный расчет показал также, что скорость роста трещины $v(t)$ не обращается в бесконечность в момент, когда размер зоны предразрушения $d(t)$ достигает своего предельного значения d_{cr} . Это означает, что докритический рост трещины будет продолжаться так же и после достижения величиной $d(t)$ значения d_{cr} . В этом случае длина зоны предразрушения будет постоянной и равной d_{cr} , а уравнение (20) для неизвестной функции $l(t)$ заменится простым уравнением:

$$l(t) = c(t) - d_{cr} \quad (33)$$

Таким образом получили модель распространения трещины ползучести с двухпараметрическим критерием роста трещины: рост трещины происходит при выполнении любого из двух условий: 1) безразмерный параметр поврежденности в вершине трещины достигает своего предельного значения $\omega = 1$; 2) линейный размер зоны предразрушения достигает своего предельного значения $d = c(t) - l(t) = d_{cr}$. Использование двухпараметрической модели дает возможность описать как процесс инициации и медленного докритического роста трещины так и переход к динамическому разрушению. В случае приложения высоких нагрузок ($\sigma_e/\sigma_* \simeq 1$) возможно описать быстрый, вплоть до мгновенного, переход к динамическому разрушению. Также следует отметить, что предложенная двухпараметрическая модель дает возможность качественно описать такую особенность, как задержанное (delayed) разрушение. С микроструктурной точки зрения это можно трактовать как изменение механизма роста трещины. Действительно, на микроуровне параметр поврежденности обычно связывается с межзеренным характером разрушения, путем зарождения роста и слияния пор по границам зерен [3]. Следовательно, рост трещин при выполнении условия $\omega = 1$ должен соответствовать межзеренному характеру разрушения. С другой стороны, пластическое разрушение при достижении напряжением σ_e величины σ_* происходит сдвиговым внутризеренным образом. Поэтому рост трещины в модели Леонова - Панасюка - Дагдейла соответствует внутризеренному характеру разрушения. Переход в данной модели от условия $\omega = 1$ к условию $d(t) = d_{cr}$ и означает смену механизма роста трещины от межзеренного к внутризеренному. Такой характер роста трещин в условиях ползучести отмечался в некоторых экспериментальных работах [1]. Работа выполнена по гранту Госкомвуза России 94-4.4-20.

Литература

- [1] Riedel H. Fracture in High Temperatures. Springer - Verlag, Werlin, 1987.
- [2] Качанов Л.М. Изв. АН СССР. Отд -ние техн. наук, 8 (1958) С.26.
- [3] Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. - М.: Наука., 1966, С.752.
- [4] Работнов Ю.Н. Вопросы прочности материалов и конструкций. - М. : Изд - во АН СССР., 1959, 5.
- [5] Cocks A.C.F. , Ashby M.F. Scr. Met., V 16 (1982) P. 109.
- [6] Kubo S., Ohjii K. and Ogura K. Eng. Fract. Mech, V 11 (1979), pp. 315 - 329.
- [7] Астафьев В.И. Журн. прикл. механики и техн. физики. 6 (1979), С.154.
- [8] Астафьев В.И. Изв. АН СССР . Механика твердого тела.. 1 (1986), С. 127.
- [9] Astafjev V.I. , Grigorova T.V. and Pastukhov V.A. Proc. 2 -nd Int. Colloq. on Mechanics of Creep Brittle Materials. Leicester, UK, 1991, p. 49 - 61.
- [10] Ахундов М.Б., Никитин Л.В., Суворова Ю.В. Изв. АН СССР МТТ, 6 (1986), С. 128.
- [11] Riedel H., Rice J.R. Fract. Mech.: 12th. Conf., ASTM STP 700.- Philadelphia: Amer. Soc. for Testing and Mater., 1980.- P. 112 - 130.
- [12] Hui C.Y., Riedel H. Int. J. Fract., 4 (1981) P 409 - 425.
- [13] Астафьев В.И. , Пастухов В.А. Проблемы прочности, 5 (1991), С. 8.
- [14] Леонов М.Я., Панасюк В.В. Прикл. механика, 5 (1959). с 391.
- [15] Dugdale D.S J. Mech. and Phys. Solids., 2 (1960), P. 100 - 104.
- [16] Черепанов Г.П. Механика разрушения композиционных материалов.- М.:Наука, 1983.- 296 с.

Поступила в редакцию
10.10.1995